

基于功率谱的反射镜面形评价

杨飞^{1*}, 安其昌^{1,2}, 张景旭¹

(1. 中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033;

2. 中国科学院大学, 北京 100049)

摘要:针对表面高度均方根(RMS)难以描述大尺度波动以及刚体位移鲁棒性差的缺点,提出了使用功率谱(PSD)对大口径望远镜系统中主反射镜面形进行评价;结合 Zernike 多项式,对 PSD 的分解运算进行了分析,讨论了 Zernike 多项式的频谱能量分布;将该方法用于 $\Phi 500$ mm 反射镜面形检测数据的处理,得出实际反射镜表面面形频域能量分布情况。结果表明:对于大口径反射镜,使用 PSD 的评价方式对于指导加工检测以及望远镜系统误差的分配具有更实用的意义。最后,基于 PSD 提出了一种评价反射镜面形的子孔径非相关拼接方法,该方法适用于大口径望远镜中大口径光学元件的面形精度评价。

关键词:表面面形评价;反射镜;大口径;功率谱;Zernike 多项式;子孔径拼接

中图分类号:TH751; P111.2 **文献标识码:**A **doi:**10.3788/CO.20140701.0156

Mirror surface figure evaluation based on power spectral density

YANF Fei^{1*}, AN Qi-chang^{1,2}, ZHANG Jing-xu¹

(1. *Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics,*

Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China;

2. *University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)*

** Corresponding author, E-mail: yangflying@163.com*

Abstract: Firstly, Power Spectral Density (PSD) is proposed for mirror surface figure evaluation in the large aperture telescope system as for some difficulties for Root Mean Square (RMS) in the evaluation of large scale variety and disadvantage of robust for rigid body displacement. Then, the decomposition arithmetic of PSD is analyzed with Zernike polynomial, and Zernike polynomial spectrum energy distribution is analyzed in some order. The algorithm has been used in the surface figure evaluation of a $\Phi 500$ mm mirror, and energy distribution in the frequency domain of the actual mirror surface has been obtained. The experimental results indicate that the evaluation of PSD is more practical when used in large aperture mirror for their manufacture and testing and for the error budget allocation in telescope system. Finally, a kind of noncorrelative sub-aperture stitching method for evaluation of reflective mirror shape based on PSD is proposed which can be used in the

收稿日期:2013-10-16;修订日期:2013-12-25

基金项目:中科院三期创新重大专项资助项目

large aperture telescope.

Key words: surface figure evaluation; mirror; large aperture; Power Spectral Density (PSD); Zernike polynomial; sub-aperture stitching

1 引言

随着大口径光学系统的发展,大口径光学元件的检验难度也随之增加。尤其对于大口径反射镜这类的光学元件,其表面面形的检测与评价直接影响着其制造精度与成像质量^[1-10]。反射镜表面面形的传统评价方法即表面高度均方根(RMS),对于描述局部的起伏情况具有很好的适用性,但难以描述大尺度波动以及对于刚体位移鲁棒性差的缺点变得越来越明显^[11-14];近年来,国外的一些学者提出使用斜率 RMS 来表征大尺度的表面起伏,在时域中利用斜率 RMS,虽然可以抑制刚体位移与体现较大范围的不平度,但对于小尺度上的抖动,会出现剧烈的波动,故基于频域的分析就显得十分必要。

为了对反射镜面形做出更好的评价,本文首先针对表面高度 RMS 的缺点,提出了使用功率谱(PSD)对反射镜面形进行评价;之后利用功率谱计算的线性与时不变性,结合 Zernike 多项式,对于 PSD 的分解运算进行了分析;然后针对 Zernike 多项式中的彗差、像散、四叶草项进行了离散随机变量 PSD 分析,讨论了 Zernike 多项式频域能量分布模式;最后,通过对南京天光所 500 mm 反射镜面形数据的处理,得出频域内实际反射镜表面面形能量分布情况,并基于 PSD 提出了一种评价反射镜面形的非相关子孔径拼接方法。

本文提出的评价方法可以很好地区分磨削造成的小尺度波动,以及大口径反射镜在多点支撑下造成的面形起伏,因此对于评价大口径反射镜面形更加全面和客观;同时提出的反射镜面形的子孔径非相关拼接方法,对于检测成本的降低具有重要的实际意义。

2 PSD 的数学表达

设有随机过程 $\{X(t), t \in T\}$, 对于任一 $t \in T$,

$X(t)$ 的一阶矩 $[X(t)]$ 及二阶矩 $[X^2(t)]$ 都存在, 则称 $\{X(t), t \in T\}$ 为二阶矩过程。

考虑到在没有发生破坏的情况下,利用光学仪器测得反射镜表面的波像差的斜率 $\theta(x)$ 不可能出现能量无限的情况,即一阶矩 $[\phi(x)]$ 及二阶矩 $E[\phi^2(x)]$ 一定存在,故由反射镜表面波像差组成的随机序列为二阶矩过程。

考虑二阶矩过程的相关系数 $R[\phi(x+r), \phi(x)]$ 。由柯西——施瓦兹定律可得式(1):

$$\begin{aligned} R^2(\theta(x+r), \theta(x)) = \\ \{E[\theta(x+r)\theta(x)]\}^2 \leq \\ E[\theta^2(x+r)]E[\theta^2(x)] < +\infty. \end{aligned} \quad (1)$$

故二阶矩过程的相关系数 $R[\theta(x+r), \theta(x)]$ 总是存在的,即 $R[\theta(x+r), \theta(x)]$ 总是满足傅里叶变换条件,因此可以进行 PSD 分析。因实际工程中的二阶矩过程多半有固定期望与时不变性,故都可以认为是宽平稳序列,即可以用时间平均来估计其期望。

PSD 分析实际指的是 PSD 密度分析,简称谱。对于均值为零的宽平稳序列,根据维纳-欣钦定理,序列 PSD 为自相关序列的傅里叶变换,当均值不为零时,由自相关函数与自协方差的关系可知,两者在时域上只相差一个直流偏置,在频域中零点会有一条直流谱线,如式(2)所示:

$$\begin{aligned} S(\omega) = \sum_{-\infty}^{\infty} R(m)e^{-j\omega m} = \\ \sum_{-\infty}^{\infty} E[x(n)x^*(n+m)]e^{-j\omega m}. \end{aligned} \quad (2)$$

对于光学反射镜表面波像差组成的随机序列 $\phi(x)$, 可得其自相关函数如式(3)所示:

$$R(r) = \langle \theta(x+r)\theta(x) \rangle_x, \quad (3)$$

以及 PSD 密度如式(4)所示:

$$\begin{aligned} s(\omega) = F[R(r)] = \\ F(\langle \theta(x+r)\theta(x) \rangle_x). \end{aligned} \quad (4)$$

在实际计算 PSD 时,为了降低计算成本,提

高计算效率,借鉴图像处理中的算法,将面形数据矩阵所有的行向量,重排为一个行向量;并利用一维傅里叶变换的快速算法进行 PSD 分析,之后将面形数据矩阵转置,重复上述做法,但大多时候,由于面形的对称性,这一步可以省略。考虑到篇幅限制,下文中将只对一个方向进行 PSD 分析。

3 Zernike 项的 PSD 表达

标准 Zernike 多项式是一组在单位圆上的正

$$\begin{aligned} \Phi(n) &= c_i \Phi_i(n) + c_j \Phi_j(n), \\ S(\omega) &= \sum_{-\infty}^{\infty} R(m) e^{-j\omega} = \sum_{-\infty}^{\infty} E[\Phi(n) \Phi^*(n+m)] e^{-j\omega} = \\ &= \sum_{-\infty}^{\infty} E\{[c_i \Phi_i(n) + c_j \Phi_j(n)][c_i \Phi_i(n+m) + c_j \Phi_j(n+m)]^*\} e^{-j\omega} = \\ &= \sum_{-\infty}^{\infty} E[c_i \Phi_i(n) c_i \Phi_i^*(n+m) + c_j \Phi_j(n) c_j \Phi_j^*(n+m) + \\ &\quad c_i \Phi_i(n) c_j \Phi_j^*(n+m) + c_i \Phi_j(n) c_i \Phi_j^*(n+m)] e^{-j\omega}. \end{aligned} \quad (6)$$

由 Zernike 多项式的正交性可得:

$$\begin{aligned} S(\omega) &= \sum_{-\infty}^{\infty} E[c_i \Phi_i(n) c_i \Phi_i^*(n+m) + \\ &\quad c_j \Phi_j(n) c_j \Phi_j^*(n+m)] e^{-j\omega} = \\ &\quad c_i^2 R_i(m) + c_j^2 R_j(m). \end{aligned} \quad (8)$$

推广上述结论可知,整体面形的 PSD 可由各项 Zernike 多项式的 PSD 合成得到。

利用上述方法分别对标准 Zernike 多项式中的慧差、像散以及四叶草进行分析分别,如图 1、2、3 所示,其中横坐标为频率 ($\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$),纵坐标为对应的 PSD 系数。

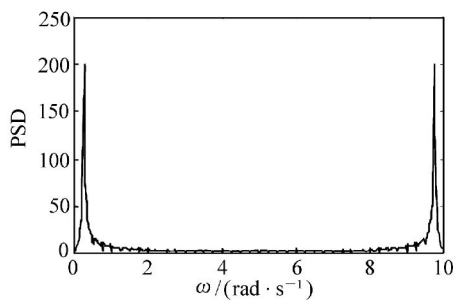


图1 慧差功率谱
Fig. 1 PSD of coma

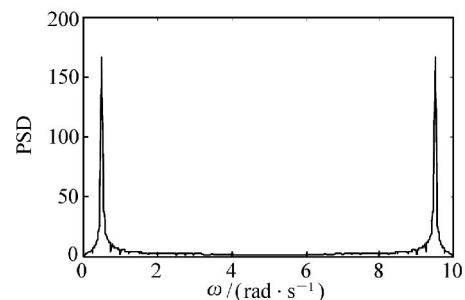


图2 像散功率谱
Fig. 2 PSD of astigmatism

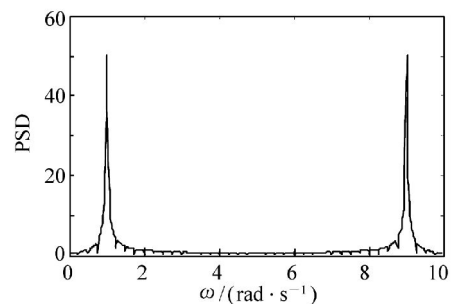


图3 四叶草功率谱
Fig. 3 PSD of quatrefoil

由图 1~3 可知,不同的低阶像差的 PSD 谱

交基。对于波相差,一般采用 Zernike 多项式进行拟合。本节将利用 Zernike 多项式来描述系统低阶波像差,进而利用高斯噪声模拟磨削加工造成的高频起伏,并对模拟得到的波像差进行 PSD 分析。

假设由两项标准 Zernike 多项式的线性组合得到波相差如式(5)所示:

$$\phi = c_i \phi_i + c_j \phi_j. \quad (5)$$

将数据数组重排之后依旧有同样的关系:

峰在低频域内明显地错开,即在分析时可以分离

出不同的低阶像差;另一方面,由于高频部分 PSD 为平缓的曲线,可以很容易地分辨出由磨削带来的高频误差。

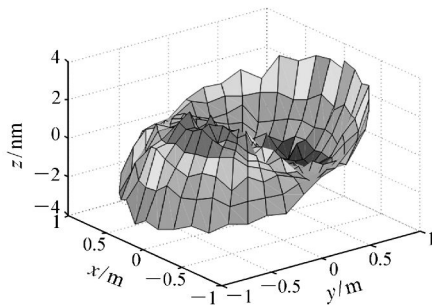


图 4 带噪声的彗差项
Fig. 4 Coma with noise

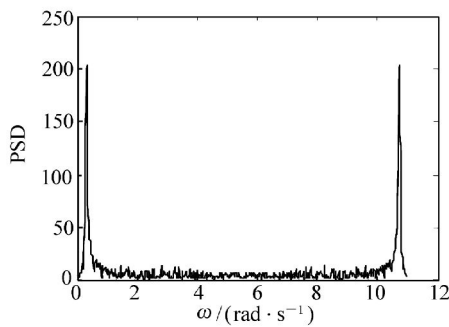


图 5 带噪声的彗差功率谱
Fig. 5 PSD of coma with noise

利用高斯白噪声对 Zernike 多项式中的彗差项进行污染,如图 4 所示,其 PSD 如图 5 所示, Z 坐标为 nm。

经过 PSD 分析可知,低阶 Zernike 项的主要波动都集中在 $0 \sim 2 \text{ rad/s}$ 之间。对于白噪声过程,其 PSD 在整个频域基本是均匀分布,使 PSD 的高频出现明显的波动,故可以通过 PSD 清楚地分析镜面的表面质量,区分磨削造成的小尺度波动,以及大口径反射镜在支撑下造成的面形起伏。

4 实际面形的 PSD 分析

自协方差序列(在均值为零情况下即为自相关序列)和 PSD 是较全面地描述平稳随机过程时域特征与频域特征的重要参量。从 PSD 上可以看出平稳随机过程的某些在时域很难得出的隐含

特征,如周期性与相距很近的谱峰等。在实际应用中,通常只能采集或观测到平稳随机过程的一个取样序列。对于根据有限个数据估计 PSD 的方法,称为 PSD 估计。

根据中国科学院国家天文台南京天文光学技术研究所(NIAOT)500 mm 镜面检测数据得到的面形如图 6 所示,对数据矩阵进行 PSD 分析,如图 7 所示。

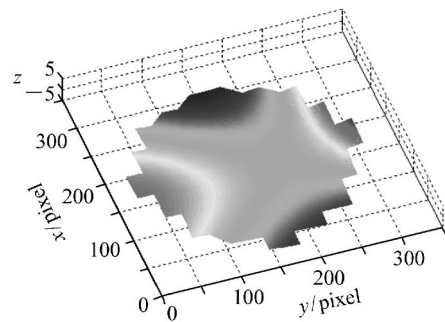


图 6 NIAOT 500 mm 镜面表面变形图

Fig. 6 Mirror surface of $\phi 500 \text{ mm}$ mirror fabricated by NIAOT

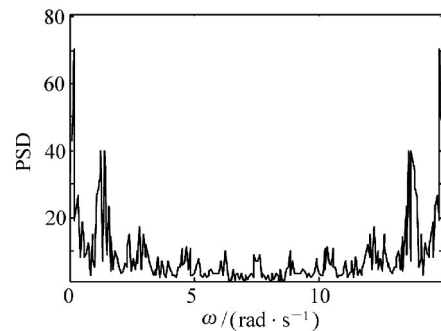


图 7 NIAOT 500 mm 镜面功率谱密度图

Fig. 7 PSD of $\phi 500 \text{ mm}$ mirror fabricated by NIAOT

由图 7 可得,该反射镜镜面面形主要为刚体位移以及像散,而高频部分能量基本为均匀分布,可见,除了在较大尺度上的马鞍形变形之外,表面的微观面形质量较高;实际使用时,只需通过调节底支撑,消除像散即可,无需重新处理光学表面;而如果使用表面高度 RMS 进行判断,就可能得出表面不符合要求的结论。对于表面形状更加复杂不能直接得出其分布的情况,利用 PSD 可以分辨两个十分接近的谱峰,得出镜面不同尺度的起伏。

另外,在实际的加工与检测中,需要招标方在频域内提出具体要求。两者比较之后得出的后续加工和调节方案才更加的合理。

5 基于 PSD 的子孔径拼接

子孔径拼接干涉测试技术是一种以低成本、高分辨率检测大口径光学元件的有效手段。当被测平面光学元件尺寸超过干涉仪口径,或者检测非球面所产生的干涉条纹密度大于 CCD 空间分辨率,利用小口径干涉仪每次仅检测整个光学元件的一部分区域(子孔径),待完成全部孔径测量后,再采用适当的算法“拼接”就可得到全孔径面形信息。

拼接技术可以分为相关拼接与非相关拼接。相关拼接技术是在拼接区提取相关信息并将多次测量结果拼接起来,得到被测物体的全部信息。这种方法虽然降低了对于测量仪器的要求,但是增加了解算成本,而与之对应的非相关拼接在解算的时空效率上要高得多。

利用 PSD 估计中的巴特利特(Bartlett)周期图的思想,只要子序列的长度一致,其重叠部分的重复计算不会影响最后的频域分布,因此可以直接将子孔径得到的时域序列作为子序列进行功率谱变换(相当于使用 Bartlett 周期图法)。

以 30 m 望远镜(Thirty Meter Telescope, TMT)为例,由于面形的对称性,故只对一个方向进行 PSD 分析。以每个子孔径的数据展成一维随机变量序列,由整镜的单元数以及子孔径数,得到两个序列重叠部分。其子孔径变形如图 8 所示,PSD 低频部分如图 9 所示。

通过分析其低频区域可以发现,除刚体位移之外,镜面的波动主要在 $3 \sim 4 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ 之间。由上文分析可得其面形具有约比四叶草空间频率高一倍的像差。

由以上可得,相对于传统的子孔径拼接,由于 PSD 本身的特性,对于重叠部分可以进行直接计算,即不会因为重叠部分的重复计算而偏离真实值,也不需要特殊的算法恢复整镜的数据,因此可以提高面形评估的计算效率,减低解算成本。此外,由于各个子孔径的重叠区域上存在误差与噪

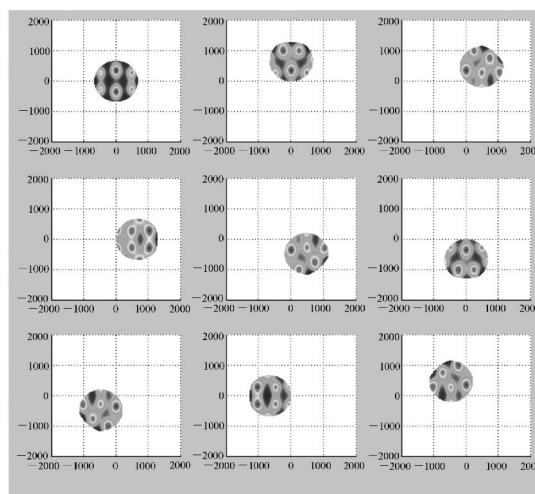


图 8 TMT 子孔径

Fig. 8 Sketch of TMT sub-aperture

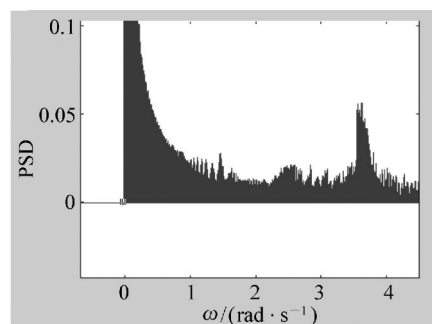


图 9 TMT 功率谱

Fig. 9 PSD of TMT

声等因素,不能完全符合 Bartlett 周期图法,即会有一些的残余误差,研究如何抑制误差将是下一步工作的重点。此种非相关拼接测量方法,对扩大空间测量范围、保持高空间分辨率、高测量精度和低成本有重要意义。

6 结 论

本文从 PSD 的角度提出了一种反射镜表面面形的评价方法,对于各种光学元件的表面检验都有一定借鉴意义,尤其适于大口径反射镜的面形精度评价;同时,随着光电望远镜系统口径的增加,子孔径拼接检测的方法已被越来越多地应用,本文基于 PSD 提出的子孔径拼接方法,对于

下一代大口径反射镜的面形检测,也有很好的指导作用。通过建立基于 PSD 的面形评价方式,可以对不同频率的面形误差提出不同的要求,以满

足大口径光学反射镜在加工、检测以及装调阶段的不同需求,节约成本,提高生产效率。

参考文献:

- [1] 吴小霞,王鸣浩,明名,等. 大口径 SiC 轻量化主镜热变形的定标[J]. 光学精密工程,2012,20(6):1243-1249.
WU X X, WANG M H, MING M, et al.. Calibration of thermal distortion for large aperture SiC lightweight mirror[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2012, 20(6):1243-1249. (in Chinese)
- [2] 王栋,杨洪波,陈长征. 光学表面面形的计算机仿真[J]. 计算机仿真,2007,24(2):298-301.
WANG D, YANG H B, CHEN CH ZH. Computer Simulation of the Optical Surface[J]. *Computer Simulation*, 2007, 24(2):298-301. (in Chinese)
- [3] 张伟,刘剑峰,龙夫年,等. 基于 Zernike 多项式进行波面拟合研究[J]. 光学技术,2005,31(5):675-678.
ZHANG W, LIU J F, LONG F N, et al.. Study on wavefront fitting using Zernike polynomials[J]. *Optical Technique*, 2005, 31(5):675-678. (in Chinese)
- [4] TMT Group. Design Requirements Document for Tertiary Mirror System(M3S) [2012-07-25]. [EB/OL]. <http://www.tmt.org/sites/default/files/documents/application/pdf/design%20requirements%20document%202012-07.pdf>.
- [5] BELY P Y. *The Design and Construction of Large Optical Telescopes*[M]. Baltimore:Springer-Verlag,2003.
- [6] 张媛,敬畏,程云涛,等. $\Phi 510$ mm SiC 超轻量化反射镜的设计与有限元分析[J]. 光学精密工程,2012,20(8):1718-1724.
ZHANG Y, JING W, CHENG Y T, et al.. Design and finite element analysis of $\Phi 510$ mm SiC ultra-lightweight mirror[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2012, 20(8):1718-1724. (in Chinese)
- [7] 林旭东,刘欣悦,王建立,等. 137 单元变形镜的性能测试即校正能力实验[J]. 光学精密工程,2013,21(2):267-273.
LIN X D, LIU X Y, WANG J L, et al.. Performence of correction capability of 137-element deformable mirror[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2013, 21(2):267-273. (in Chinese)
- [8] 张景旭. 地基大口径望远镜系统结构技术综述[J]. 中国光学,2012,5(4):327-336.
ZHANG J X. Overview of structure of technologies of large aperture ground based telescope[J]. *Chinese Optics*, 2012, 5(4):327-336. (in Chinese)
- [9] 邓昌建. 基于似然函数的集成仪器可靠性估计[J]. 仪器仪表学报,2011,32(6):1414-1419.
DENG CH J. Integrated instrument reliability based on quasi likelihood function[J]. *Chinese J. Scientific Instrument*, 2011, 32(6):1414-1419. (in Chinese)
- [10] 杨昌昊,胡小健,竺长安. 从故障树到故障贝叶斯网映射的故障诊断方法[J]. 仪器仪表学报,2009,30(7):1481-1486.
YANG CH H, HU X J, ZHU CH A. Fault diagnosis method mapping from fault Bayesian networks[J]. *Chinese J. Scientific Instrument*, 2009, 30(7):1481-1486. (in Chinese)
- [11] 程景全. 天文望远镜原理和设计[M]. 北京:中国科学技术出版社,2003.
CHENG J Q. *Principles of Astronomical Telescope Design*[M]. Beijing:China Science & Technology Press,2003. (in Chinese)
- [12] TMT Group. Tertiary Mirror Surface Figure Specification. [2012-09-24]. [EB/OL]. <http://www.tmt.org/sites/default/files/documents/application/pdf/tmt%20-%20tertiary%20mirror%20surface%20figure%20specifications%2020121023.pdf>.
- [13] DIERKING W. RMS Slope of Exponentially Correlated Surface Roughness for Radar Applications[J]. *IEEE*, 2000, 38(3):1451-1454.
- [14] 毕勇,翟嘉,吴金虎,等. 一种光学仪器镜面面形的处理方法[J]. 光学技术,2009,35(1):10-17.
BI Y, ZHAI J, WU J H, et al.. One method for mirror surface figure treatment in optical instrument[J]. *Optical Technique*, 2009, 35(1):10-17. (in Chinese)

作者简介:



杨飞(1982—),男,湖北天门人,硕士,副研究员,2009年于中国科学院长春光学精密机械与物理研究所获得硕士学位,主要从事大口径光电望远镜光机系统方面的研究。E-mail: yangflyng@163.com



张景旭(1965—),男,吉林长春人,研究员,博士生导师,主要从事大型光电经纬仪结构设计方面的研究。E-mail: zhangjx@ciomp.ac.cn



安其昌(1988—),男,山西太原人,硕士研究生,2011年于中国科学技术大学获得学士学位,主要从事空间机构学方面的研究。E-mail: anjj@mail.ustc.edu.cn

向您推荐《液晶与显示》期刊

- 中文核心期刊
- 中国液晶学科和显示技术领域的综合性专业学术期刊
- 中国物理学会液晶分会会刊、中国光学光电子行业协会液晶分会会刊
- 英国《科学文摘》(INSPEC)、美国《化学文摘》(CA)、俄罗斯《文摘杂志》(AJ)、美国《剑桥科学文摘》(CSA)、“中国科技论文统计源期刊”等20余种国内外著名检索刊物和文献数据库来源期刊

《液晶与显示》材料物理和化学、器件制备技术及器件物理、器件驱动与控制、成像技术与图像处理等栏目集中报道国内外液晶学科和显示技术领域最新理论研究、科研成果和创新技术,及时反映国内外本学科领域及产业信息动态,是宣传、展示我国该学科领域和产业科技创新实力与硕果,进行国际交流的平台。其内容丰富,涵盖面广,信息量大,可读性强,是我国专业学术期刊发行量最大的刊物之一。

《液晶与显示》征集有关液晶和各类显示材料及制备方法、材料物理和化学;液晶光学与光子学、生物液晶;液晶显示、有机电致发光显示、等离子体显示、发光二极管显示、电致发光显示、场发射显示、3D显示、微显示、真空荧光显示、电致变色显示及其他新型显示等各类显示器件物理和制作技术;各类显示新型模式和驱动技术、显示技术应用;显示材料和器件的测试方法与技术;各类显示器件的应用;与显示相关的成像技术与图像处理等研究论文。

《液晶与显示》热忱欢迎广大作者、读者广为利用,踊跃投稿和订阅。

地址:长春市东南湖大路3888号

《液晶与显示》编辑部

邮编:130033

电话:(0431)6176059

E-mail: yjyxs@126.com

国内统一刊号:CN 22-1259/04

国际标准刊号:ISSN 1007-2780

国内邮发代号:12-203

国内定价:40元/期

网址:www.yjyxs.com