

常用激光峰值功率公式误差分析

田金荣*, 宋晏蓉, 王 丽
(北京工业大学 应用数理学院, 北京 100124)

摘要:为分析脉冲激光中常用峰值功率公式的误差,对高斯脉冲、双曲正割脉冲、洛仑兹脉冲、非对称双曲正割脉冲的常用峰值功率公式的误差进行了解析计算。结果表明:高斯脉冲、双曲正割脉冲、洛仑兹脉冲、非对称双曲正割脉冲中,常规峰值功率公式的结果与实际峰值功率的误差分别为6.3%,13.6%,22.1%,20.9%。在具体实验基础上采用数值方法分析了非常规脉冲的情形,给出了精确计算峰值功率的方法。

关键词:激光脉冲;峰值功率;误差分析

中图分类号:TN241; O43 文献标识码:A doi:10.3788/CO.20140702.0253

Error analysis of peak power formula in pulsed lasers

TIAN Jin-rong*, SONG Yan-rong, WANG Li
(College of Applied Sciences, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China)
* Corresponding author, E-mail: jrtian@bjut.edu.cn

Abstract: To investigate the errors brought about by common formula of peak power in pulsed lasers, the peak powers of pulsed laser types of Gaussian, Sech^2 , Lorentzian, asymmetric Sech^2 were calculated analytically. The results demonstrate that the errors introduced by common formula of peak power for Gaussian, Sech^2 , Lorentzian, asymmetric Sech^2 were 6.3%, 13.6%, 22.1%, 20.9% respectively. Furthermore the peak power of irregular pulse was discussed by numerical method based on practical experiments and a method to precisely calculate peak power was proposed.

Key words: laser pulse; peak power; error analysis

1 引言

在脉冲激光与超快物理现象的研究中,激光的峰值功率是一个非常重要的参量。例如飞秒激光作用下的高次谐波产生^[1-2]、超快激光产生 THz 辐射^[3-4]、超快激光产生等离子体通道^[5-8]等过程中,激光的峰值功率直接决定了非线性效应的强弱。这是由于脉冲激光峰值功率的平方根与产生的最强电场成正比,甚至直接决定了峰值光强。因此峰值功率是激光技术与激光工程中最重要技术指标之一,它的提高对激光技术和光与物质相互作用的研究进展至关重要^[9-10]。

在目前的专业文献中,计算脉冲激光的峰值功率公式是^[11]:

$$P_p = E/\tau, \quad (1)$$

式中, P_p 代表峰值功率, E 为脉冲能量, τ 为脉冲宽度(峰值半宽)。这个公式逻辑清楚,计算简单,成为计算峰值功率使用范围最广的公式。但式(1)计算的峰值功率和实际峰值功率之间的误差有多大呢?为了弄清楚这个问题,我们对常见规则脉冲和非规则脉冲的实际峰值功率进行了计算。为了区分式(1)计算的峰值功率和实际峰值功率,把式(1)计算的功率 P_p 称为标称峰值功率,把实际的峰值功率记为 P_{pp} 。

2 常规脉冲中常用峰值功率公式的误差

常见的规则脉冲包括高斯脉冲、双曲正割脉冲、洛仑兹脉冲及非对称双曲正割脉冲^[12]。下面分别计算它们的标称峰值功率和峰值功率之间的差别。

(1) 高斯脉冲

图1为脉冲宽度为 τ 的高斯脉冲的强度包络波形,其时域电场强度可写为:

$$E(t) = \frac{E_0}{2} \exp\left[-\frac{(2\ln 2)t^2}{\tau^2}\right] e^{i\omega_0 t}, \quad (2)$$

式中, E_0 为电场振幅, ω_0 为载波的角频率。

由于光的功率与电场的平方成正比,由式

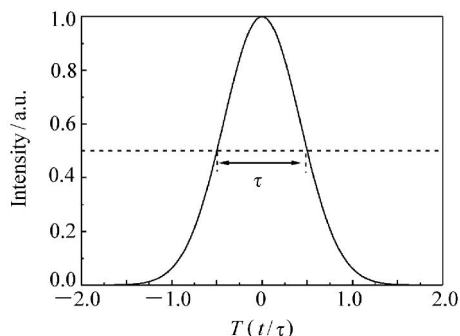


图1 脉冲宽度为 τ 的高斯脉冲的强度波形

Fig. 1 Intensity waveform of a Gaussian pulse with pulse duration of τ

(2)可得激光脉冲的功率为:

$$P(t) = P_{pp} \exp\left[-\frac{(4\ln 2)t^2}{\tau^2}\right], \quad (3)$$

式中, P_{pp} 为实际峰值功率。

脉冲能量为功率对时间的积分,而式(3)为偶函数,因此脉冲能量可以写为:

$$E = 2 \int_0^{\infty} P(t) dt. \quad (4)$$

将式(3)代入式(4)再积分可得:

$$E = 2P_{pp} \int_0^{\infty} \exp\left[-\frac{(4\ln 2)t^2}{\tau^2}\right] dt = P_{pp} \tau \sqrt{\frac{\pi}{4\ln 2}}, \quad (5)$$

所以实际峰值功率与标称峰值功率的关系为:

$$P_{pp} = \frac{E}{\tau} \sqrt{\frac{4\ln 2}{\pi}} \approx 0.939 \frac{E}{\tau} = 0.939 P_p. \quad (6)$$

由式(6)可以看出,对高斯脉冲来说,标称峰值功率比实际峰值功率大6.3%左右,误差较小。因此对于高斯脉冲或接近高斯脉冲的脉冲激光来说,采用式(1)计算峰值功率不失为一个简单精确的好办法。

(2) 双曲正割型脉冲

图2为脉冲宽度为 τ 的双曲正割脉冲的强度波形(为了对比,用虚线同时画出了相同脉冲宽度的高斯脉冲的强度波形),其时域电场强度可

写为:

$$E(t) = \frac{E_0}{2} \operatorname{sech}\left[\frac{2\ln(1+\sqrt{2})t}{\tau}\right] e^{i\omega_0 t} \quad (7)$$

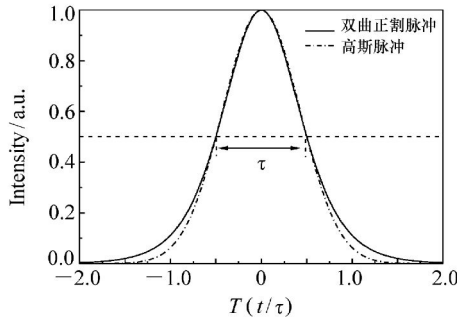


图2 脉冲宽度为 τ 的 sech^2 脉冲的强度波形

Fig. 2 Intensity waveform of a sech^2 pulse with pulse duration of τ

由式(7)可得,双曲正割脉冲的功率可写为:

$$P(t) = P_{pp} \operatorname{sech}^2\left[\frac{2\ln(1+\sqrt{2})t}{\tau}\right], \quad (8)$$

将式(8)对时间积分,可以得到双曲正割脉冲的能量为:

$$\begin{aligned} E &= 2 \int_0^\infty P(t) dt = \\ &= 2P_{pp} \int_0^\infty \operatorname{sech}^2\left[\frac{2\ln(1+\sqrt{2})t}{\tau}\right] dt = \\ &= \frac{P_{pp}\tau}{\ln(1+\sqrt{2})}, \end{aligned} \quad (9)$$

所以双曲正割脉冲的实际峰值功率和标称峰值功率的关系为:

$$\begin{aligned} P_{pp} &= \frac{E}{\tau} \ln(1+\sqrt{2}) \approx \\ &= 0.881 \frac{E}{\tau} = 0.881 P_p \quad (10) \end{aligned}$$

由式(10)式可以看出,双曲正割脉冲的标称峰值功率比实际峰值功率大 13.6% 左右,误差有些大,但如果只考虑数量级的话,该误差也可以接受。

(3) 洛伦兹脉冲

图3 为脉冲宽度为 τ 的洛伦兹脉冲的强度波形(为了对比,用虚线同时画出了相同脉冲宽度的高斯脉冲的强度波形),其时域电场强度可写

为:

$$E(t) = \frac{E_0}{2} \frac{1}{1 + 4(\sqrt{2}-1) \frac{t^2}{\tau^2}} e^{i\omega_0 t} \quad (11)$$

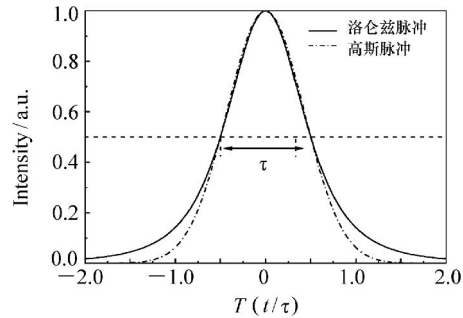


图3 脉冲宽度为 τ 的洛伦兹脉冲的强度波形

Fig. 3 Intensity waveform of a Lorentzian pulse with pulse duration of τ

由式(11)可得,洛伦兹脉冲的功率可写为:

$$P(t) = P_{pp} \frac{1}{[1 + 4(\sqrt{2}-1) \frac{t^2}{\tau^2}]^2} \quad (12)$$

将式(12)对时间积分,可以得到洛伦兹脉冲的能量为:

$$\begin{aligned} E &= \int_{-\infty}^\infty P(t) dt = \\ &= P_{pp} \int_{-\infty}^\infty \frac{1}{[1 + 4(\sqrt{2}-1) \frac{t^2}{\tau^2}]^2} dt = \\ &= \frac{\pi}{4} \frac{P_{pp}\tau}{\sqrt{\sqrt{2}-1}}, \end{aligned} \quad (13)$$

所以洛伦兹脉冲的实际峰值功率和标称峰值功率的关系为:

$$\begin{aligned} P_{pp} &= \frac{E}{\tau} \cdot \frac{4\sqrt{\sqrt{2}-1}}{\pi} \approx \\ &= 0.819 \frac{E}{\tau} = 0.819 P_p \quad (14) \end{aligned}$$

由式(14)可见,洛伦兹脉冲的标称峰值功率比实际峰值功率大 22.1% 左右。

(4) 非对称双曲正割脉冲

图4 为脉冲宽度为 τ 的非对称双曲正割脉冲的强度波形(为了对比,用虚线同时画出了相同脉冲宽度的高斯脉冲的强度波形),其时域电场

强度可写为:

$$E(t) = \frac{E_0}{2} \cdot \frac{\exp(\frac{\ln 3}{4}) + \exp(-\frac{3\ln 3}{4})}{\exp(\frac{t}{\tau}) + \exp(-\frac{3t}{\tau})} \cdot e^{i\omega_0 t}. \quad (15)$$

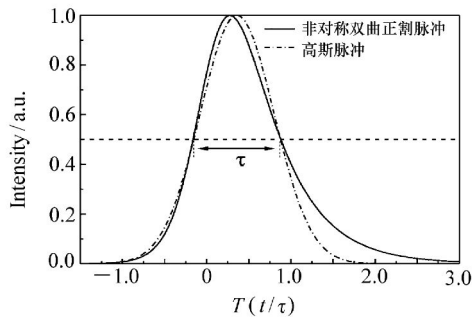


图4 脉冲宽度为 τ 的非对称双曲正割脉冲的强度波形

Fig.4 Intensity waveform of an asymmetric pulse with pulse duration of τ

由式(15)可得,非对称双曲正割脉冲的功率可写为:

$$P(t) = P_{pp} \frac{[\exp(\frac{\ln 3}{4}) + \exp(-\frac{3\ln 3}{4})]^2}{[\exp(\frac{t}{\tau}) + \exp(-\frac{3t}{\tau})]^2}. \quad (16)$$

将式(16)对时间积分,可以得到非对称双曲正割脉冲的能量为:

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} P(t) dt = P_{pp} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{[\exp(\frac{\ln 3}{4}) + \exp(-\frac{3\ln 3}{4})]^2}{[\exp(\frac{t}{\tau}) + \exp(-\frac{3t}{\tau})]^2} dt = \frac{\pi}{8} [\exp(\frac{\ln 3}{4}) + \exp(-\frac{3\ln 3}{4})]^2 P_{pp} \tau, \quad (17)$$

所以非对称双曲正割脉冲的实际峰值功率和标称峰值功率的关系为:

$$P_{pp} = \frac{E}{\tau} \cdot \frac{8}{\pi [\exp(\frac{\ln 3}{4}) + \exp(-\frac{3\ln 3}{4})]^2} \approx 0.827 \frac{E}{\tau} = 0.827 P_p. \quad (18)$$

由式(18)可见,非对称双曲正割脉冲的标称峰值功率比实际峰值功率大 20.9% 左右。

3 非常规脉冲中常用峰值功率公式的误差

对规则的高斯脉冲、双曲正割脉冲、洛仑兹脉冲和非对称双曲正割脉冲来说,由于具有解析的电场表达式,其标称峰值功率与实际峰值功率的关系是确定的。但对于不规则的脉冲来说,则标称峰值功率和实际峰值功率的关系要视具体的脉冲波形而定,两者的数量和大小关系并不确定。这种情形往往出现在激光脉冲的光谱较宽且调制比较剧烈的情形,如文献[13-15]。在我们的实验中也遇到了此种情形。

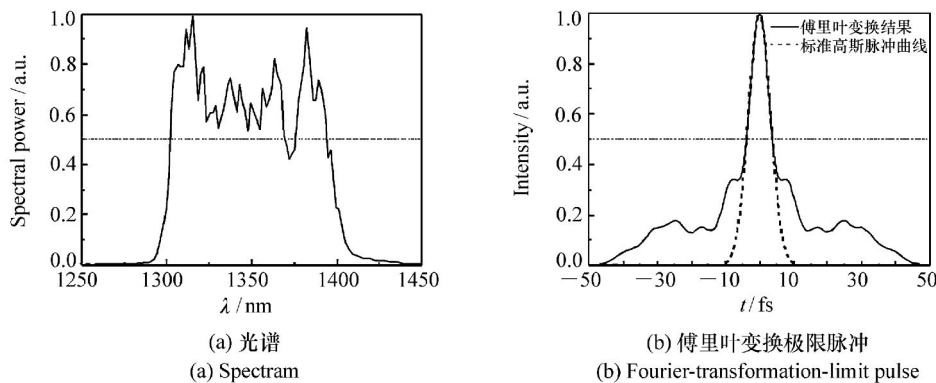


图5 实验光谱及其对应的傅里叶变换极限脉冲

Fig.5 Experimental spectrum and its corresponding Fourier-transformation-limit pulse

图5(a)为超短脉冲光参量振荡器中测得的激光光谱,图5(b)中实线为此光谱对应的傅里叶变换极限脉冲的强度波形。为方便比较,还在图5(b)中用虚线画出了相同脉冲宽度的高斯脉冲的曲线。由图5(b)可以看出,脉冲的包络线不规则,这是由于光谱具有不规则的调制造成的。与脉冲宽度相同的高斯脉冲比较,两者在时间为0左右的部分比较吻合,但不规则脉冲的两翼有明显的台阶,造成脉冲的对比度不高。通过计算两条曲线下的面积,计算了脉冲能量与高斯脉冲能量的比值。不规则脉冲的能量是同等脉冲宽度高斯脉冲能量的2.5倍。因此尽管按照图中所示高斯脉冲和不规则脉冲的脉冲宽度相等,峰值功率也相等,但如果按照式(1)计算则相差较大,实际峰值功率仅有标称峰值功率的40%左右,这是因为实际上脉冲的能量一部分留在两翼,从而削弱了峰值功率。因此对于脉冲时间曲线不规则的超短脉冲,采用公式 $P_p = E/\tau$ 计算峰值功率会具有较大的误差。

4 分析与讨论

由计算结果可见,对于常见的4种规则脉冲, $P_p = E/\tau$ 的计算结果都大于实际峰值功率。按照误差的比例大小顺序分别为:高斯脉冲(6.3%) < 双曲正割脉冲(13.6%) < 非对称双曲正割脉冲(20.9%) < 洛仑兹脉冲(22.1%)。高斯脉冲的误差最小,因此对于与高斯脉冲比较接近的脉冲来说,公式 $P_p = E/\tau$ 具有较高的精度。双曲正割脉冲的也可利用此公式进行计算,但误差较大。

对于脉冲不规则的情况,误差可能很大,不能简单用 $P_p = E/\tau$ 来估算其峰值功率。如果脉冲的强度波形与规则脉冲相比差距较大,可以考虑如下方法精确计算峰值功率,其具体的步骤是:(1)首先采用功率计或能量计测得脉冲的能量 E ;(2)对于皮秒或飞秒量级的脉冲,用自相关仪测

量脉冲的自相关曲线,对于调 Q 脉冲用示波器测量其脉冲包络。求出自相关曲线或包络下面包围的面积 S ,此面积实际与脉冲能量 E 成正比;(3)用自相关曲线上的最大值乘以 E/S 即可得到脉冲的实际峰值功率。对于与标准脉冲偏离较大的不规则的脉冲来说,这样计算的结果将比直接用 $P_p = E/\tau$ 计算的结果更为精确。但是这样计算工作量较大。一个折衷的办法是观察脉冲的自相关曲线与哪种标准脉冲相似(在数据处理中可以通过曲线拟合实现),然后直接通过根据脉冲类型估算实际的峰值功率即可。而在实验中,脉冲通常接近标准的高斯脉冲或者双曲正割脉冲,因此其误差最大不超过13.6%。

对于脉冲宽度小于10 fs的情形,脉冲的自相关曲线并不准确。因此如果采用上述方法计算峰值功率就不够准确了。此时应该首先测量得到脉冲的光谱,然后利用频率分辨光学开关法(FROG)^[16]或者自参考光谱相干电场重建法(SPIDER)^[17]测得脉冲的相位,之后利用光谱强度和相位进行傅里叶变换合成脉冲的时域波形得到其峰值功率即可。

5 结论

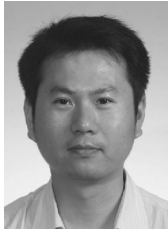
本文针对高斯脉冲、双曲正割脉冲、洛仑兹脉冲、非对称双曲正割脉冲及非常规激光脉冲,对常用峰值功率公式的误差进行了计算,给出了精确计算峰值功率的方法。对常规的高斯脉冲、双曲正割脉冲、洛仑兹脉冲、非对称双曲正割脉冲,常用峰值功率公式的结果比实际峰值功率都要大,其误差分别为6.3%,13.6%,22.1%,20.9%。对非常规的脉冲激光来说,常用的峰值功率公式的结果与实际峰值功率不能确定。在实际操作中,可以根据自相关轨迹与4种脉冲的近似程度估计激光的实际峰值功率。对于近似程度较远的无规则脉冲,需要采用我们提出的方法进行数值计算。

参考文献:

- [1] 张杰. 强场物理—门崭新的学科[J]. 物理, 1997, 26(11): 643-649.

- ZHANG J. High field physics—a brand-new subject[J]. *Physics*, 1997, 26(11):643-649. (in Chinese)
- [2] 范丽仙, 罗晓华, 吴木营, 等. 非相对论粒子高次谐波辐射作为短波长激光的可能性[J]. *发光学报*, 2010, 31(5): 691-696.
- FAN L X, LUO X H, WU M Y, *et al.*. Possibility of higher harmonics radiation of nonrelativistic particles as short wavelength laser[J]. *Chinese J. Luminescence*, 2010, 31(5): 691-696. (in Chinese)
- [3] 蔡禾, 郭雪娇, 和挺, 等. 太赫兹技术及其应用研究进展[J]. *中国光学与应用光学*, 2010, 3(3):210-222.
- CAI H, GUO X J, HE T, *et al.*. Terahertz wave and its new applications[J]. *Chinese J. Opt. and Appl. Opt.*, 2010, 3(3):210-222. (in Chinese)
- [4] 张会, 张卫宇, 徐旺, 等. THz 波段光子晶体带隙影响因素研究[J]. *发光学报*, 2012, 33(8):883-887.
- ZHANG H, ZHANG W Y, XU W, *et al.*. Study on the influencing factors of photonic crystal's band gaps in THz waveband [J]. *Chinese J. Luminescence*, 2012, 33(8):883-887. (in Chinese)
- [5] 任玉, 李付锦, 董旭, 等. 飞秒激光等离子体通道传导能量特性的研究进展[J]. *中国光学*, 2012, 5(2):133-142.
- REN Y, LI F J, DONG X, *et al.*. Research of guiding energy with plasma channel induced by femtosecond laser in air[J]. *Chinese Opt.*, 2012, 5(2):133-142. (in Chinese)
- [6] 高慧, 赵佳宇, 刘伟伟. 超快激光成丝现象的多丝控制[J]. *光学精密工程*, 2013, 21(3):598-607.
- GAO H, ZHAO J Y, LIU W W. Control of multiple filamentation induced by ultrafast laser pulses[J]. *Opt. Prec. Eng.*, 2013, 21(3):598-607. (in Chinese)
- [7] 陈泳屹, 秦莉, 佟存柱, 等. 一种基于布拉格反射波导的表面等离子体激光光源[J]. *发光学报*, 2013, 34(10):1351-1357.
- CHEN Y Y, QIN L, TONG C ZH, *et al.*. A plasmonic laser source based on Bragg reflection waveguide[J]. *Chinese J. Luminescence*, 2013, 34(10):1351-1357. (in Chinese)
- [8] 李志全, 孟靛, 朱君, 等. 双平行圆柱形 MDM 纳米棒等离子体波导的传输特性分析[J]. *发光学报*, 2013, 34(8): 1073-1078.
- LI ZH Q, MENG L, ZHU J, *et al.*. Propagation properties of a plasmonic waveguide with double parallel cylindrical MDM nanorods[J]. *Chinese J. Luminescence*, 2013, 34(8):1073-1078. (in Chinese)
- [0] MOUROU G. The ultrahigh-peak-power laser: present and future[J]. *Appl. Phys. B*, 1997, 65:205-211.
- [10] BACKUS S, DURFEE III C G, MURNANE M M, *et al.*. High power ultrafast lasers[J]. *Rev. Sci. Instrum.*, 1998, 69(3):1207-1223.
- [11] 克希耐尔 W. 固体激光工程[M]. 北京:科学出版社, 2002:414.
- KOECHNER W. *Solid-State Laser Engineering*[M]. Beijing:Science Press, 2002:414. (in Chinese)
- [12] 张志刚. 飞秒激光技术[M]. 北京:科学出版社, 2011:7.
- ZHANG ZH G. *Femtosecond Laser Technology*[M]. Beijing:Science Press, 2011:7. (in Chinese)
- [13] BALTUŠKA A, WEI Z, PSHENICHNIKOV M S, *et al.*. All-solid-state cavity-dumped sub-5-fs laser[J]. *Appl. Phys. B*, 1997, 65:175-188.
- [14] SCHENKEL B, BIEGERT J, KELLER U. Generation of 3.8-fs pulses from adaptive compression of a cascaded hollow fiber supercontinuum[J]. *Opt. Lett.*, 2003, 28(20):1987-1989.
- [15] YAMANE K, ZHANG Z G, OKA K, *et al.*. Optical pulse compression to 3.4 fs in the monocycle region by feedback phase compensation[J]. *Opt. Lett.*, 2003, 28(22):2258-2260.
- [16] TREBINO R, DELONG K W, FITTINGHOFF D N, *et al.*. Measuring ultrashort laser pulses in the time-frequency domain using frequency-resolved optical gating[J]. *Rev. Sci. Instrum.*, 1997, 68(9):3277-3295.
- [17] IACONIS C, WALMSLEY I A. Self-Referencing spectral interferometry for measuring ultrashort optical pulses[J]. *IEEE J. Quantum Electron.*, 1999, 35(4):501-509.

作者简介:



田金荣(1975—),男,山东德州人,博士,副教授,硕士生导师,2005年于中国科学院物理研究所获博士学位,主要从事飞秒激光技术的研究。E-mail:jrtian@bjut.edu.cn



王丽(1958—),女,河南太康人,博士,教授,博士生导师。1988于北京工业大学获得博士学位,主要从事新型激光器件与光学频率变换技术、光纤传感技术与光纤通信中的非线性效应及脉冲激光沉积制备透明氧化物半导体薄膜材料的物性研究。E-mail:Lwang.1@bjut.edu.cn



宋晏蓉(1964—),女,山西太原人,博士,教授,博士生导师。2000年于山西大学获得博士学位,2003年于天津大学博士后出站,主要从事新型光泵半导体激光器、超短脉冲激光器及CPA激光放大器、超快过程及光谱展宽方面的研究。E-mail:yrsong@bjut.edu.cn

向您推荐《液晶与显示》期刊

- 中文核心期刊
- 中国液晶学科和显示技术领域的综合性专业学术期刊
- 中国物理学会液晶分会会刊、中国光学光电子行业协会液晶分会会刊
- 英国《科学文摘》(INSPEC)、美国《化学文摘》(CA)、俄罗斯《文摘杂志》(AJ)、美国《剑桥科学文摘》(CSA)、“中国科技论文统计源期刊”等20余种国内外著名检索刊物和文献数据库来源期刊

《液晶与显示》材料物理和化学、器件制备技术及器件物理、器件驱动与控制、成像技术与图像处理等栏目集中报道国内外液晶学科和显示技术领域最新理论研究、科研成果和创新能力,及时反映国内外本学科领域及产业信息动态,是宣传、展示我国该学科领域和产业科技创新实力与硕果,进行国际交流的平台。其内容丰富,涵盖面广,信息量大,可读性强,是我国专业学术期刊发行量最大的刊物之一。

《液晶与显示》征集有关液晶和各类显示材料及制备方法、材料物理和化学;液晶光学与光子学、生物液晶;液晶显示、有机电致发光显示、等离子体显示、发光二极管显示、电致发光显示、场发射显示、3D显示、微显示、真空荧光显示、电致变色显示及其他新型显示等各类显示器件物理和制作技术;各类显示新型模式和驱动技术、显示技术应用;显示材料和器件的测试方法与技术;各类显示器件的应用;与显示相关的成像技术与图像处理等研究论文。

《液晶与显示》热忱欢迎广大作者、读者广为利用,踊跃投稿和订阅。

地址:长春市东南湖大路3888号

《液晶与显示》编辑部

邮编:130033

电话:(0431)6176059

E-mail:yjyxs@126.com

国内统一刊号:CN 22-1259/04

国际标准刊号:ISSN 1007-2780

国内邮发代号:12-203

国内定价:40元/期

网址:www.yjyxs.com