

基于正解过程的 Risley 棱镜光束指向控制精度分析

张鲁薇*, 王卫兵, 王锐, 王挺峰, 郭劲

(中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所 激光与物质相互作用国家重点实验室, 吉林 长春 130033)

摘要:为了获得 Risley 棱镜系统光束指向控制精度指标设计及性能提升的依据,对系统光束指向控制精度随轴系角度测量精度的非线性变化规律进行了研究。首先,以一级近轴近似矢量合成模型为基础,采用正解方法根据双棱镜方位推导出了出射光束指向的解析表达式;然后,结合单自由度轴系伺服控制经验,通过泰勒级数展开的方式推导出了光束指向控制精度与轴系角度测量精度之间的非线性解析表达式,并由此获得了界定限判据;最后,分别对小偏向角系统和大偏向角系统进行了仿真分析,获得了光束指向控制精度在全视场区域内的变化情况。结果表明,本文研究所得的非线性解析式描述了影响系统光束指向控制精度诸多因素之间的相互关系,能够为 Risley 棱镜光束指向系统的设计及整体性能的优化提供依据。

关键词:光束指向;Risley 棱镜;控制精度;正解;界定限

中图分类号: O439; TH703 **文献标识码:** A **doi:** 10.3788/CO.20171004. 0507

Analysis of beam steering control precision for Risley prisms based on forward solution

ZHANG Lu-wei*, WANG Wei-bing, WANG Rui, WANG Ting-feng, GUO Jin

(State Key Laboratory of Laser Interaction with Matter, Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China)

* Corresponding author, E-mail: zhanglw@ciomp.ac.cn

Abstract: In order to obtain the basis for index design of beam steering control precision and performance improvement for Risley prism system, the nonlinear relationship between Risley prism beam steering control precision and shaft angle measurement precision is investigated. First, based on the first-order paraxial approximation vector synthesis model, the analytical expression of the direction of the outgoing beam is derived from the double prisms position by the forward solution method. And then, based on the servocontrol experience of single degree of freedom shaft, the nonlinear analytical expression between the beam steering control precision and the shaft angle measurement precision is deduced by the Taylor series expansion method, and thus the dividing line criterion is obtained. Finally, the small deflection angle system and the large deflection angle system are simulated and analyzed respectively, and the change of the beam steering control precision over the whole field of view is obtained. Results show that the nonlinear analytical expression derived in this paper represents the relationship among the factors that affect the control precision of the system, which provides the

收稿日期:2017-05-12;修订日期:2017-06-09

基金项目:中国科学院国防科技创新基金项目(No.CXJJ-17-M132)

Supported by National Defense Science and Technology Innovation Fund of Chinese Academy of Sciences (No. CXJJ-17-M132)

basis for the design and optimization of the Risley prism beam steering system.

Key words: beam steering; Risley prism; control precision; forward solution; dividing line

1 引言

Risley 棱镜由两个共轴相邻排列的棱镜组成,两个棱镜绕着共同轴独立旋转实现光束在锥角区域内的任意偏转^[1]。相较于传统的两轴、三轴式光束转向机构,Risley 棱镜具有结构紧凑、响应快、指向精度高、环境适应性好等优势,因而在激光通信、激光雷达、光学稳像、搜索与跟踪、激光三维成像等领域具有广阔的应用前景^[2-5]。根据操作对象的不同,Risley 棱镜的应用主要可以分为光束偏转和视轴偏转两大类^[6]。美国已有多家研究机构研制出了用于机载激光通信、扫描与跟踪等应用的光束指向控制机构,国内国防科技大学研制出了同时具备光束扫描和步进成像两种工作模式的双旋转棱镜样机^[7]。

目前,对于 Risley 棱镜系统的研究主要集中在光束指向机制、扫描模式、精密控制、成像特性、误差分析等方面。在光束指向机制方面,Jeon 等人^[8-14]对于如何获得正向问题与反向问题的近似解与精确解进行了探讨;在扫描模式方面,Gerald F 等人^[15-17]主要研究基于棱镜结构、旋转速度和棱镜初始位置等参数产生不同的扫描轨迹以及如何根据实际应用需求进行扫描模式的选择和优化;在精密控制方面, Sanchez M 等人^[18-20]主要研究伺服控制策略的设计及优化以实现棱镜的高效精密回转控制;在成像特性方面,LI A 等人^[21-23]对 Risley 棱镜引起的光束变形、像差等问题以及如何优化成像性能开展了研究;在误差分析方面,ZHAO Y 等人^[24-25]主要针对器件自身误差、棱镜方位误差、装调误差等误差源对光束指向精度的影响进行了相关分析。上述研究为 Risley 棱镜系统性能的提升及其应用领域的扩展提供了理论依据和方法引导。

光束指向控制精度是评价 Risley 棱镜系统性能的核心指标。然而,目前对于如何设计该指标以及如何综合多因素从整体上对该性能进行优化缺乏相关的理论依据。为了解 Risley 棱镜系统最终的光束指向控制精度和保精度控制的范围,本

文针对光束指向控制精度与轴系角度测量精度之间的非线性关系展开了研究,目前这部分研究内容还未有文献涉及。

本文以一级近轴近似矢量合成正解分析为基础,结合轴系伺服控制经验,推导出了光束指向控制精度的非线性解析式及界定判据,同时对小偏向角系统和大偏向角系统进行了仿真。

2 光束指向矢量合成理论

2.1 物理模型

根据棱镜对光束的偏转原理可知,单个棱镜旋转时将使光束沿等顶角圆锥面成圆周扫描。而当两块棱镜共轴相邻排列组成 Risley 棱镜时,通过两块棱镜独立旋转,可使光束在一定顶角的圆锥面内沿任意方向扫描。当满足一级近轴近似条件时,其扫描的圆锥面半顶角大小为两块单棱镜光束偏向角之和。

图 1 所示的三维空间 Risley 棱镜对光束的偏转对应的平面矢量投影如图 2 所示。Risley 棱镜一级近轴近似矢量合成方法分析如下,其中, δ_1 代表棱镜 1 偏向角, δ_2 代表棱镜 2 偏向角, Φ 和 Θ 分别代表 δ_1 和 δ_2 矢量合成后的偏转角和方位角。起始位置为 $\theta_1 = 0, \theta_2 = 0$, 此时 Φ 为最大值,方向为正 δ_x 。

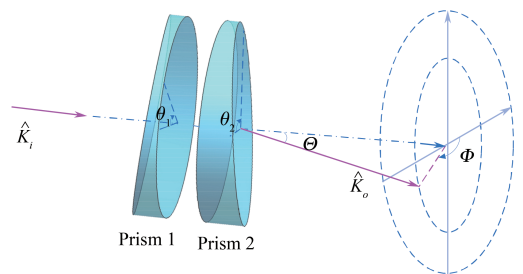


图 1 Risley 棱镜光束偏转三维示意图

Fig. 1 3D schematic diagram of beam steering for Risley prisms

2.2 一级近轴近似矢量合成正解分析

一级近轴近似是基于近轴条件下的薄棱镜近

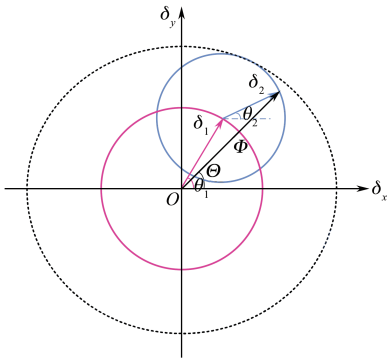


图2 Risley 棱镜光束偏转平面矢量投影示意图

Fig. 2 2D schematic diagram of beam steering for Risley prisms

似。在该近似条件下,认为棱镜对光束的偏向角只与棱镜的顶角和折射率有关,因此棱镜1和棱镜2对光束的偏向角大小可分别表示为:

$$|\delta_1| = A_1(n_1 - 1), \quad (1)$$

$$|\delta_2| = A_2(n_2 - 1), \quad (2)$$

式中, A_1 、 A_2 分别为棱镜1、棱镜2顶角, n_1 、 n_2 分别为棱镜1、棱镜2折射率。

偏转角 Φ 矢量在坐标系 $O\delta_x\delta_y$ 下的分量为:

$$\Phi_x = |\delta_1| \cos \theta_1 + |\delta_2| \cos \theta_2, \quad (3)$$

$$\Phi_y = |\delta_1| \sin \theta_1 + |\delta_2| \sin \theta_2. \quad (4)$$

偏转角 Φ 和方位角 Θ 大小分别为:

$$|\Phi| = \sqrt{\Phi_x^2 + \Phi_y^2} =$$

$$\sqrt{|\delta_1|^2 + |\delta_2|^2 + 2|\delta_1||\delta_2|\cos(\theta_1 - \theta_2)}, \quad (5)$$

$$\tan(|\Theta|) = \frac{\Phi_y}{\Phi_x} = \frac{|\delta_1| \sin \theta_1 + |\delta_2| \sin \theta_2}{|\delta_1| \cos \theta_1 + |\delta_2| \cos \theta_2}. \quad (6)$$

为了便于分析,进一步假设两块棱镜具有相同的顶角和材料,因此有:

$$A = A_1 = A_2, \quad (7)$$

$$n = n_1 = n_2, \quad (8)$$

$$|\delta| = |\delta_1| = |\delta_2| = A(n - 1). \quad (9)$$

由此可知其对应的偏转角 Φ 和方位角 Θ 仅与两块棱镜的旋转角度 θ_1 、 θ_2 有关,可分别简化为:

$$|\Phi| = |\delta| \sqrt{2[1 + \cos(\theta_1 - \theta_2)]} = 2|\delta| \left| \cos\left(\frac{\theta_1 - \theta_2}{2}\right) \right|, \quad (10)$$

$$\tan(|\Theta|) = \frac{\sin \theta_1 + \sin \theta_2}{\cos \theta_1 + \cos \theta_2} = \tan\left(\frac{\theta_1 + \theta_2}{2}\right). \quad (11)$$

推导式(11)过程中,可以发现 Risley 棱镜系统全区域控制过程中存在奇异点,数学描述为:

$$\cos\left(\frac{\theta_1 - \theta_2}{2}\right) = 0. \quad (12)$$

结合实际考虑棱镜1和棱镜2独立可旋转的范围均为 $\theta_1, \theta_2 \in [-\pi, \pi]$,则存在奇异点:

$$\theta_1 - \theta_2 = \pm \pi. \quad (13)$$

其对应的物理意义为当棱镜1和棱镜2斜面平行放置时,即光束经过 Risley 棱镜指向不偏转处为控制的奇异点,如图3所示。

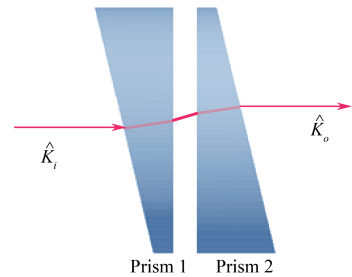


图3 奇异点:光束不偏转

Fig. 3 No deflection of the incoming beam at the singularity

3 光束指向控制精度分析

3.1 单自由度轴系伺服控制精度分析

根据电机伺服控制系统工程经验可知,对于具体系统,通过闭环伺服控制算法设计可获得一定的闭环伺服控制系统带宽,进而可对一定的运动信号达到要求的保精度控制。Risley 棱镜一般采用电机直驱传动形式来控制光束指向。轴系的闭环控制是决定 Risley 棱镜光束指向精度的重要因素。轴系的闭环控制精度一般与运动信号状态、系统装配误差、控制系统误差等因素相关,须结合实际系统进行具体分析。轴系闭环控制精度的理论极限为轴系角度测量精度,探讨轴系角度测量精度与光束指向控制精度的关系,具有更为普遍的研究价值。以此为依据,结合 Risley 棱镜工作特点,本文开展了轴系角度测量精度与光束指向控制精度关系的相关研究。

3.2 Risley 棱镜光束指向控制精度分析

通过对式(10)、式(11)数学求导可间接获得 Risley 棱镜旋转过程中轴系角度测量精度对光束指向控制精度的影响。上面讨论已经对 Risley 棱镜做了简化约束,即认为 δ 只与棱镜顶角和折射率有关,而与入射角度和棱镜方位无关。因此光束指向控制精度只与棱镜 1 和棱镜 2 的旋转角度 θ_1 和 θ_2 有关。如果选择单一变量 θ_1 或 θ_2 进行研究,可分别获得其对光束指向控制精度的影响规律,但是需要采用分步遍历的方式进行分析,较为复杂,且独立分析 θ_1 和 θ_2 对光束指向控制精度的影响不利于整体规律的揭示。

考虑到上述原因,为同时获得棱镜 1 和棱镜 2 轴系角度测量精度 $\Delta\theta_1$ 和 $\Delta\theta_2$ 与光束偏转指向控制精度 $\Delta|\Phi|$ 之间的关系,本文对 $|\Phi|$ 进行泰勒级数展开,如下所示:

$$\begin{aligned} & |\Phi(\theta_1 + \Delta\theta_1, \theta_2 + \Delta\theta_2)| = \\ & |\Phi(\theta_1, \theta_2)| + \frac{\partial\Phi}{\partial\theta_1}\Delta\theta_1 + \frac{\partial\Phi}{\partial\theta_2}\Delta\theta_2 + \\ & \frac{1}{2}\frac{\partial^2\Phi}{\partial\theta_1^2}\Delta\theta_1^2 + \frac{1}{2}\frac{\partial^2\Phi}{\partial\theta_2^2}\Delta\theta_2^2 + \\ & \frac{\partial^2\Phi}{\partial\theta_1\partial\theta_2}\Delta\theta_1\Delta\theta_2 + \dots \end{aligned} \quad (14)$$

由于轴系角度测量精度 $\Delta\theta_1$ 和 $\Delta\theta_2$ 为小量,因此可以忽略高阶项,从而得到:

$$\begin{aligned} \Delta|\Phi| &= |\Phi(\theta_1 + \Delta\theta_1, \theta_2 + \Delta\theta_2)| - \\ & |\Phi(\theta_1, \theta_2)| = \frac{\partial\Phi}{\partial\theta_1}\Delta\theta_1 + \frac{\partial\Phi}{\partial\theta_2}\Delta\theta_2. \end{aligned} \quad (15)$$

根据式(10)求得 $\frac{\partial\Phi}{\partial\theta_1}$ 和 $\frac{\partial\Phi}{\partial\theta_2}$ 后,最终得到

$\Delta|\Phi|$ 与 $\Delta\theta_1$ 和 $\Delta\theta_2$ 之间满足如下关系式:

$$\Delta|\Phi| = \pm 2|\delta| \sin\left(\frac{\theta_1 - \theta_2}{2}\right) \left(\frac{\Delta\theta_1 - \Delta\theta_2}{2}\right). \quad (16)$$

根据式(11)可知,光束方位角 Θ 与两块棱镜的旋转角度 θ_1 和 θ_2 的关系为 $|\Theta| = \frac{\theta_1 + \theta_2}{2}$, 因此容易得到 $\Delta|\Theta|$ 与 $\Delta\theta_1$ 和 $\Delta\theta_2$ 的关系式

$$\Delta|\Theta| = \frac{\Delta\theta_1 + \Delta\theta_2}{2}. \quad (17)$$

假设两棱镜完全相同,其旋转角度测量精度

均为 $\Delta\theta$, 因此可以得到如下不等式:

$$\Delta|\Phi| \leq 2|\delta| \left| \sin\left(\frac{\theta_1 - \theta_2}{2}\right) \right| \Delta\theta, \quad (18)$$

$$\Delta|\Theta| \leq \Delta\theta. \quad (19)$$

从式(18)可知偏转指向控制精度 $\Delta|\Phi|$ 与 $\Delta\theta$ 的关系取决于棱镜 1 和棱镜 2 旋转角度偏差 $(\theta_1 - \theta_2)$ 和单个棱镜光束偏向角 δ 的大小。在不同区域偏转指向控制精度或低于或高于轴系角度测量精度,其界限取决于:

$$2|\delta| \left| \sin\left(\frac{\theta_1 - \theta_2}{2}\right) \right| = 1. \quad (20)$$

根据式(20)及式(10),可知界限所对应的视场区域为圆,且在全视场范围内,在任一以视轴中心为圆心的圆周上每一点具有相同的光束指向控制精度。

从式(19)可知 Risley 棱镜光束方位指向控制精度 $\Delta|\Theta|$ 与角度传感器测量精度 $\Delta\theta$ 相同,由于两者关系简单直观,因而在下文中不再对 $\Delta|\Theta|$ 与 $\Delta\theta$ 关系展开详细讨论。

4 光束指向控制精度仿真分析

4.1 仿真计算

光束偏转指向控制精度与单棱镜对光束的偏向角有关,因此分为小偏向角系统和大偏向角系统两种情况进行讨论分析。大偏向角系统不满足近轴近似条件,与小偏向角系统相比,采用上述方法计算光束指向控制精度会存在一定的偏差,但不影响大偏向角系统光束指向控制精度整体规律的描述。

4.1.1 小偏向角系统

设定棱镜顶角 15° , 材料为 k9 (在 550 nm 处折射率为 1.518 10), 根据式(9)计算可得 $|\delta| = 0.136$ rad。

根据式(18)绘制 $\frac{\Delta|\Phi|}{\Delta\theta}$ 随 $(\theta_1 - \theta_2)$ 非线性变化的关系曲线如图 4 所示(奇异点除外)。

从图 4 可以看出, $\frac{\Delta|\Phi|}{\Delta\theta}$ 随 $(\theta_1 - \theta_2)$ 按照正弦曲线变化,在视轴中心附近区域(视轴中心为奇异点)光束偏转指向控制精度最差,而在视场边缘处指向控制精度最佳。由于偏向角较小,整个

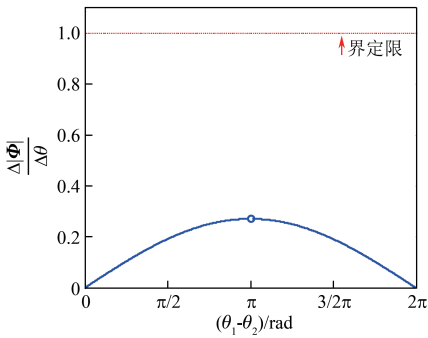


图4 小偏向角系统 $\frac{\Delta|\Phi|}{\Delta\theta}$ 随 $(\theta_1-\theta_2)$ 变化曲线

Fig. 4 Curve of $\frac{\Delta|\Phi|}{\Delta\theta}$ with $(\theta_1-\theta_2)$ in small deflection system

视场范围内光束偏转指向控制精度都优于轴系角度测量精度,从而可知,对于小偏向角系统,在全视场区域内可以获得较高的光束指向控制精度。

4.1.2 大偏向角系统

棱镜顶角 15° , 材料为 Ge (在 $4\ \mu\text{m}$ 处折射率为 4.025 06), 此时 $|\delta| = 0.792\ \text{rad}$, 获得 $\frac{\Delta|\Phi|}{\Delta\theta}$ 随 $(\theta_1-\theta_2)$ 的非线性变化曲线如图 5 所示 (奇异点除外)。

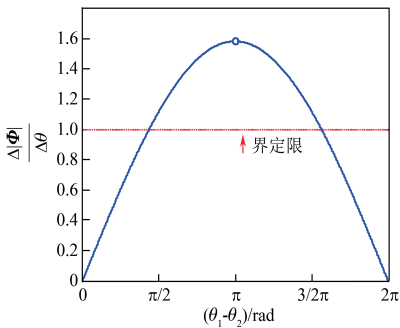


图5 大偏向角系统 $\frac{\Delta|\Phi|}{\Delta\theta}$ 随 $(\theta_1-\theta_2)$ 变化曲线

Fig. 5 Curve of $\frac{\Delta|\Phi|}{\Delta\theta}$ with $(\theta_1-\theta_2)$ in large deflection angle system

根据图 5 中实际变化曲线与界定限的交点,通过计算可获得 Risley 棱镜系统工作过程中光束偏转指向控制精度或低于或高于轴系角度测量精度的相应视场区域。由于该曲线关于 $\theta_1-\theta_2 = \pi$ 对称,而 $\theta_1-\theta_2 = a$ 与 $\theta_1-\theta_2 = 2\pi-a$ 实际对应的视

场区域一致,因而只对图 5 中的 $(\theta_1-\theta_2) \in [0, \pi)$ 部分展开讨论。

根据式 (20) 和式 (10),求得界定限对应 $\theta_1-\theta_2 = 1.367\ \text{rad}$, 界定限处光束指向偏转角为 $|\Phi| = 1.228\ \text{rad}$ 。

根据上述计算结果,绘制图 6,从图中可以看到视轴中心为奇异点,圆锥半角为 $1.228\ \text{rad}$ 区域内光束偏转指向控制精度低于轴系角度测量精度。而在圆锥半角为 $1.228\ \text{rad}$ 至 $1.584\ \text{rad}$ 范围内所对应的视场区域光束偏转指向控制精度高于轴系角度测量精度。

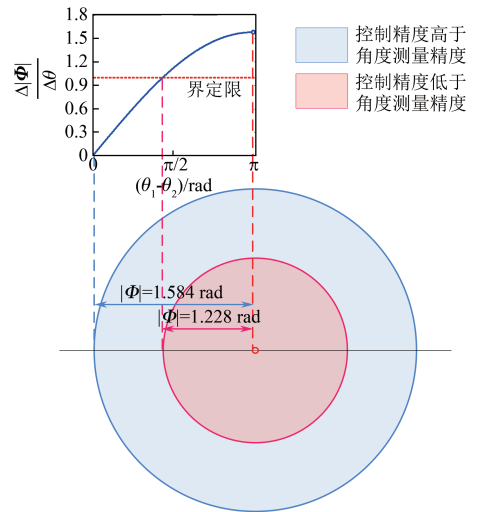


图6 界定限所对应的视场区域

Fig. 6 Field of view corresponding to the dividing line

4.2 分析讨论

从上述仿真计算结果可以看出,不同的 Risley 棱镜光束指向系统具有不同的光束指向控制精度。小偏向角系统的光束指向控制精度整体上优于大偏向角系统。式 (18) 实际是一个对系统光束指向控制精度有影响的诸多因素相互关联的关系式,包括折射率、棱镜顶角、轴系角度测量精度等。通过式 (18) 和式 (19),可以获得全视场区域内光束指向控制精度,为 Risley 棱镜光束指向系统设计时的性能指标提供参考。此外,可以获得光束指向控制精度在整个视场区域内的非线性变化情况以及相关影响因素,以此为依据对系统进行设计和优化。

本文所讨论的光束指向控制精度为理论极限,在实际工程应用中,可以针对具体系统的特

性,设定合理的系数,获得适用于实际系统的光束指向控制精度,也可以根据实际系统性能要求设计界定判据来获得相应的保精度控制范围。

5 结 论

本文针对 Risley 棱镜光束指向系统的非线性工作特点,基于一级近轴近似矢量合成模型及正

解分析方法,并结合伺服控制系统经验,通过进一步数学处理,获得了光束指向控制精度与轴系角度测量精度之间的非线性解析表达式。此外,针对小偏向角系统和大偏向角系统分别进行了仿真计算分析。本文研究结果为 Risley 棱镜光束指向控制精度指标的设计提供了理论依据,也为光束指向系统的设计和优化提供了指导,具有一定的工程实用价值。

参考文献:

- [1] MARSHALL G F, STUTZ G E. *Handbook of Optical and Laser Scanning*[M]. Boca Raton: CRC Press, 2011.
- [2] SCHWARZE C R, VAILLANCOURT R, CARLSON D, et al.. Risley- prism based compact laser beam steering for IRCM, laser communications, and laser radar[EB/OL]. [2016-11-16]. <http://www.optra.com/images/TP-Compact-Beam-Steering.pdf>
- [3] SCHUNDLER E, CARLSON D, VAILLANCOURT R, et al.. Compact, wide field DRS explosive detector[C]. *Chemical, Biological, Radiological, Nuclear, and Explosives (CBRNE) Sensing XII*, IEEE, Orlando, USA, April 25, 2011: 801810.
- [4] DIXON J, ENGEL J R, SCHWARZE C. Risley prism universal pointing system (RPUPS)[J]. *SPIE*, 2015, 9579: 95790B.
- [5] SCHWARZE C. A new look at Risley prisms[J]. *Photonics Spectra*, 2006, 40(6): 67-70.
- [6] 范大鹏, 周远, 鲁亚飞, 等. 旋转双棱镜光束指向控制技术综述[J]. *中国光学*, 2013, 6(2): 136-150.
FAN D P, ZHOU Y, LU Y F, et al.. Overview of beam steering technology based on rotational double prisms[J]. *Chinese Optics*, 2013, 6(2): 136-150. (in Chinese)
- [7] 洪华杰, 周远, 陶忠, 等. Risley 棱镜在光学侦察中的应用[J]. *应用光学*, 2014, 35(2): 179-187.
HONG H J, ZHOU Y, TAO ZH, et al.. Application of risley prism on optical reconnaissance[J]. *Journal of Applied Optics*, 2014, 35(2): 179-187. (in Chinese)
- [8] JEON Y G. Generalization of the first-order formula for analysis of scan patterns of Risley prisms[J]. *Optical Eng.*, 2011, 50(11): 113002.
- [9] 周远, 鲁亚飞, 黑沫, 等. 旋转双棱镜光束指向解析解[J]. *光学精密工程*, 2013, 21(6): 1373-1379.
ZHOU Y, LU Y F, HEI M, et al.. Analytic solution of optical beam steering based on rotational double prisms[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2013, 21(6): 1373-1379. (in Chinese)
- [10] 周远, 鲁亚飞, 黑沫, 等. 旋转双棱镜光束指向的反向解析解[J]. *光学精密工程*, 2013, 21(7): 1693-1700.
ZHOU Y, LUY F, HEI M, et al.. Analytical inverse solutions for rotational double prism beam steering[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2013, 21(7): 1693-1700. (in Chinese)
- [11] LI Y. Third-order theory of the Risley-prism-based beam steering system[J]. *Appl. Opt.*, 2011, 50(5): 679-686.
- [12] LI J. High precision pointing system based on Risley prism: analysis and simulation[J]. *SPIE*, 2015, 9255: 925511
- [13] LI A, SUN W, YI W. An overview of inverse solution expressions for Risley-prism-based scanner[J]. *SPIE*, 2016, 9947: 99470Z.
- [14] LI A H, LIU X SH, SUN W S. Forward and inverse solutions for three-element Risley prism beam scanners[J]. *Opt. Express*, 2017, 25(7): 7677-7688.
- [15] GERALD F, MARSHALL. Risley prism scan patterns[J]. *SPIE*, 1999, 3787: 74-86.
- [16] SCHITEA A, DUMA V F. Modeling of Risley prisms devices for exact scan patterns[J]. *SPIE*, 2013, 8789: 878912.
- [17] LU Y F, ZHOU Y, HEI M, et al.. Frame frequency prediction for Risley-prism-based imaging laser radar[J]. *Appl. Opt.*, 2014, 53(16): 3556-3564.
- [18] SANCHEZ M, GUTOW D. Control laws for a three-element Risley prism optical beam pointer[J]. *SPIE*, 2006, 6304: 630403.

- [19] GARCIA-TORALES G, FLORES J L, MUNOZ R X. High precision prism scanning system [J]. *SPIE*, 2007, 6422: 64220X.
- [20] LU W, LIU L R, SUN J F. Control loop analysis of the complex axis in satellite laser communications [J]. *SPIE*, 2010, 7814: 781410.
- [21] LI A, ZUO Q, SUN W, *et al.*. Beam distortion of rotation double prisms with an arbitrary incident angle [J]. *Appl. Opt.*, 2016, 55(19): 5164-5171.
- [22] SANGHERA J S. Broadband beam steering using chalcogenide-based Risley prisms [J]. *Optical Eng.*, 2011, 50(50): 103-108.
- [23] WEBER D C, TROLINGER J D, NICHOLS R G, *et al.*. Diffractively corrected Risley prism for infrared imaging [J]. *SPIE*, 2000, 4025: 79-86.
- [24] ZHAO Y, YUAN Y. First-order approximation error analysis of Risley-prism-based beam directing system [J]. *Appl. Opt.*, 2014, 53(34): 8020-8031.
- [25] ZHANG H, YUAN Y, SU L, *et al.*. Beam steering uncertainty analysis for Risley prisms based on Monte Carlo simulation [J]. *Opt. Eng.*, 2017, 56(1): 014105.

作者简介:



张鲁薇(1988—),女,浙江杭州人,硕士,研究实习员,2014年于浙江大学获得硕士学位,主要从事激光应用技术方面的研究。E-mail: zhanglw@ciomp.ac.cn