

信息光学视角下菲涅耳双棱镜干涉的研究

张颖涛,李洪国*

(天津理工大学理学院,天津 300384)

摘要:菲涅耳双棱镜干涉在相衬成像和全息显微术中具有重要应用。为了促进其应用,本文从信息光学角度研究双棱镜干涉,首先利用光场与脉冲响应函数之间的关系,理论导出了菲涅耳双棱镜干涉条纹强度公式,分析并讨论了狭缝缝宽及狭缝到双棱镜距离对菲涅耳双棱镜干涉条纹的影响,狭缝宽度大于0.1 mm时,干涉条纹分辨率变差。接着给出了改变狭缝宽度(变化量为0.08 mm)和改变狭缝到双棱镜的距离(从8 cm变化到12 cm)的实验结果,理论分析和实验结果一致。该结果有助于促进菲涅耳双棱镜干涉在相衬成像等领域的应用。

关键词:菲涅耳双棱镜干涉;双缝干涉;脉冲响应函数

中图分类号:O438.2 文献标识码:A doi:10.3788/CO.20191201.0122

Investigation of Fresnel biprism interference from the perspective of information optics

ZHANG Ying-tao, LI Hong-guo*

(School of Science, Tianjin University of Technology, Tianjin 300384, China)

* Corresponding author, E-mail: lihongguo@tjut.edu.cn

Abstract: It was recently found that Fresnel biprism interference has applications in phase contrast imaging and digital holographic microscopy. In order to promote these applications and understand their physics, Fresnel biprism interference is investigated in information optics. Firstly, the relationship between optical field and impulse response function is analyzed, then a formula for measuring the intensity of Fresnel biprism interference is derived. The influence of single-slit width and the distance between the single-slit and the biprism on the quality of an interference pattern are theoretically analyzed from the perspective of information optics. It was found that the resolution of the interference fringe becomes worse as the slit-width exceeds 0.1 mm. Then, by changing the slit width (by 0.08 mm) and the distance between the biprism and the slit (by 8 cm to 12 cm) in accordance with the developed experiment scheme, the observed experimental results are consistent with theoretical analysis. These results could help deepen our understanding of phase contrast imaging based on Fresnel biprism interference.

Key words: Fresnel biprism interference; double-slit interference; impulse response function

收稿日期:2018-06-29;修订日期:2018-08-20

基金项目:国家自然科学基金项目(No. 11604243);天津市自然科学基金项目(No. 16JCQNJC01600)

Supported by National Natural Science Foundation of China (No. 11604243); Natural Science Foundation of Tianjin (No. 16JCQNJC01600)

1 引言

19世纪初,英国物理学家托马斯·杨实现了双缝干涉,实验上观察到明暗相间的干涉条纹,并测定了光的波长。杨氏双缝干涉实验是物理学中最基本、最重要的实验之一,有助于人们理解光的波粒二向性。与杨氏双缝干涉类似的双棱镜干涉由法国物理学家菲涅耳于1826年实现^[1]。菲涅耳双棱镜干涉也是物理学中一个重要实验。国内前期双棱镜干涉实验研究中主要是关于双棱镜的放置方式^[2]、虚光源间距的测量方法^[3]、装置调节方法^[4]。国际上最近几年关于双棱镜干涉的应用涉及光场的相位和波动性,2013年,Ana Doblas等人研究了菲涅耳双棱镜的周期干涉条纹的轴向谐振效应^[5]。2017年,Frédéric Chaussard等人研究了双棱镜时域双光波干涉^[6]。2018年, Samira Ebrahimi等人研究了基于双棱镜干涉的相衬成像^[7]。另外,A. Anand等人研究了双棱镜干涉在数字全息显微术中的应用^[8]。为了进一步扩大菲涅耳双棱镜干涉在全息显微相衬成像中应用和理解其中的物理机制,本文从信息光学角度,基于光场和光学系统的脉冲响应函数之间关系研究菲涅耳双棱镜干涉,首先进行菲涅耳双棱镜干涉理论分析,接着给出实验结果,最后进行总结。

2 菲涅耳双棱镜干涉理论分析

2.1 双棱镜干涉条纹强度

菲涅耳双棱镜干涉的实验装置示意图如图1所示,钠光灯与双棱镜之间放置一狭缝以形成缝光源 S ^[9],在接收屏(接收屏与双棱镜之间的距离要足够远)上可以看到交叠区形成的明暗相间的干涉条纹。设光传播为纵向记为 z 轴;与光传播方向垂直的平面为横向记为 x, y 轴。为了讨论方便,在接下来推导中只考虑横向一维 x 轴。狭缝的透过率函数为^[9]:

$$T(x_1) = \begin{cases} 1 & |x_1| < \frac{b}{2} \\ 0 & |x_1| > \frac{b}{2} \end{cases}, \quad (1)$$

其中, x_1 为狭缝的横向坐标, b 为狭缝的缝宽。

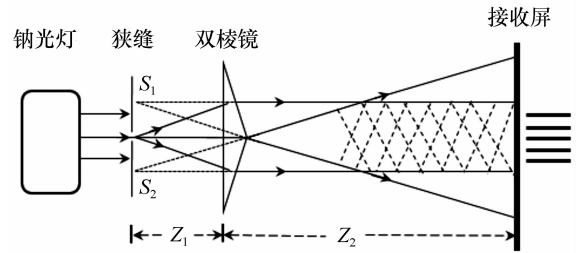


图1 菲涅耳双棱镜干涉示意图

Fig. 1 Scheme of Fresnel biprism interference

考虑双棱镜引起的人射光相位变化后,则可将双棱镜的透过率函数写为^[6]:

$$T(x_2) = \begin{cases} \exp[ik(n-1)\beta x_2] & -\frac{a}{2} < x_2 < 0 \\ \exp[-ik(n-1)\beta x_2] & 0 < x_2 < \frac{a}{2} \end{cases}, \quad (2)$$

其中, x_2 为双棱镜的横向坐标, n 为双棱镜的折射率, a 和 β 分别表示双棱镜的底边长和底角, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ 为光的波数, λ 为光的波长。

根据信息光学中的菲涅耳衍射理论可知从狭缝到双棱镜自由传播的脉冲响应函数为^[10]:

$$h(x_2, x_1) = \sqrt{\frac{k}{2\pi z_1}} \exp\left[-i\frac{\pi}{4} + ik\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + z_1^2}\right], \quad (3)$$

其中, z_1 为狭缝与双棱镜之间的距离。

考虑近轴近似 $|x_2 - x_1| \ll z_1$,则 $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + z_1^2} \approx z_1 + \frac{(x_2 - x_1)^2}{2z_1}$,将其代入上式得:

$$h(x_2, x_1) = \sqrt{\frac{k}{2\pi z_1}} \exp\left[-i\frac{\pi}{4} + ikz_1 + \frac{ik}{2z_1}(x_2 - x_1)^2\right], \quad (4)$$

同理可得双棱镜到接收屏的脉冲响应函数为:

$$h(x, x_2) = \sqrt{\frac{k}{2\pi z_2}} \exp\left[-i\frac{\pi}{4} + ikz_2 + \frac{ik}{2z_2}(x - x_2)^2\right], \quad (5)$$

其中, z_2 为双棱镜与接收屏之间的距离。

再由脉冲响应函数的级联性质, 可得从缝光源到接收屏的脉冲响应函数为

$$h(x, x_1) = \int T(x_1) h(x_2, x_1) T(x_2) h(x, x_2) dx_2 = \frac{k}{2\pi\sqrt{z_1 z_2}} \exp\left[-i\frac{\pi}{2} + ik(z_1 + z_2)\right] \times \int T(x_1) T(x_2) \exp\left[i\frac{k}{2z_1}(x_2 - x_1)^2 + i\frac{k}{2z_2}(x - x_2)^2\right] dx_2, \quad (6)$$

$$I(x) = |E(x)|^2 = \frac{1}{4\pi(z_1 + z_2)} \left| \int T(x_1) \exp\left[-ik\frac{x_1^2}{2(z_1 + z_2)} - ik\frac{xx_1}{z_1 + z_2} - ik\frac{z_1}{z_1 + z_2}(n-1)\beta x - ik\frac{z_2}{z_1 + z_2}(n-1)\beta x_1\right] dx_1 + \int T(x_1) \exp\left[-ik\frac{x_1^2}{2(z_1 + z_2)} - ik\frac{xx_1}{z_1 + z_2} + ik\frac{z_1}{z_1 + z_2}(n-1)\beta x + ik\frac{z_2}{z_1 + z_2}(n-1)\beta x_1\right] dx_1 \right|^2. \quad (8)$$

考虑实现双棱镜干涉需要远场即狭缝到接收屏的距离要足够远, 忽略上式中 x_1 的二次项, 将

$$I(x) = |E(x)|^2 = \frac{kb^2}{32\pi(z_1 + z_2)} \left| \operatorname{sinc}\left[\frac{kbx}{2(z_1 + z_2)} + \frac{kbz_2}{2(z_1 + z_2)}(n-1)\beta\right] \cdot \left[\exp\left[-ik\frac{z_1}{z_1 + z_2}(n-1)\beta x\right] + \operatorname{sinc}\left[\frac{kbx}{2(z_1 + z_2)} - \frac{kbz_2}{2(z_1 + z_2)}(n-1)\beta\right] \cdot \exp\left[ik\frac{z_1}{z_1 + z_2}(n-1)\beta x\right] \right|^2. \quad (9)$$

2.2 干涉条纹模拟和分析

为了更直观展示双棱镜干涉条纹和讨论狭缝宽度对干涉条纹的影响, 根据公式(9), 利用 Matlab 模拟了不同狭缝宽度条件下干涉条纹强度随横向位置的变化, 如图2所示。其中一维图纵坐标为条纹强度相对于其最大值的归一化强度 I/I_m , 图2(a)、2(b)和2(c)选取的狭缝缝宽分别为 $b=0.02\text{ mm}$ 、 $b=0.04\text{ mm}$ 和 $b=0.1\text{ mm}$, 选取的其他参数为 $\lambda=589.3\text{ nm}$, $n=1.52$, $\beta=0.0131$, $z_1=10\text{ mm}$, $x_2=640\text{ mm}$ 。本文用放置在钠光灯和双棱镜之间狭缝的缝宽(缝光源宽度)来表征光源的空间相干性(缝宽越小, 光源的空间相干性越好)。由图2可以看出, 随着缝光源缝宽的增加即光源的空间相干性变差, 干涉条纹的分辨率变差。究其原因干涉条纹是从缝光源发出的光在相遇区相干叠加形成的, 而来自缝光源不同横

设光源在狭缝处初始光场为 E_0 , 则由光场与脉冲响应函数关系, 可得接收屏上的光场分布为:

$$E(x) = \int E_0 h(x, x_1) dx_1. \quad (7)$$

将公式(2)和(6)代入上式(7), 考虑实际双棱镜横向尺寸较大以致于衍射效应可以忽略, 从而将 x_2 的积分区间由 $-\frac{a}{2} \sim 0$ 和 $0 \sim \frac{a}{2}$ 改为 $-\infty \sim 0$ 和 $0 \sim \infty$, 然后对公式(7)积分可得接收屏上的光强分布为:

公式(1)代入公式(8)积分, 可得接收屏上的干涉条纹强度为:

向位置的光在接收屏上形成的干涉条纹位置不同, 导致叠加以后分辨率变差, 缝宽越大条纹分辨率越差。这一特点可用于指导实验中光路调整, 即开始时可以将狭缝缝宽调大一些, 这样用于观察干涉条纹的测微目镜中视场较亮, 看到如图2(b)或2(c)中的条纹, 然后逐渐减小狭缝的缝宽直到看到如图2(a)中清晰的干涉条纹为止。

为了分析狭缝到双棱镜的距离 z_1 对干涉条纹的影响, 模拟了干涉条纹在不同 z_1 下的分布情况, 结果如图3所示。图3(a)、3(b)和3(c)对应的 z_1 分别为 10、20 和 30 mm, 其他参数为: $z_1 + z_2 = 650\text{ mm}$ 保持不变, 缝宽 $b=0.02\text{ mm}$, 其它与图2相同。由图3可看出随着 z_1 的增加, 条纹间距变小, 但条纹可见度变化不大, 这一结果可通过接下来讨论的双棱镜干涉与双缝干涉的等效性来理解。

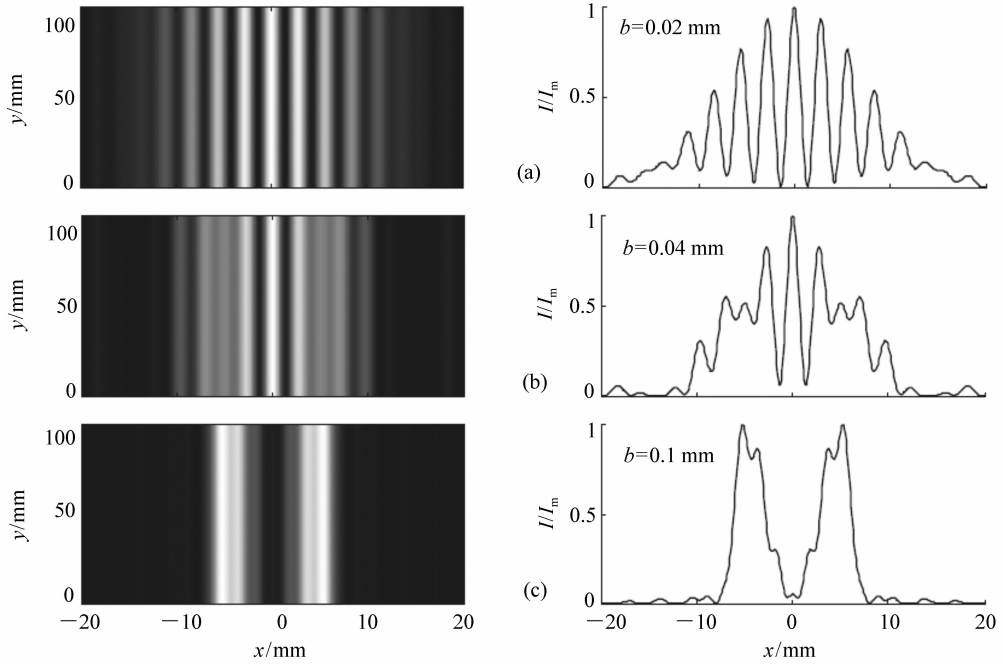


图 2 不同缝光源宽度条件下的菲涅耳双棱镜干涉条纹,右列为左列对应的一维图

Fig.2 Interference fringes of Fresnel biprism under different widths of slit light source, (Left Column:Two-Dimensional Patterns, Right Column:the corresponding 1D fringes)

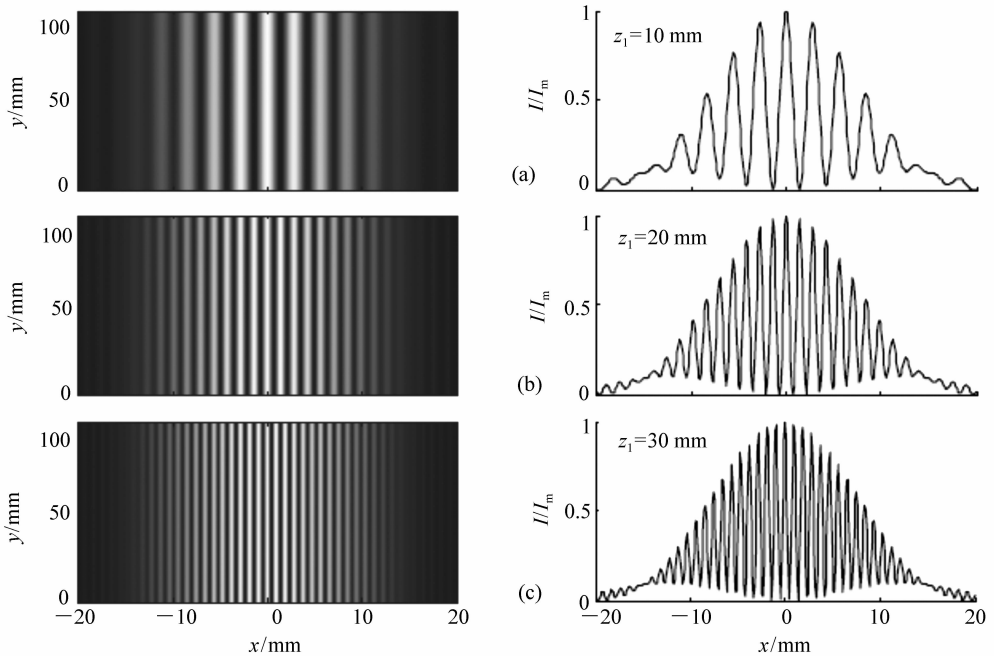


图 3 不同 z_1 (狭缝到双棱镜的距离) 条件下的干涉条纹,右列为左列对应的一维图

Fig.3 Interference fringes of Fresnel biprism under different z_1 (the distance between single-slit and biprism), (Left Column:Two-Dimensional Patterns, Right Column:the corresponding 1D fringes)

下面分析双棱镜干涉与杨氏双缝干涉的等效性。如果忽略公式(9)中与条纹位置无关的常数

项 $\pm \frac{kbz_2(n-1)\beta}{2(z_2+z_1)}$, 进一步简化可得到干涉条纹的

$$I(x) = |E(x)|^2 = \frac{b^2}{\lambda(z_2+z_1)} \text{sinc}^2\left[\frac{\pi b}{\lambda(z_2+z_1)}x\right] \cos^2\left[\frac{2\pi z_1(n-1)\beta}{\lambda(z_2+z_1)}x\right]. \quad (10)$$

为了分析忽略公式(9)中与条纹位置无关的常数项的合理性, 本文根据公式(9)和公式(10), 用 Matlab 程序分别画出了干涉条纹分布如图4(a)和4(b)所示, 其中选取的缝宽为 $b=0.02 \text{ mm}$, 其它参数设置与图2相同。由图4可以看出干涉公式中常数项忽略与否, 不影响条纹的分布和间距, 只是含有常数项时, 在图4(a)干涉条纹分布中贡献一个背景; 没有常数项时, 干涉条纹分布没有背景如图4(b)所示。因此接下来用公式(10)来类比双缝干涉, 得到条纹间距。

公式(10)与描述双缝干涉条纹的公式一致^[8]。由公式(9)和(10)可知: 双棱镜干涉是由缝光源发出的光经双棱镜后波阵面被分为两部分, 两部分光束在交叠区相干叠加形成的, 其中 $\text{sinc}^2\left[\frac{\pi b}{(z_2+z_1)\lambda}x\right]$ 项描述了干涉条纹整体包络, $\cos^2\left[\frac{2\pi z_1(n-1)\beta}{\lambda(z_2+z_1)}x\right]$ 项描述了干涉条纹的周期,

强度分布为:

所以相邻明条纹或暗条纹的间距为 $\frac{(z_2+z_1)}{2z_1(n-1)\beta}\lambda$, 这即为双棱镜干涉在相衬成像中应用的基础^[7]。由条纹间距公式还可知双棱镜干涉等效于缝间距 $d=2z_1(n-1)\beta$ 、缝宽为 b 的双缝干涉, 并且 z_1 越大, 等效缝间距越大, 则条纹间距越小, 图3模拟结果与此一致。这里通过信息光学方法获得的等效条纹间距公式与传统几何方法得到的结果一致, 但是该方法与几何方法相比有如下优势: 即可得到干涉条纹的强度分布公式, 从而分析光源相干性和光源到双棱镜的距离对干涉条纹质量的影响, 也可以分析干涉条纹强度公式的常数背景项对干涉条纹对比度的影响。这些分析结果对于双棱镜干涉在相衬成像应用具有重要意义。

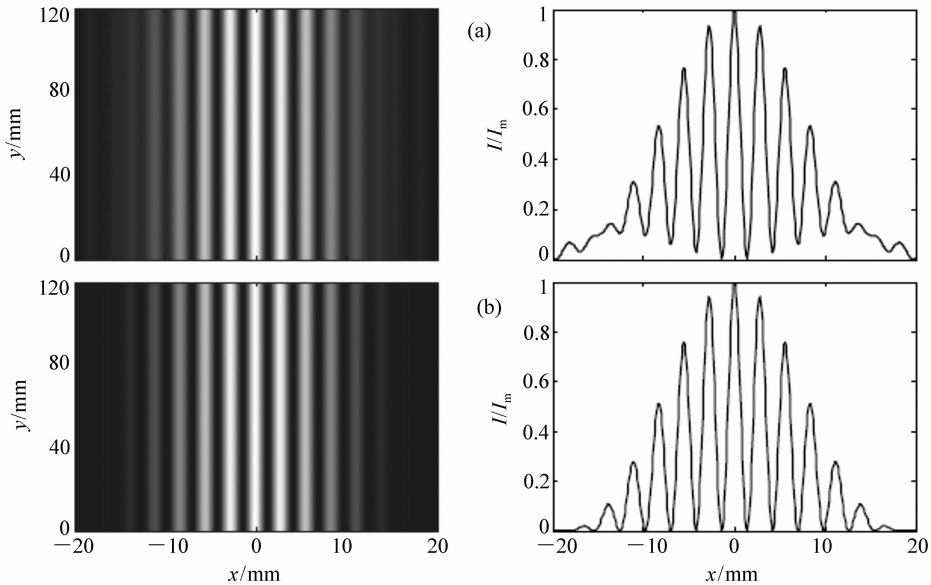


图4 干涉条纹强度分布. 右列为左列对应的一维图, (a)含有常数项, (b)不含常数项.

Fig. 4 Intensity distributions of the interference fringe, Left Column: Two-Dimensional Patterns, Right Column: the corresponding 1D fringes. (a) and (b) are the corresponding results for that including the constant item and neglecting constant item of intensity, respectively

3 实验结果

根据图 1 所示装置,钠光灯发出的光经过狭缝形成缝光源,随后入射到双棱镜上,在双棱镜后面合适的距离处放置测微目镜。为了便于观察条

纹变化,在测微目镜的目镜处再固定一 CMOS 相机(CMOS 传感器^[11-13]),将 CMOS 传感器的摄像头对准测微目镜以便干涉条纹在 CMOS 相机显示屏上清晰呈现。这样实验者无需凑近测微目镜就可以直观观测到在 CMOS 相机显示屏上实时记录的干涉条纹。

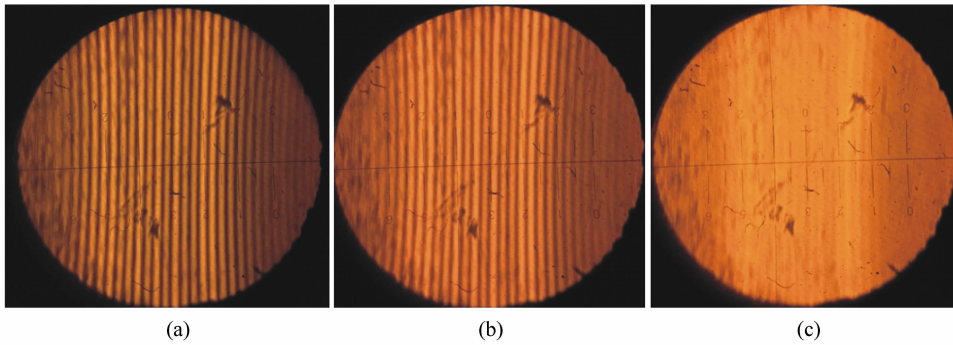


图 5 干涉条纹图:(a)合适狭缝宽度;(b)狭缝宽度增加 0.02 mm;(c)狭缝宽度增加 0.08 mm

Fig. 5 Interference patterns, (a), (b) and (c) are the corresponding results at suitable slit-width, slit-width increasing by 0.02 mm and 0.08 mm, respectively

图 5 为 $z_1 = 80$ mm,其它参数与图 2 一致时,不同狭缝宽度下 CMOS 传感器记录的双棱镜干涉条纹。其中图 5(a)为某一合适狭缝宽度条件下,记录的干涉条纹;在此基础上将狭缝宽度增加 0.02 mm 后,光场变亮,但是条纹质量变差,如图 5(b)所示;当狭缝宽度增加 0.08 mm 后,可以看到

条纹变模糊,出现亮带,如图 5(c)所示,与理论分析结果一致。图 6(a)和 6(b)为狭缝到双棱镜距离分别为 8 cm、12 cm 条件下的干涉条纹,其它参数与图 5(a)相同。可以看出,随着狭缝到双棱镜距离变大,条纹间距变小,也与前面的理论分析结果一致。

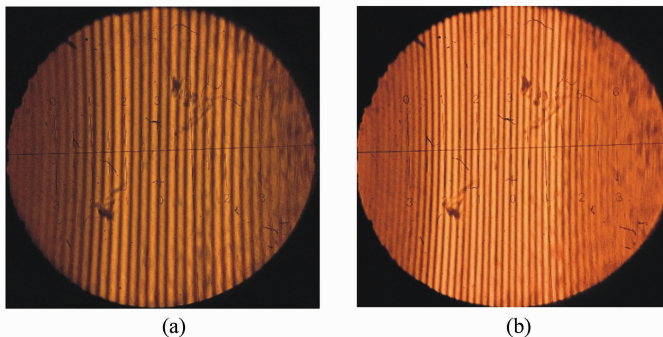


图 6 干涉条纹图(a)狭缝到双棱镜距离 8 cm (b)狭缝到双棱镜距离 12 cm

Fig. 6 Interference patterns, (a) and (b) are the corresponding results at the distance from the slit to biprism of 8 cm and 12 cm, respectively

最后需要指出的是,双棱镜干涉实验中,传统方法是利用物像法测等效双缝间距。根据前面理论分析可知,实验上也可以用分光仪测双棱镜的底角进而计算得出等效双缝间距。

4 结 论

本文首先从光场和光学系统脉冲响应函数的

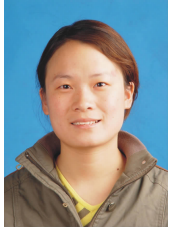
关系出发,理论推导出了描述双棱镜干涉的强度公式,并用 Matlab 模拟了干涉条纹,讨论了狭缝缝宽和双棱镜到狭缝的距离对干涉条纹的影响以及狭缝到双棱镜的距离和条纹间距的关系,并分析了双棱镜干涉与双缝干涉的等效性。然后进行了实验研究,实验结果与理论分析一致。该结果有助于双棱镜干涉在相衬成像等领域的应用。传统基于数字全息显微的相衬成像需要两束分立的

相干光束(这导致相位稳定性差),然后两束相干光束再叠加(比如马赫曾德干涉仪),其中需要精确调整两束光的强度比。而基于双棱镜干涉的数字全息显微的相衬成像,因为激光经过显微镜然后入射到双棱镜上,双棱镜本身可以分开并叠加相干光束,再考虑干涉条纹可见度基本不受光源到双棱镜距离的影响,从而基于双棱镜干涉的相衬成像具有更好的稳定性。

参考文献:

- [1] DAUKANTAS P. 200 Years of Fresnel's Legacy[J]. *Optics and Photonics News*,2015,26(9):40-47.
- [2] 王朴,彭双艳.菲涅耳双棱镜放置方式对实验结果的影响[J].*物理实验*,2009,29(10):34-36.
WANG P,PENG SH Y. Effects of placement method on the Fresnel double prism experiment[J]. *Physics Experimentation*,2009,29(10):34-36. (in Chinese)
- [3] 刘秋武,王小怀.物像等大法测量双棱镜干涉中虚光源间距[J].*大学物理*,2017,36(3):28-31.
LIU Q W,WANG X H. Measurement of distance of virtual light sources using object equaling image method in Fresnel biprism interference[J]. *College Physics*,2017,36(3):28-31. (in Chinese)
- [4] 张胜海,吴天安,张岩.双棱镜干涉实验中调节方法的改进[J].*大学物理实验*,2016,29(4):59-61.
ZHANG SH H,WU T A,ZHANG Y. Improving the adjustment method in biprism interference experiment[J]. *Physical Experiment of College*,2016,29(4):59-61. (in Chinese)
- [5] CORRAL M,BARREIRO J C,SANCHEZ-ORTIGA E,*et al.*. Axial resonance of periodic patterns by using a Fresnel biprism[J]. *Journal of the Optical Society of America A*,2013,30(1):140-148.
- [6] FRÉDÉRIC C,HERVÉ R,CHRISTOPHE F. Two-wave interferences space-time duality: Young slits, Fresnel biprism and Billet bilens[J]. *Optics Communications*,2017,397:31-38.
- [7] EBRAHIMI S,DASHTDAR M,SANCHEZ-ORTIGA E,*et al.*. Stable and simple quantitative phase-contrast imaging by Fresnel biprism[J]. *Applied Physics Letters*,2018,112(11):113701.
- [8] ANAND A,CHHANIWAL V,JAVIDI B. Tutorial:common path self-referencing digital holographic microscopy[J]. *APL Photonics*,2018,3(7):071101.
- [9] 王涛,张涛,张春光,等.狭缝光栅分光特性及其对视区的影响[J].*液晶与显示*,2013,28(1):59-63.
WANG T,ZHANG T,ZHANG CH G,*et al.*. Optical properties of parallax barrier and its influence on view zone[J]. *Chinese Journal of Liquid Crystals & Displays*,2013,28(1):59-63. (in Chinese).
- [10] GOODMAN J W. *Introduction to Fourier Optics*[M]. Nj:Roberts and Company Publishers,2005.
- [11] 田睿,陈春宁,邸男,等.一种 CMOS 相机测量系统的设计[J].*液晶与显示*,2014,29(6):1139-1143.
TIAN R,CHEN CH N,DI N,*et al.*. Design of the CMOS camera measurement system[J]. *Chinese Journal of Liquid Crystals & Displays*,2014,29(6):1139-1143. (in Chinese)
- [12] 孙辉,马天玮.基于相位相关的目标图像亚像元运动参数估计[J].*液晶与显示*,2011,26(6):858-862.
SUN H,MA T W. Sub-pixel motion estimation based on phase-only correlation[J]. *Chinese Journal of Liquid Crystals & Displays*,2011,26(6):858-862. (in Chinese)
- [13] 王玉坤,贾娜,张锐,等.激光通信成像光斑处理方法研究[J].*液晶与显示*,2017,32(9):736-740.
WANG Y K,JIA N,ZHANG R,*et al.*. Laser communication spots imaging process method[J]. *Chinese Journal of Liquid Crystals & Displays*,2017,32(9):736-740. (in Chinese)

作者简介:



张颖涛(1979—),女,河南临颖人,硕士,讲师,主要从事量子光学和信息光学方面的研究。E-mail: zhangyingtao@tjut.edu.cn



李洪国(1981—),男,山东冠县人,博士,副教授,主要从事信息光学、量子成像、关联成像方面的研究。E-mail: lihongguo@tjut.edu.cn

向您推荐《液晶与显示》期刊

- 中文核心期刊
- 中国液晶学科和显示技术领域的综合性专业学术期刊
- 中国物理学会液晶分会会刊、中国光学光电子行业协会液晶分会会刊
- 英国《科学文摘》(INSPEC)、美国《化学文摘》(CA)、俄罗斯《文摘杂志》(AJ)、美国《剑桥科学文摘》(CSA)、“中国科技论文统计源期刊”等 20 余种国内外著名检索刊物和文献数据库来源期刊

《液晶与显示》以材料物理和化学、器件制备技术及器件物理、器件驱动与控制、成像技术与图像处理等栏目集中报道国内外液晶学科和显示技术领域中最新理论研究、科研成果和创新技术,及时反映国内外本学科领域及产业信息动态,是宣传、展示我国该学科领域和产业科技创新实力与硕果,进行国际交流的平台。其内容丰富,涵盖面广,信息量大,可读性强,是我国专业学术期刊发行量最大的刊物之一。

《液晶与显示》征集有关液晶聚合物、胶体等软物质材料和各类显示材料及制备方法、液晶物理、液晶非线性光学、生物液晶;液晶显示、等离子体显示、发光二极管显示、电致发光显示、场发射显示、3D 显示、微显示、真空荧光显示、电致变色显示及其他新型显示等各类显示器件物理和制作技术;各类显示新型模式和驱动技术、显示技术应用;显示材料和器件的测试方法与技术;各类显示器件的应用;与显示相关的成像技术与图像处理等研究论文。

《液晶与显示》热忱欢迎广大作者、读者广为利用,踊跃投稿和订阅。

地址:长春市东南湖大路 3888 号

《液晶与显示》编辑部

邮编:130033

电话:(0431)6176059

E-mail: yjyxs@126.com

国内统一刊号:CN 22-1259/04

国际标准刊号:ISSN 1007-2780

国内邮发代号:12-203

国内定价:50 元/期

网 址:www.yjyxs.com