

## 光学加工过程中高次非球面的三坐标测量数据处理

李昂, 王永刚, 邬志强, 张继友

引用本文:

李昂, 王永刚, 邬志强, 张继友. 光学加工过程中高次非球面的三坐标测量数据处理[J]. *中国光学*, 2020, 13(2): 302–312. doi: 10.3788/CO.20201302.0302

LI Ang, WANG Yong-gang, WU Zhi-qiang, ZHANG Ji-you. Data processing of high-order aspheric surface measurements using CMM in optical fabrication[J]. *Chinese Optics*, 2020, 13(2): 302–312. doi: 10.3788/CO.20201302.0302

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.3788/CO.20201302.0302>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

### 高精度非回转对称非球面加工方法研究

Research on manufacturing method of non-rotationally symmetrical aspheric surface with high accuracy  
中国光学. 2016, 9(3): 364 <https://doi.org/10.3788/CO.20160903.0364>

### 一种针对超大口径凸非球面的面形检测方法

Surface testing method for ultra-large convex aspheric surfaces  
中国光学. 2019, 12(5): 1147 <https://doi.org/10.3788/CO.20191205.1147>

### 大口径离轴凸非球面系统拼接检验技术

Measurement of large off-axis convex asphere by systemic stitching testing method  
中国光学. 2016, 9(1): 130 <https://doi.org/10.3788/CO.20160901.0130>

### 应用离子束修正高精度CGH基底

High-precision CGH substrate figuring by ion beam  
中国光学. 2016, 9(2): 270 <https://doi.org/10.3788/CO.20160902.0270>

### 大偏离度非球面检测畸变校正方法

Distortion correcting method when testing large-departure asphere  
中国光学. 2017, 10(3): 383 <https://doi.org/10.3788/CO.20171003.0383>

文章编号 2095-1531(2020)02-0302-11

# 光学加工过程中高次非球面的三坐标测量数据处理

李 昂, 王永刚\*, 邬志强, 张继友

(北京空间机电研究所 国防科技工业光学超精密加工技术创新中心, 北京 100094)

**摘要:**三坐标轮廓检测是大口径高次非球面确定性加工过程中的主要面形测量手段。由于原始三坐标数据包含较大的检测误差,无法直接应用于加工过程,本文提出了一组数据处理算法对误差进行全面去除。首先,对获取的检测数据采用基于球心曲面重建的测头半径补偿算法进行测头半径误差补偿,然后对补偿后数据进行坐标系旋转平移误差去除,最后对提取的检测面形残差进行基于 KNN 的残差噪点过滤。其中,提出的基于球心曲面重建的测头半径补偿算法通过引入一个高精度的测头球心包络面拟合模型,来计算各检测点的测头半径补偿向量,仿真实验证明:算法补偿精度达到  $RMS < 4 \text{ nm}$ ;提出的基于 KNN 的残差噪点过滤算法,通过采用插值方法提高样本空间密度和优化噪声度量值的计算,提高了噪点的识别敏感度并实现了噪点的自动化去除。最终根据整个误差清理算法构建了检测点云处理软件,应用实践表明其有效提高了镜面加工过程中检测点云的数据处理精度和效率。

**关 键 词:**三坐标测量仪; 非球面; 光学加工; 测头半径补偿; 去噪

**中图分类号:**TH703    **文献标识码:**A    **doi:**10.3788/CO.20201302.0302

## Data processing of high-order aspheric surface measurements using CMM in optical fabrication

LI Ang, WANG Yong-gang\*, WU Zhi-qiang, ZHANG Ji-you

(Optical Ultra-precision Manufacturing Technology Innovation Center for National Defense and Technology Industry, Beijing Institute of Space Mechanics and Electricity, Beijing 100094, China)

\* Corresponding author, E-mail: vangernh@126.com

**Abstract:** Surface measurement using a Coordinate Measuring Machine (CMM) is the main method of processing large-aperture high order aspheric mirror fabrication. Because three main types of measurement error exist in original data, the achieved surface residual cannot be directly used in mirror fabrication. Therefore, a series of algorithms for cleaning the errors of CMM point clouds is proposed. Firstly, Probe Radius Compensation (PRC) based on aspherical surface reconstruction is used to compensate for probe radius error in acquired data. Then, the compensation data is processed to remove the rotation and translation errors in the coordinate system. Finally, Surface Residual Denoising (SRD) based on KNN is used to denoise the extracted surface residual data. In the PRC algorithm, a high-precision surface fitting model for probe center points is proposed, which takes rotation and translation errors into consideration. With this model, a correcting vector for each point can be calculated to compensate for the probe radius error. The Simulation experiments show that with

---

收稿日期:2019-04-29; 修訂日期:2019-06-10

基金项目:国家自然科学基金面上基金资助项目(No. 11874250)

Supported by the National Natural Science Foundation of China(No. 11874250)

PRC algorithm, the precision can reach RMS < 4 nm. By densifying the sampling points with spatial interpolation and optimizing the noise characterization, the proposed SRD algorithm can identify the noise points with a high degree of sensitivity, making the denoising intelligent. Software was constructed according to the error cleaning algorithm and its application shows that it can effectively improve the accuracy and efficiency of CMM point cloud processing during aspheric mirror fabrication.

**Key words:** Coordinate Measuring Machine (CMM); aspheric surface; optical fabrication; probe-radius compensation; denoising

## 1 引言

随着成像质量及视场需求的增加,光学系统的反射镜形式由最初的球面向二次曲面,甚至高次非球面方向发展<sup>[1]</sup>。大口径、高精度的高次非球面光学反射镜在校正系统像差、提高调制传递函数和分辨率、增大视场等方面有显著优势,被广泛应用于天文望远镜、航天遥感等光学系统中,典型的例如同轴或离轴三反系统<sup>[2-3]</sup>。高精度大口径高次非球面反射镜的产品需求与日俱增,这也对光学加工行业的加工和检测能力提出了较高的要求。

对于大口径非球面反射镜,当前的数控加工流程<sup>[4-5]</sup>为:首先进行非球面超声铣磨成形,接着进行机械臂(CCOS)研磨及抛光<sup>[6]</sup>,最后是离子束精抛修形。其中占总加工时间过半的机械臂研抛工序的主要面形检测方式为三坐标轮廓测量<sup>[7]</sup>。其检测优势在于对镜面粗糙度和精度没有要求,可以在反复迭代的研磨工序中以及镜面反射率和面形残差较差的情况下,稳定获取微米精度的镜面面形数据。

在数字化光学加工工艺链路中,面形检测精度直接决定了镜面第一轮加工的收敛效率。因而作为研抛设备输入的三坐标检测的面形精度极大地影响了研抛工序的加工效率。三坐标轮廓测量的原始面形检测数据包含多类误差<sup>[8-9]</sup>,并不能直接用于加工。为了获得精度更高的面形数据来指导研抛设备的精准加工,本文分析了三坐标测量误差的产生机理,提出了一组从高次非球面三坐标检测数据中精准提取真实面形信息的算法,包括:基于球心曲面重建的测头半径补偿、空间五维误差去除和基于K近邻的噪点过滤3个流程。

最后通过实验验证了算法去除检测误差的能力。

## 2 高次非球面轮廓测量误差分析

利用三坐标进行高次非球面轮廓测量时,除检测仪器的固有误差外,测量误差主要由以下方面构成:测头半径误差、测量坐标系旋转平移误差、检测噪点误差。

### 2.1 测头半径误差

三坐标测量探头是具有一定尺寸(几毫米直径)的球体,仪器记录的坐标值为球心坐标,而不是接触点坐标。图1表示某一非球面三坐标检测系统的截面图,其中, $P_0$ 为三坐标测头的球心点, $P$ 为测头与镜面的实际接触点。若直接使用原数据 $P_0$ 进行计算,则所得轮廓为测头球心点包络面,不是真实镜面轮廓。因此需要对检测点 $P_0(x_0, y_0)$ 进行球头半径误差校正,获取其对应镜面上 $P(x, y)$ 点的坐标值。

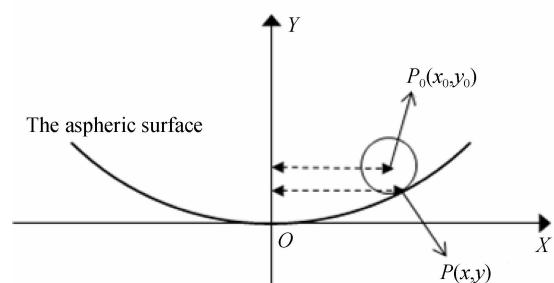


图1 三坐标测量系统原理图

Fig. 1 Principle diagram of three-dimensional measuring system

### 2.2 测量坐标系旋转平移误差

在测量镜面点时,需要在镜体上选择合适的基准建立测量坐标系,测量坐标系通常根据镜子的形状特征,利用基准点、上下端平面或外柱面等

特征要素建立。

由于设备的固有误差和反射镜自身存在的几何尺寸误差,建立的测量坐标系( $XYZ$ )与非球面方程的理想坐标系( $X_0Y_0Z_0$ )之间存在微小的倾斜和平移偏差,如图 2 所示,从而导致计算的面形残差(测量值与理论值的差)存在一个较大的倾斜分量(PV 值为几十到上百微米),使得面形数据无法应用于加工。

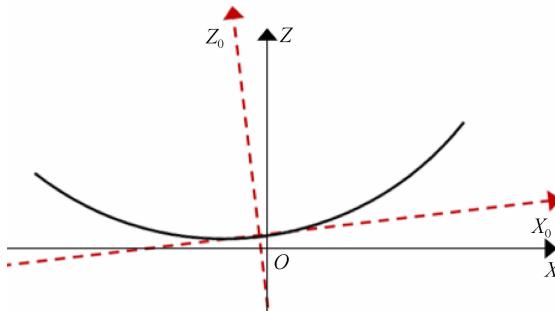


图 2 测量坐标系与理论面坐标系的偏差示意图

Fig. 2 Sketch of deviation between measuring coordinate system and theoretical coordinate system

### 2.3 检测噪点误差

由于镜面清洁不彻底、检测环境不稳定、地基震动等因素,个别或多个检测点有时出现较大偏离,成为噪点。噪点误差会导致面形 PV 发生  $10 \mu\text{m}$  量级的偏差,一般在面形残差中才会观测到。传统的去噪方法多为通过人眼在数据文件中进行检索和删除,亟需一种自动化精准识别和去除噪点的方法。

针对上述 3 类轮廓检测误差,本文提出了以下算法流程,对检测数据进行误差去除。

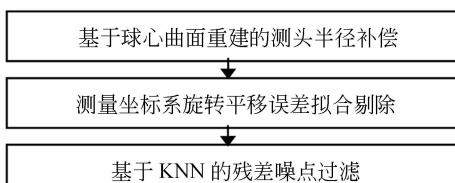


图 3 对 3 类检测误差去除的算法流程图

Fig. 3 Flow chart of detection errors removal algorithm

首先,采用基于球心曲面重建的测头半径补偿算法,对检测数据进行测头半径补偿。然后,将

补偿后数据中的平移旋转偏差去除。最后,利用基于 KNN 的噪点识别算法,对残差数据中的噪声点进行自动化去除。

### 3 基于球心曲面重建的测头半径补偿

曲率半径为  $R$ 、偏心率为  $k$  的高次非球面方程:

$$f(x, y) = \frac{C \cdot r^2}{1 + \sqrt{1 - (1 + k) \cdot C^2 \cdot r^2}} + H(r^2), \quad (1)$$

式中  $C = \frac{1}{R}$ ;  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ ;  $H(r^2)$  为高次项部分,

$$H(r^2) = a_4 \cdot r^4 + a_6 \cdot r^6 + a_8 \cdot r^8 + a_{10} \cdot r^{10} + \dots \quad (2)$$

图 4 是高次非球面测头半径的截面图。实线轮廓为镜子非球面  $f(x, y)$ , 虚线轮廓为测头球心坐标的包络面  $g(x_0, y_0)$ ,  $P_0(x_0, y_0, z_0)$  为测头球心坐标,  $P(x, y, z)$  为测头与镜面接触点,  $v_n$  为  $P_0$  到  $P$  的向量。

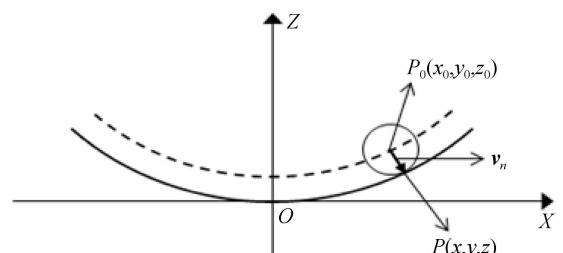


图 4 测头半径误差原理图

Fig. 4 Principle diagram of probe radius error

三坐标仪记录点为  $P_0$ , 若该点处的修正向量为  $v_n$ , 则可求得  $P_0$  对应的实际接触点  $P$ 。能够证明  $v_n$  可由下式求得:

$$v_n = A \cdot v_{n1}, \quad (3)$$

式中,  $v_{n1}$  为测头球心包络面  $g(x_0, y_0)$  在  $P_0$  点的法向量,  $A$  为常量。因而问题转化为:已知球心轨迹点,计算其包络面法向量。通常有两类解决思路:

(1) 邻近点法,利用某点的多个邻近点,结合相关算法推算该点处的法向量<sup>[10]</sup>,如微平面法等。

(2)曲面重建法,利用点云数据重建得到该包围面方程,由方程求得曲面法向量。

由于镜面为高次非球面,方程模型相对简单,待拟合参数少,采用方法(2)可得到较好的拟合结果。而邻近点法对局部面形误差和噪点敏感,不适用于处理面形误差较大的加工过程数据。

图5为基于球心曲面重建的测头半径补偿算法流程。

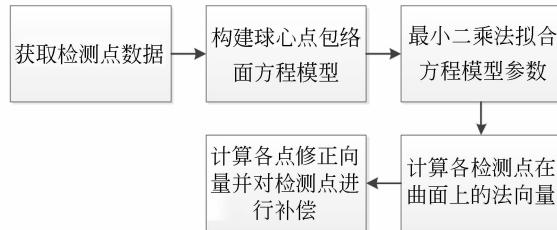


图5 基于球心曲面重建的测头半径补偿算法流程

Fig. 5 Flow chart of probe radius compensation based on aspherical surface reconstruction

### 3.1 测头球心曲面模型的构建

测头球心曲面方程的选型直接影响到修正向量 $v_n$ 的计算精度。直接推导准确的方程模型较困难,需要寻找一个近似的曲面模型来逼近。

测头球心曲面与镜面轮廓为等距曲面,在 $z$ 轴方向近似存在测头半径大小的平移偏差,因而将球心点的曲面方程设为以下形式:

$$g(x, y) = \frac{c(x^2 + y^2)}{1 + \sqrt{1 - (1+k)c^2(x^2 + y^2)}} + H(x^2 + y^2) + pst, \quad (4)$$

式中引入 $pst$ 参数用于拟合球心点曲面距离镜面轮廓的 $z$ 向平移偏差。利用实测数据拟合的线差面形如图6(彩图见期刊电子版)所示。

为检验 $g(x, y)$ 的拟合效果,采用实验室口径1 320 mm、处于研磨加工阶段的6次非球面镜的三坐标实测数据样本对 $g(x, y)$ 的模型参数进行拟合。拟合结果存在0.588 mm的倾斜量,拟合残差RMS仅为0.12 mm。

出现倾斜量是由于测量坐标系存在旋转平移偏差:测量坐标系 $(X_0, Y_0, Z_0)$ 与方程坐标系 $(X, Y, Z)$ 之间存在微小的倾斜和平移,导致球心坐标相应地产生了倾斜和平移偏差,从而降低了模型

的拟合精度(见图7)。

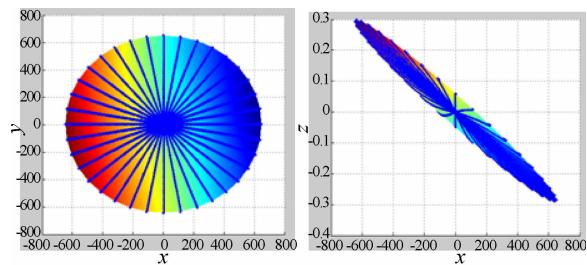


图6 实测数据模型拟合的残差面形分布图(单位:mm)。左图为XY视图,右图为XZ视图, $RMS = 0.12$  mm

Fig. 6 The residual map of model fitting with CMM data (unit mm). The left is XY view and the right is XZ view,  $RMS = 0.12$  mm

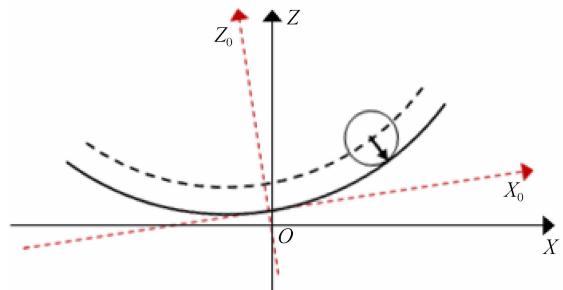


图7 检测坐标系 $(X_0, Y_0, Z_0)$ 与方程理想坐标系 $(X, Y, Z)$ 的空间旋转平移误差示意图

Fig. 7 Sketch of the rotation and translation deviation between measuring coordinate system  $(X_0, Y_0, Z_0)$  and theoretical coordinate system  $(X, Y, Z)$

为修正模型,将倾斜和平移偏差参数引入 $g(x, y)$ ,通过拟合去除旋转平移误差造成的精度损失。

线性坐标系 $(X_0, Y_0, Z_0)$ 与 $(X, Y, Z)$ 之间的变换关系可以用仿射变换描述,图7中只存在平移及旋转偏差,故测量坐标系 $[X_0, Y_0, Z_0]^T$ 与理想方程坐标系 $[X, Y, Z]^T$ 的关系为:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{A}_r \times \mathbf{A}_d \times \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (5)$$

式中“ $\times$ ”表示矩阵乘, $\mathbf{A}_r$ 为旋转变换矩阵,可表示为:

$$\mathbf{A}_r = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & \sin\beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\beta & 0 & \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos\gamma & \sin\gamma & 0 & 0 \\ -\sin\gamma & \cos\gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

式中,  $\alpha, \beta, \gamma$  分别表示绕  $X$  轴、 $Y$  轴、 $Z$  轴旋转的角度。平移变换矩阵  $\mathbf{A}_d$  如式(7)所示。其中,  $\Delta x, \Delta y, \Delta z$  分别表示在  $X, Y, Z$  方向的平移量。

$$\mathbf{A}_d = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \Delta x \\ 0 & 1 & 0 & \Delta y \\ 0 & 0 & 1 & \Delta z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

$$\begin{cases} x = x_0 \cdot \cos\beta - z_0 \cdot \sin\beta + \Delta x \\ y = x_0 \cdot \sin\alpha \cdot \sin\beta + y_0 \cdot \cos\alpha - z_0 \cdot \sin\alpha \cdot \cos\beta + \Delta y, \\ z = x_0 \cdot \sin\beta \cdot \cos\alpha + y_0 \cdot \sin\alpha + z_0 \cdot \cos\alpha \cdot \cos\beta + \Delta z \end{cases} \quad (8)$$

将式(8)代入式(4), 得到测量坐标系下点  $(x_0, y_0, z_0)$  的方程:

$$z(x_0, y_0, z_0) = -\frac{c \cdot (x^2(x_0, y_0, z_0) + y^2(x_0, y_0, z_0))}{1 + \sqrt{1 - (1 + k) \cdot c^2 \cdot (x^2(x_0, y_0, z_0) + y^2(x_0, y_0, z_0))}} + pst + H(x^2(x_0, y_0, z_0) + y^2(x_0, y_0, z_0)). \quad (9)$$

方程形式较复杂, 可以使用 Matlab 等计算软件解出方程中  $z_0$  关于  $x_0, y_0$  的显函数:  $z_0 = G(x_0, y_0)$ , 则  $G(x_0, y_0)$  即为修正后的测头球心曲面模型方程。

### 3.2 模型参数的拟合计算

采用最小二乘法对模型参数进行求解。构建最小二乘问题代价函数为:

$$F(\alpha, \beta, \Delta x, \Delta y, pst, C, k, a_4, a_6, \dots) = \sum [z_i - G(x_i, y_i)]^2. \quad (10)$$

采用信赖域数值算法进行求解, 计算出有效解的关键在于参数初值的选取, 初值偏离较大很难收敛到全局最优解。实验表明: 将参数  $C$  的初值设为  $C_0/(1 - RC_0)$ ,  $k$  的初值设为  $k_0$  ( $C_0, k_0$  为方程理论值,  $R$  为测头半径), 高次系数设为方程理论值,  $\alpha, \beta, \Delta x$  和  $\Delta y$  均设为零, 通常能拟合出全局最优结果。

### 3.3 使用重建的测头球心曲面进行坐标补偿

将求得的参数值代入式(9), 则可得到测头球心点的完整曲面方程:

$$z = G(x, y). \quad (11)$$

从而得到法向量通式:

$$\mathbf{v}_n = [G'_x(x, y), G'_y(x, y), -1], \quad (12)$$

式中,  $G'_x$  和  $G'_y$  分别表示对  $x$  和  $y$  的偏导数。最

由于测量坐标系与理想坐标系间不存在  $Z$  轴转角偏差, 且  $\Delta z$  表征量等效于模型  $g(x, y)$  中的参量  $pst$ , 令  $\gamma$  和  $\Delta z$  恒为零。从而得到  $(x, y, z)$  关于  $(x_0, y_0, z_0)$  的包含参量  $\alpha, \beta, \Delta x$  和  $\Delta y$  的表达式:

终得到修正向量  $\mathbf{v}_n = (v_{nx}, v_{ny}, v_{nz})$ :

$$\begin{cases} v_{nx} = \frac{R \cdot G'_x(x, y)}{\sqrt{G'^2_x(x, y) + G'^2_y(x, y) + 1}} \\ v_{ny} = \frac{R \cdot G'_y(x, y)}{\sqrt{G'^2_x(x, y) + G'^2_y(x, y) + 1}}, \\ v_{nz} = \frac{-R}{\sqrt{G'^2_x(x, y) + G'^2_y(x, y) + 1}} \end{cases}, \quad (13)$$

式中  $R$  表示测头半径。则测头球心坐标点  $(x, y, z)$  的球头半径补偿结果  $(x', y', z')$  为:

$$\begin{cases} x' = x + v_{nx} \\ y' = y + v_{ny} \\ z' = z + v_{nz} \end{cases}. \quad (14)$$

### 3.4 球头半径补偿算法的实验验证

利用 Matlab 模拟构建一组给定镜面理论轮廓  $(C, k, a_4, a_6)$ 、倾斜和平移偏差  $(\alpha, \beta, \Delta x, \Delta y, pst)$  以及测头半径  $R$  的检测点未补偿数据。图 8 为数据构造流程。

图中  $P_2'$  即为模拟的三坐标采集点(测头球心轨迹点),  $P_1'$  模拟了  $P_2'$  对应的镜面接触点。设定高次非球面通光口径  $D = 1300$  mm, 轮廓参数  $C = 1/3000, k = -0.98, a_4 = 7 \times 10^{-13}, a_6 = 1 \times 10^{-19}$ , 测头半径  $R = 4$  mm, 偏差参数  $(\alpha, \beta, \Delta x,$

$\Delta y$ )为(0.17, -0.01, 0.8, 4),  $\alpha, \beta$ 的单位为度,  $\Delta x, \Delta y, pst$ 的单位为毫米。以上参数值均依据检测实际设定。采点策略为米字线轨迹, 线间隔为10°, 点间距为5 mm, 样本容量为4 680。



图8 Matlab构建模拟验证数据流程图

Fig. 8 Flow chart of constructing simulated validation data by Matlab

采用 $P_2'$ 数据进行测头球心点曲面模型参数拟合, 结果如表1所示。

表1 用模拟数据拟合的测头球心曲面模型参数结果

Tab. 1 Parameters of spherical surface of probe center points fitted with simulated data

| Arguments of the model | Actual values | Initial values given for calculation | Values obtained by the model |
|------------------------|---------------|--------------------------------------|------------------------------|
| $C$                    | 2 996         | 2 996.012                            |                              |
| $k$                    | -0.98         | -0.981 271                           |                              |
| $a_4$                  | 0             | $6.9882 \times 10^{-13}$             |                              |
| $a_6$                  | 0             | $1.0132 \times 10^{-19}$             |                              |
| $pst$                  | 0             | 23.988                               |                              |
| $\alpha$               | 0.17          | 0                                    | 0.170 001 6                  |
| $\beta$                | -0.01         | 0                                    | -0.009 999 9                 |
| $\Delta x$             | 0.8           | 0                                    | 0.796 523 4                  |
| $\Delta y$             | 4             | 0                                    | -4.059 332 1                 |

表1包含了模型各参数的拟合值以及算法初始值, 其中 $\alpha, \beta, \Delta x, \Delta y$ 的拟合结果与所设定真实值一致, 证明了模型拟合去除偏差的准确性。拟合的球心曲面方程相对 $P_2'$ 的残差结果为 $RMS = 1.0562 \text{ nm}, PV = 6.6476 \text{ nm}$ , 拟合精度十分理想, 与测头球心轨迹达到纳米级匹配(图9)。

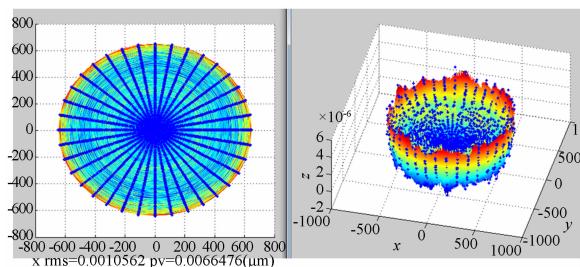


图9 模拟数据模型拟合残差面形分布图(单位: mm)。 $RMS = 1.0562 \times 10^{-6} \text{ nm}, PV = 6.6476 \times 10^{-6} \text{ nm}$

Fig. 9 The residual map of model fitting with simulated data( Unit mm).  $RMS = 1.0562 \times 10^{-6} \text{ nm}, PV = 6.6476 \times 10^{-6} \text{ nm}$

实验最后验证了算法的补偿精度, 即补偿后点坐标与对应实际接触点坐标的偏差 $diff$ 。对 $P_2'$ 使用球头半径补偿算法补偿后的结果为 $P_3'$ , 则偏差 $diff$ 为 $P_3'$ 与 $P_1'$ 的坐标差(表2)。

表2 补偿算法的坐标补偿精度(单位 mm)

Tab. 2 Precision of the PRC algorithm( Unit mm)

| Coordinate error | Root mean square       | Peak-Valley of error   |
|------------------|------------------------|------------------------|
| $diff-X$         | $4.083 \times 10^{-6}$ | $2.013 \times 10^{-5}$ |
| $diff-Y$         | $4.058 \times 10^{-6}$ | $2.104 \times 10^{-5}$ |
| $diff-Z$         | $5.046 \times 10^{-7}$ | $2.021 \times 10^{-6}$ |

由表2中数据可以看出, 算法补偿后的坐标值相比真实坐标值, 在X、Y、Z向的均方根误差分别约为4 nm、4 nm、0.5 nm, PV和平均偏差均达到纳米级补偿精度, 满足加工应用的误差处理需求。

为进一步证明补偿算法的可靠性, 采用Leitz计量级三坐标自带测头的半径补偿算法与本文算法进行补偿结果比对。对比实验采用口径为1 050 mm、轮廓参数如下 $C = 1/2 086.73, k = -0.97, a_4 = 4 \times 10^{-19}$ 的非球面镜作为检测样件, 检测轨迹为36条射线, 检测点数为2 350。三坐标自带测头算法对检测点补偿结果为 $Q_1$ , 本文算法补偿结果为 $Q_2$ , 如表3所示。

表3 Leiz三坐标与本文算法补偿结果对比(单位mm)

Tab.3 Result comparison of Leiz CMM algorithm and the PRC (Unit mm)

| Coordinate error | Root mean square       | Peak-Valley of error   |
|------------------|------------------------|------------------------|
| diff-X           | $7.724 \times 10^{-6}$ | $8.316 \times 10^{-5}$ |
| diff-Y           | $1.008 \times 10^{-5}$ | $1.014 \times 10^{-4}$ |
| diff-Z           | $2.161 \times 10^{-6}$ | $8.832 \times 10^{-6}$ |

由表3数据可以看到,本文算法与Leiz三坐标补偿算法对同一检测数据的补偿结果偏差在XYZ向均方根误差均接近纳米级,横向验证了本文补偿算法的可靠性。

#### 4 测量坐标系旋转平移误差的拟合剔除

测头半径补偿后的检测数据仍存在因测量机床和镜体尺寸偏差导致的平移和倾斜误差。具体

$$\begin{cases} x = x_0 \cdot \cos\beta - z_0 \cdot \sin\beta + \Delta x \\ y = x_0 \cdot \sin\alpha \cdot \sin\beta + y_0 \cdot \cos\alpha - z_0 \cdot \sin\alpha \cdot \cos\beta + \Delta y, \\ z = x_0 \cdot \sin\beta \cdot \cos\alpha + y_0 \cdot \sin\alpha + z_0 \cdot \cos\alpha \cdot \cos\beta + \Delta z \end{cases} \quad (16)$$

将式(16)代入理论轮廓方程(15),即得到包含空间五维偏差参数的测量坐标系轮廓方程 $f_1$ :

$$z_0 = f_1(\alpha, \beta, \Delta x, \Delta y, \Delta z | x_0, y_0). \quad (17)$$

模型方程确定后,采用最小二乘法对模型参数进行求解,计算过程与3.2节相似。为验证不

包括:绕X轴的倾斜分量 $\alpha$ ,绕Y轴的倾斜分量 $\beta$ 和X、Y、Z向的平移分量 $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ 。3.1节中虽已拟合出空间五维误差,但其对于Z向平移分量场景不适用,而且实际光学加工工程中需要功能独立的五维误差拟合算法,此处对3.1节所提出的空间五维误差拟合模型算法进行提取和修正,从而有效对补偿后点集的空间五维误差进行拟合和去除。

高次非球面镜面模型如式(15)所示:

$$f(x, y) = \frac{c \cdot (x^2 + y^2)}{1 + \sqrt{1 - (1 + k) \cdot c^2 \cdot (x^2 + y^2)}} + H(x^2 + y^2). \quad (15)$$

设携带空间五维误差的点坐标为 $(x_0, y_0, z_0)$ ,无误差的点坐标为 $(x, y, z)$ 。由式(5)~式(7)可得出式(16):

同输入面形轮廓和平移倾斜偏差条件下的算法拟合精度,对两组检测数据进行仿真实验。由于检测数据可视为“理论轮廓+五维误差+残差面形”的组合,实验选定的两组测试数据如表4所示。

表4 空间五维误差仿真检测数据

Tab.4 Simulation CMM data of spatial 5D-errors

|  | 理论轮廓  | 五维误差 | 残差面形   |
|--|---|------|--|
| D=600 mm<br>C=-1/1 646.4<br>$k = -0.9861$<br>$a_4 = 4 \times 10^{-16}$ | $\alpha = 0.0063^\circ$<br>$\beta = 0.0035^\circ$<br>$\Delta x = 0.1291 \text{ mm}$<br>$\Delta y = 0.1532 \text{ mm}$<br>$\Delta z = -61.37 \text{ mm}$ |      | 面形=低频像散<br>$pv = 2.678 \mu\text{m}$<br>$rms = 0.549 \mu\text{m}$ |
| 实验数据一  | $a_6 = 0$   |      |  |

续表4 空间五维误差仿真检测数据

Tab. 4 Simulation CMM data of Spatial 5D-errors

|       | 理论轮廓                       | 五维误差                           | 残差面形                       |
|-------|----------------------------|--------------------------------|----------------------------|
|       | $D = 1\ 000\ \text{mm}$    | $\alpha = -2.341^\circ$        | 面形 = 中高频加工痕迹               |
|       | $C = 1/208.5$              | $\beta = -0.5315^\circ$        | $pv = 3.057\ \mu\text{m}$  |
|       | $k = -0.97$                | $\Delta x = 4.296\ \text{mm}$  | $rms = 0.342\ \mu\text{m}$ |
|       | $a_4 = 3 \times 10^{-19}$  | $\Delta y = 3.372\ \text{mm}$  |                            |
| 实验数据二 | $a_6 = -2 \times 10^{-23}$ | $\Delta z = -50.37\ \text{mm}$ |                            |
|       |                            |                                |                            |

数据一(凸面)的残差面形为低频像散,五维误差设定为秒级角量和0.1毫米级位移量;数据二(凹面)的残差面形为中高频加工痕迹,五维误差为度级角量和毫米级位移量。两组误差数据值基本为实际工程检测中的上下限。由算法拟合的五维误差结果与给定真实值的偏差  $diff$  如表5所示。

表5 实验数据一/二的空间五维误差拟合精度

Tab. 5 Fitting precision of spatial 5D-error test data 1 and data 2

|                 | Test data 1                      | Test data 2                      |
|-----------------|----------------------------------|----------------------------------|
| $diff-\alpha$   | $-4.131 \times 10^{-7}^\circ$    | 0.058 75°                        |
| $diff-\beta$    | $4.625 \times 10^{-7}^\circ$     | 0.010 62°                        |
| $diff-\Delta x$ | -0.003 6 mm                      | 0.043 1 mm                       |
| $diff-\Delta y$ | -0.006 9 mm                      | 0.171 3 mm                       |
| $diff-\Delta z$ | $1.16 \times 10^{-4}\ \text{mm}$ | $1.33 \times 10^{-4}\ \text{mm}$ |

从表5可以看到,平移旋转误差的拟合值与真实值间仅存在不足5%的偏差,满足加工用面形精度要求,充分证明了误差拟合算法的有效性。

## 5 基于KNN的残差面形去噪算法

去除测头半径误差和空间五维误差后,检测轮廓与理论轮廓的Z向差值,即为待加工修除的镜面残差。为自动化识别和去除残差中的噪点,提出了基于KNN的噪点去除算法。

### 5.1 构建算法模型

定义残差点集  $Q$  为  $(X, Y, D = Z - Z')$ ,  $X, Y, Z$  表示去除前两类误差后的镜面轮廓坐标,  $Z'$  为理论轮廓值。算法流程如图10所示。

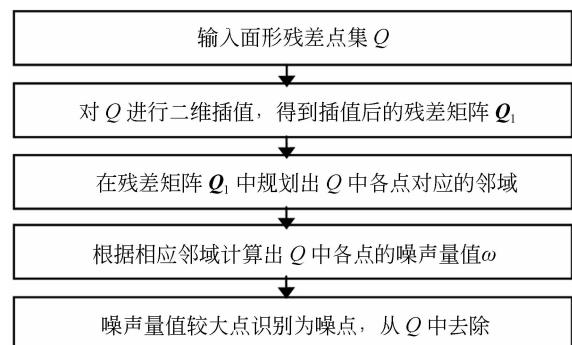


图10 基于近邻点的噪点识别算法流程图

Fig. 10 Flow chart of SRD algorithm

作为典型的三维点云去噪算法,经典KNN算法的思路为把待预测点与其  $k$  个邻近点的欧式距离均值作为噪声量值,其值大于阈值则判断为噪点<sup>[11]</sup>。

然而在算法输入为面形残差点集  $Q$  的条件下,由于检测点集较稀疏且残差  $D$  值远小于  $X, Y$ ,故传统KNN算法无法有效度量和识别噪点。新KNN算法创新性地进行了以下3方面优化:

(1) 对输入点集插值,提高样本空间密度

三坐标进行面形检测时,采样轨迹一般采用“栅格”或“米字线”,前者点密度小于 1/100

$\text{mm}^2$ , 后者更低。若不进行插值增稠, 会导致寻找的邻近点覆盖区域过大、邻近点数量稀疏和点位不均匀, 从而严重降低噪声量值的计算精度。通过对原数据插值可以获得一个指定行列间隔、排列均匀的理想点阵, 如图 11 所示。

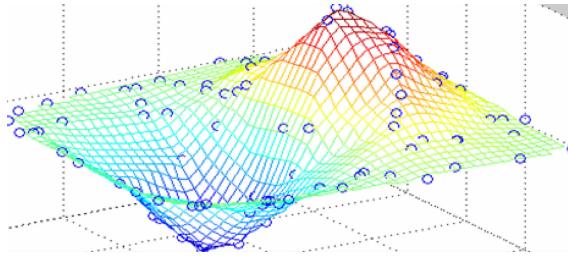


图 11 插值示意图(圈为三坐标点, 网格点为插值点)

Fig. 11 Schematic diagram of interpolation effect (A circle represents a CMM point, the grid is represented as interpolation)

插值算法采用工业设计常用的三次样条插值<sup>[12]</sup>, 插值密度设定为  $1 \text{ mm}^2$ , 以保证合理的数据计算量和较高的插值密度。

### (2) 重定义邻域和噪声量值

图 12(左)中, 噪点区域的插值网格总体形貌为山峰状, 该噪点的 8 个邻域采样点恰好将“山峰”区域围住(图 12 右)。而非噪点邻接区域插值网格较为平坦。因而考虑将点  $P$  的  $k$  近邻设定为以  $P$  为中心的  $2a \times 2a$  方形邻域中的所有插值点( $k = 4a^2$ ),  $a$  为三坐标采样点的间距(通常取  $10 \text{ mm}$ )。

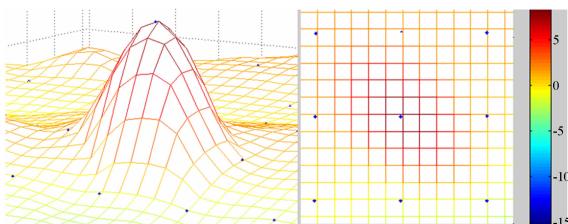


图 12 某噪点邻域的插值轮廓图(左侧为三维图, 右侧为平面图)

Fig. 12 Interpolation contour maps of a noise point neighborhood, the left is 3D graph and the right is plane graph

则某点的噪声量值定义为:

$$\omega_{ij} = \frac{\left| \sum_{m=i-a}^{i+a} \sum_{n=j-a}^{j+a} (D_{ij} - D_{mn}) \right|}{k}. \quad (18)$$

式(18)给出了插值矩阵第  $i$  行第  $j$  列点的  $\omega$  算法,  $D$  为残差值。式中使用该点与各邻域点的  $z$  向距离代替原算法的欧式距离, 这是因为算法的处理对象为面形残差  $Q$ , 其  $Z$  分量(微米级)远远小于  $X$  和  $Y$ (毫米级)分量, 故做出优化。当三坐标仪探出镜面边缘或面形被加工塌边时,  $Q$  会出现边缘负向离群点, 因此对  $\omega$  取绝对值从而将过低点考虑在内。

### (3) 界定噪点与非噪点

计算得到  $Q$  中所有点的噪声量值  $\omega$  后, 对点进行  $\omega$  降序排列, 由用户输入要去除的噪点数量。这是由于在某些加工痕迹杂乱和检测随机误差明显的残差数据中噪点和非噪点的界限比较模糊, 加工人员需要根据加工具体需求主观决定将哪些点判定为噪点。

## 5.2 实验验证

首先对口径为  $620 \text{ mm}$ 、轨迹为栅格、采样间距为  $15 \text{ mm}$  的实测残差数据  $Q_1$  进行去噪测试(面形残差见图 13 左)(彩图见期刊电子版)。 $Q_1$  中存在 3 个明显的噪点, 高度分别为  $12$ 、 $15$ 、 $16 \mu\text{m}$ 。

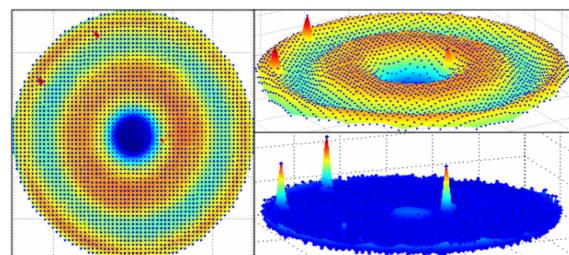


图 13  $Q_1$  平面图(左),  $Q_1$  三维图(右上),  $\omega$  分布图(右下)

Fig. 13 The plane graph of  $Q_1$  (left), the 3D graph of  $Q_1$  (right upper), the map of  $\omega$  (lower right)

算法参数设为插值间距  $1 \text{ mm}$ ,  $a$  值为  $15$ ,  $k$  值为  $900$ 。算法生成  $Q_1$  的  $\omega$  值分布见图 13(彩图见期刊电子版, 右上), 其中正常点的  $\omega$  值均小于  $0.7 \times 10^{-3}$ , 而 3 个噪点的  $\omega$  值为  $7.56 \times 10^{-3}$ 、

$7.63 \times 10^{-3}$ 、 $8.75 \times 10^{-3}$ , 10 倍于正常点, 证明算法对噪点具有较高敏感度。

其次, 采用同样的算法参数对口径为 1 300 mm 的米字线轨迹实测数据  $Q_2$  进行验证(图 14 左上)(彩图见期刊电子版)是  $Q_2$  残差面形, 蓝色线为采点轨迹, 彩色区域为插值数据), 从剖面图(图 14 右上)可发现  $Q_2$  中存在 30 多个中心塌边噪点。

算法生成的  $\omega$  分布图(图 14 右下)显示了  $Q_2$  的中心塌边点和表面噪点的噪声量值均远大于正常点。去除  $\omega$  最大的 40 点后, 得到了较理想的无噪点面形结果(图 14 左下)。

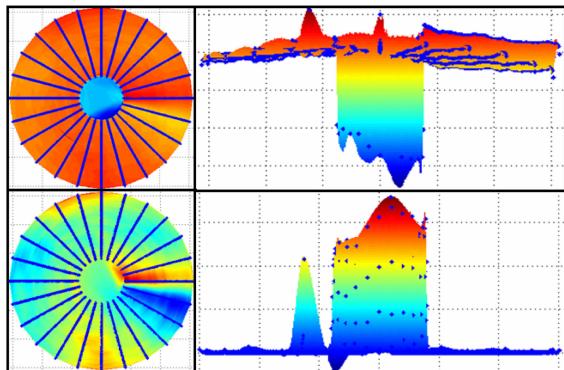


图 14  $Q_2$  平面图(左上),  $Q_2$  剖面图(右上),  $Q_2$  去噪后平面图(左下),  $Q_2$  的  $\omega$  剖面图(右下)

Fig. 14 The plane graph of  $Q_2$  (upper left), the profile of  $Q_2$  (upper right), the plane graph after  $Q_2$  denoising (lower left), the map of  $\omega$  (lower right)

## 6 结 论

三坐标轮廓测量是大口径高次非球面数控加工过程中十分重要的检测手段, 但测量中不可避免地存在检测误差, 致使检测数据失真而无法指导加工。本文分析了三坐标测量高次非球面的 3 类主要误差, 提出了一套误差去除算法流程, 实验证明对于 3 类误差均取得了理想效果。此外, 根据该算法构建了检测点云处理软件 PointsPro1.0, 已广泛用于光学加工过程。

其中, 基于球心曲面重建的测头半径补偿算法提出引入坐标系空间偏差参数的高精度测头球心曲面拟合模型, 利用拟合曲面法向量结合球头半径对原数据点进行误差补偿, 实验证明补偿后点坐标与真实值均方根误差为纳米级。对补偿后的数据, 采用一个空间五维误差拟合模型对坐标系旋转平移误差进行校正, 误差拟合精度与真实值偏差仅为 2%, 满足需求。最后针对前两类误差去除后的残差数据, 提出基于 KNN 的残差噪点过滤算法, 通过插值提高样本空间密度和改进数据点的噪声量值定义。实验证明算法具备高敏感度的噪点识别能力, 实现了自动化的残差噪点去除。

本文所提出的误差去除算法对离轴非球面镜同样适用, 但计算前需要将离轴检测点转换到母镜坐标系。同时, 算法模型对三坐标之外的其他接触式轮廓测量仪器同样有效, 包括轮廓仪、激光跟踪仪等。

## 参考文献:

- [1] 薛栋林, 郑立功, 张峰. 基于光学自由曲面的离轴三反光学系统[J]. 光学精密工程, 2011, 19(12): 2813-2820.  
XUE D L, ZHENG L G, ZHANG F. Off-axis three-mirror system based on freeform mirror [J]. Opt. Precision Eng., 2011, 19(12): 2813-2820. (in Chinese)
- [2] 李欢, 周峰. 成像光谱仪宽视场离轴三反望远系统的光学设计[J]. 航天返回与遥感, 2012, 33(2): 28-33.  
LI H, ZHOU F. Optical design of wide-field off-axis three-mirror telescope systems [J]. Spacecraft Recovery & Remote Sensing, 2012, 33(2): 28-33. (in Chinese)
- [3] 刘兆军, 周峰, 胡斌, 等. 长焦距同轴三反空间相机光学系统研究[J]. 航天返回与遥感, 2011, 32(6): 46-52.  
LIU ZH J, ZHOU F, HU B, et al.. Study on coaxis three-mirror-anastigmat space camera with long focal length [J]. Spacecraft Recovery & Remote Sensing, 2011, 32(6): 46-52. (in Chinese)
- [4] 孟晓辉, 王永刚, 马仙梅, 等. 空间同轴三反相机  $\Phi 520\text{mm}$  次镜的加工与检测[J]. 红外与激光工程, 2017, 46(8): 0818002.

- MENG X H, WANG Y G, MA X M, et al. . Fabrication and test for  $\Phi 520$  mm secondary mirror of on-axis three mirror space camera[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2017, 46(8) : 0818002. (in Chinese)
- [5] 孟晓辉, 王永刚, 李文卿, 等.  $\Phi 420$  mm 高次非球面透镜的加工与检测[J]. 光学精密工程, 2016, 24(12) : 3068-3075.
- MENG X H, WANG Y G, LI W Q, et al. . Fabricating and testing of  $\Phi 420$  mm high-order aspheric lens[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2016, 24(12) : 3068-3075. (in Chinese)
- [6] 韩哈斯额尔敦, 曾志革, 刘海涛, 等. 光学加工机器人定位误差测量与分析[J]. 光电工程, 2017, 44(5) : 516-522.
- HASIRDEN, ZENG ZH G, LIU H T, et al. . Measurement and analyses on positioning accuracy for optical processing robots[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2017, 44(5) : 516-522. (in Chinese)
- [7] 林长青, 景洪伟, 匡龙, 等. 离轴非球面镜精磨阶段的三坐标检测技术[J]. 强激光与粒子束, 2012, 24(11) : 2665-2668.
- LIN CH Q, JING H W, KUANG L, et al. . Measuring technique for off-axis aspherical mirror in fine grinding process using coordinate measurement machine[J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2012, 24(11) : 2665-2668. (in Chinese)
- [8] 范晓明, 罗词金, 徐学科, 等. 光学非球面三坐标测量中的像散补偿[J]. 光学精密工程, 2016, 24(12) : 3012-3019.
- FAN X M, LUO C J, XU X K, et al. . Compensation of astigmatism in coordinate measurement for optical aspheric elements[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2016, 24(12) : 3012-3019. (in Chinese)
- [9] 王建明. 三坐标轮廓测量仪检测非球面研究[D]. 苏州: 苏州大学, 2013.
- WANG J M. Study on aspheric surface measurement using coordinate contour measuring machine[D]. Suzhou: Soochow University, 2013. (in Chinese)
- [10] LIN Y C, SUN W I. Probe radius compensated by the multi-cross product method in freeform surface measurement with touch trigger probe CMM[J]. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2003, 21(10-11) : 902-909.
- [11] 张毅, 刘旭敏, 隋颖, 等. 基于 K-近邻点云去噪算法的研究与改进[J]. 计算机应用, 2009, 29(4) : 1011-1014.
- ZHANG Y, LIU X M, SUI Y, et al. . Research and improvement of denoising method based on K-neighbors[J]. *Journal of Computer Applications*, 2009, 29(4) : 1011-1014. (in Chinese)
- [12] SHI K L, YONG J H, SUN J G, et al. . B-spline surface interpolation[J]. *Computer Aided Geometric Design*, 2011, 28(6) : 368-381.

#### 作者简介:



李 昂(1987—),男,山东威海人,工程师。2010年,2013年于重庆大学分别获得学士、硕士学位。目前工作于北京空间机电研究所——国防科技工业光学超精密加工技术创新中心,从事光学检测软件开发和大口径光学反射镜加工检测研究。E-mail: whoisleon@ qq. com



王永刚(1982—),男,江苏盐城人,研究员,2010年于中国科学院长春光学精密机械与物理研究所获得博士学位,主要从事大口径空间反射镜超精密制造及高精度测试技术的研究。E-mail: vangernh@ 126. com