

# 光栅周期不一致对莫尔条纹法 测量扭转角的影响

秦富林<sup>1,2</sup>, 张尧禹<sup>1</sup>, 蔡盛<sup>1,2</sup>, 乔彦峰<sup>1</sup>

(1. 中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033;

2. 中国科学院 研究生院, 北京 100039)

**摘要:** 为了提高用莫尔条纹法测量扭转角的测量精度, 分析了光栅周期不一致对扭转角测量误差的影响。从基于莫尔条纹法测量扭转角的原理出发, 论述了光栅周期不一致与测量精度的关系, 讨论了引起两光栅周期不一致的两个因素, 即光栅刻划误差以及两光栅栅面不平行。理论分析表明, 前者是引起光栅周期不一致的主要原因。当两光栅等效周期比值  $\beta < 1.001$  时, 在  $\pm 15'$  的测量范围内, 选择光栅周期为  $50 \mu\text{m}$ , 莫尔条纹宽度为  $1\ 400 \sim 1\ 800 \mu\text{m}$  时, 光栅周期不一致引起的测量误差可以控制在  $1.6''$  之内。

**关键词:** 光栅周期不一致; 莫尔条纹法; 扭转角测量

**中图分类号:** O436.1; TB92 **文献标识码:** A

## Influence of inconsistent grating periods on roll angle measurement based on Moiré fringe

QIN Fu-lin<sup>1,2</sup>, ZHANG Yao-yu<sup>1</sup>, CAI Sheng<sup>1,2</sup>, QIAO Yan-feng<sup>1</sup>

(1. *Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics,*  
*Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China;*

2. *Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China*)

**Abstract:** With the aim to improve the measuring precision of a roll angle based on Moiré fringe method, the influence of inconsistent periods of two gratings on the measurement precision is analyzed. From the basic calculation formula of roll angle measurement based on the Moiré fringe method, the relation of inconsistent grating periods and measuring precision is discussed. It is pointed out that the grating score error and the unparallel planes of two gratings are the main factors to produce inconsistent grating periods, while the former is a more important reason. The experimental results show that when the ratio of equivalent periods of two gratings  $\beta$  and measuring range are less than 1.001 and  $\pm 15'$ ; respectively, the measuring error caused by inconsistent periods can be controlled less than  $1.6''$  by choosing a grating period of  $50 \mu\text{m}$  and the width ranges of Moiré fringe of  $1\ 400 - 1\ 800 \mu\text{m}$ .

**Key words:** inconsistent grating periods; Moiré fringe; roll angle measurement

## 1 引言

在工程测量中,处于同一基座的各测量设备会在外力作用下形成三维相对角变形,其中,纵向挠曲和横向挠曲的测量比较容易实现,而扭转角的测量实现难度很大。解决扭转角的测量问题对于满足方位瞄准时变形测量、航天测量船的变形测量和动基座变形测量的需求具有非常重要的意义。

尽管角度测量的方法很多,但扭转角的测量难度大,可用的测量方法较少。到目前为止,国内外先后提出的测量扭转角的主要方法有:偏振光测量法;大钢管基准法<sup>[1]</sup>;双光源双 CCD 探测法<sup>[2]</sup>;双频偏振光法<sup>[3]</sup>;光栅法<sup>[4]</sup>;莫尔条纹法<sup>[5]</sup>等。其各自主要特点如下:

**偏振光测量法:**结构简单,体积小、质量轻,便于安装和维护。但其对偏振计接收灵敏度、起偏器与检偏器要求较高,难以满足高精度测量要求。

**大钢管基准法:**原理简单,测量精度高,技术成熟。但其设备沉重、体积大,安装维护不便。

**双光源双 CCD 探测法:**原理简单,技术基础成熟,质量轻,便于安装和维护;但两光源和两 CCD 跨度要求大,否则测量精度难以满足要求。

**双频偏振光法:**技术先进,结构简单,体积小、质量轻,便于安装和维护。但双频辐射源制造比较困难,需要采用很高的电压控制。

**光栅法:**系统结构简单、质量轻、便于安装。角度与位置存在非线性关系,测量精度也随角度的变化而变化。

**莫尔条纹法:**测量精度高,抗干扰能力强,但目前还处于理论研究阶段,尚未实现工程化。

莫尔条纹法是由中科院长春光机所李向荣在博士论文中提出的<sup>[5]</sup>。其测量原理为:由双光栅叠合产生莫尔条纹,在测量坐标系下,莫尔条纹的宽度随两光栅夹角的变化而变化,依据双光栅产生的莫尔条纹的宽度变化即可测量扭转角的大小。由于莫尔条纹法在小角度测角范围内测量精度很高,所以有很高的研究价值,对其进行误差分析也是十分必要的。

## 2 莫尔条纹法测量扭转角的原理

用莫尔条纹法测量扭转角其测量原理如图 1 所示。将光栅与莫尔条纹建立在统一的坐标系下,光栅  $G_1$  的栅线与  $Y$  轴平行,光栅  $G_2$  的栅线与  $Y$  轴的夹角为  $\theta$ ,即  $G_1$  和  $G_2$  的栅线夹角为  $\theta$  (锐角), $d_1$  和  $d_2$  分别为  $G_1$  和  $G_2$  的节距, $\omega$  是条纹宽度。上述各参数满足式(1)。由式(1)可知,当两光栅节距一定,栅线夹角  $\theta$  变化时,会引起莫尔条纹宽度  $\omega$  的变化,莫尔条纹宽度与栅线夹角具有一一对应关系,莫尔条纹宽度的变化代表着栅线夹角变化。

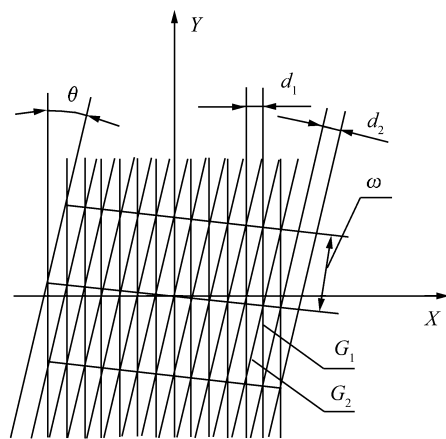


图 1 双光栅叠合产生莫尔条纹

Fig. 1 Moiré fringe produced by two congruence gratings

$$\cos\theta = \frac{(d_1^2 + d_2^2)\omega^2 - d_1^2 d_2^2}{2\omega^2 d_1 d_2}, \quad (1)$$

在实际测量中,一般采用光栅节距为  $d$  的两个相同的光栅,公式可简化为式(2)与(3),

$$\sin(\theta/2) = \frac{d}{2\omega}, \quad (2)$$

$$\theta = 2\arcsin \frac{d}{2\omega}, \quad (3)$$

其中  $\theta$  取锐角,由式(3)可知,只要求得莫尔条纹的宽度就可求得两光栅的夹角  $\theta$ ;即只要求得  $\omega$  的变化量,就可求得  $\theta$  的变化量。其中, $\theta$  的变化量即为扭转角<sup>[6]</sup>。实际测量系统需要利用 CCD 进行莫尔条纹的采集,然后通过图像处理技术获

得条纹宽度。由式(1)到(2)的简化过程是假设两光栅周期完全一致,但在实际测量中,由于制造、装调等因素的存在,两光栅周期必定存在一定的不一致,此时,由式(3)计算的结果中必然包含相应的测量误差。同时,莫尔条纹宽度的处理精度对测量也有直接影响。本文分析的重点是前者。

### 3 引起光栅周期不一致的因素

引起光栅周期不一致的因素主要有两个:光栅刻划误差和栅面不平行。这里分别论述如下:

#### 3.1 光栅刻划误差导致周期不一致

光栅在刻划复制时,不能保证两光栅周期绝对一致,因此会对测量结果产生影响。根据目前的工艺水平,选择光栅周期为  $50\ \mu\text{m}$  和  $100\ \mu\text{m}$  时,刻划误差为  $\pm 25\ \text{nm}$ 。

#### 3.2 栅面不平行引起周期不一致

在实际应用中,由于加工装调误差会导致两光栅栅面不平行。当发射光栅投影到接收光栅的栅面上时,由于栅面不平行会导致发射光栅的投影等效周期发生变化,如图2所示。 $G_1$ 是发射光栅, $G_2$ 是接收光栅,且其栅面的理论所在平面分别为  $x_0 - y_0$  面和  $x - y$  面,且  $x_0 - y_0$  面和  $x - y$  面是平

行的。以接收光栅为参考,由于存在加工制造及装调误差, $G_1$  栅面所在的  $x_0 - y_0$  面分别绕  $x$  轴和  $y$  轴转动了  $\gamma$  和  $\eta$ 。 $G_1$  和  $G_2$  的栅线夹角为  $\theta$  (锐角),为了分析方便,这里将  $G_1$  投影到平面  $x_0 - y_0$  等效为光栅  $G_0$ ,由图3可知,此时  $G_0$  的周期可以由式(4)表示:

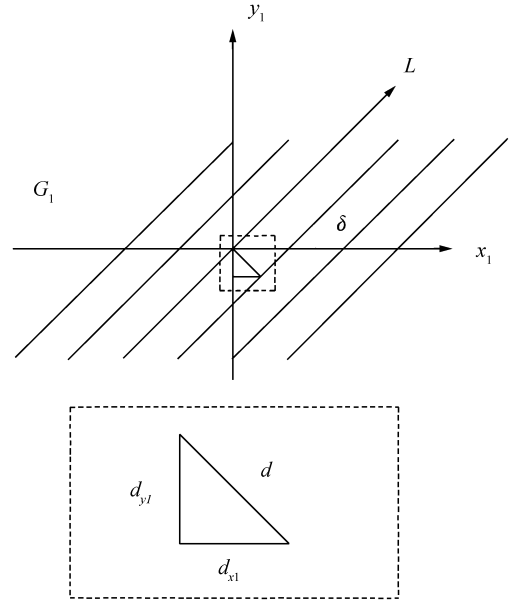


图3 栅线方向与转轴关系

Fig. 3 Relationship between line orientation of grating and rotation axis

$$d_0 = \sqrt{d_{0x}^2 + d_{0y}^2} = \sqrt{d_{x_1}^2 \cos^2 \eta + d_{y_1}^2 \cos^2 \gamma} = d \sqrt{\sin^2 \delta \cos^2 \eta + \cos^2 \delta \cos^2 \gamma}, \quad (4)$$

令  $d_0 = td$ , 则

$$t = \sqrt{\sin^2 \delta \cos^2 \eta + \cos^2 \delta \cos^2 \gamma}, \quad (5)$$

其中  $\delta$  为  $G_1$  的栅线在  $x_1 o y_1$  坐标系内与  $x_1$  轴正向的夹角,  $t$  为等效光栅周期  $d_0$  与光栅周期  $d$  的比值。

下面分析  $\eta$  和  $\gamma$  对  $t$  大小的影响。式(5)中,当两栅线夹角  $\delta$  在  $0^\circ \sim 90^\circ$  之间变化时,分别取  $\eta$  为  $1^\circ, \gamma$  为  $15', 30', 1^\circ; \gamma$  为  $1^\circ, \eta$  为  $15', 30', 1^\circ$ , 计算  $t$  的大小。从图4可以看到,当  $\gamma$  和  $\eta$  都小于  $1^\circ$  时,  $t > 0.999\ 89$ 。

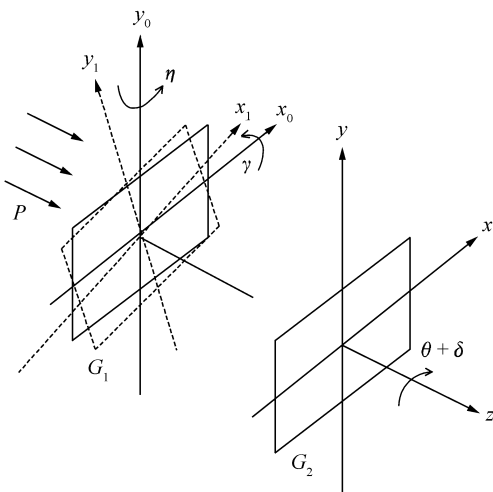
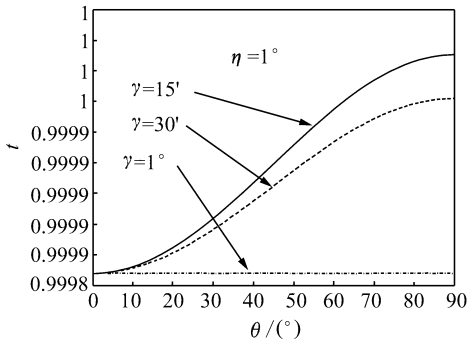
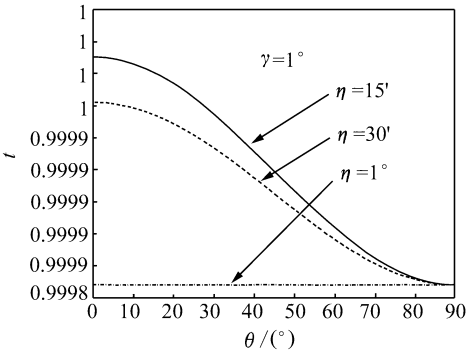


图2 栅面不平行示意图

Fig. 2 Schematic representation of unparallel planes of two gratings



(a)  $\eta = 1^\circ, \gamma = 15', 30', 1'$  时  $t$  的大小  
(a) Value of  $t$  when  $\eta = 1^\circ, \gamma = 15', 30', 1'$



(b)  $\gamma = 1^\circ, \eta = 15', 30', 1'$  时  $t$  的大小  
(b) Value of  $t$  when  $\gamma = 1^\circ, \eta = 15', 30', 1'$

图4  $\eta$  和  $\gamma$  对  $t$  大小的影响

Fig.4 Effect of  $\eta$  and  $\gamma$  on  $t$

### 4 光栅周期不一致对测量的影响

此时,两光栅夹角仍可由(1)式求得,不同的是  $d_1$  代表发射光栅在接收光栅栅面上的投影等效周期,  $d_2$  为接收光栅的周期,  $\omega$  为莫尔条纹的宽度。

若  $d_1 = d_2 = d$ , 则

$$\cos\theta = 1 - d^2 / (2\omega^2), \quad (6)$$

若  $d_1 = d, d_2 = \beta d (\beta \neq 1)$  则

$$\begin{aligned} \cos\theta' &= [(1 + \beta^2)\omega^2 - \beta^2 d^2] / 2\beta\omega^2, \\ \delta_\theta &= \arccos\left\{ \frac{(1 + \beta^2)\omega^2 - \beta^2 d^2}{2\beta\omega^2} \right\} - \\ &\quad \arccos(1 - d^2 / 2\omega^2), \end{aligned} \quad (7)$$

式中  $\beta$  值的大小和光栅刻划误差、栅面不平行两个因素相关:

$$\beta = 1 + \Delta d / d + (1 - t) / t, \quad (8)$$

其中  $\Delta d$  为光栅刻划误差,  $t$  为由于栅面不平行引起的光栅周期不一致系数。

$\beta_1$  为  $\Delta d / d$  是由光栅刻划误差引起的,  $\beta_2$  为  $(1 - t) / t$  是由两光栅栅面不平行引起的。取光栅周期  $d$  为  $50 \mu\text{m}$ ,  $\Delta d = 0.05 \mu\text{m}$ , 两光栅栅面沿两个转轴的夹角不大于  $1^\circ$  (如图2), 则  $\beta_1$  为 0.001,  $\beta_2$  为 0.0001。实际测试中因加工装调误差引起的栅面不平行度可以远小于  $1^\circ$ , 由此可知光栅刻划误差是致使光栅周期不一致的主要因素。

考虑到 CCD 的大小和一副图像中莫尔条纹采集的数目要求, 莫尔条纹的宽度不能太大。以面板大小为  $1.7 \text{ cm}$  ( $2/3 \text{ inch}$ ) 为例, 一幅图像中至少需要收到 3~5 个条纹, 则条纹的宽度应不大于  $4 \text{ mm}$ 。因此在选定光栅周期时因综合考虑误差的大小和图像采集的要求。

下面分别以周期为  $50 \mu\text{m}$  和  $100 \mu\text{m}$  为例来说明光栅周期不一致对测量的影响。如图5所示, 选择光栅周期为  $50 \mu\text{m}$ , 取  $\beta$  为 1.001, 通过调整两光栅初始夹角使得形成的莫尔条纹宽度范围为  $1400 \sim 1800 \mu\text{m}$ , 测量范围为  $\pm 15'$  时, 由光栅周期不一致所引起的测量误差为  $1.6''$ 。

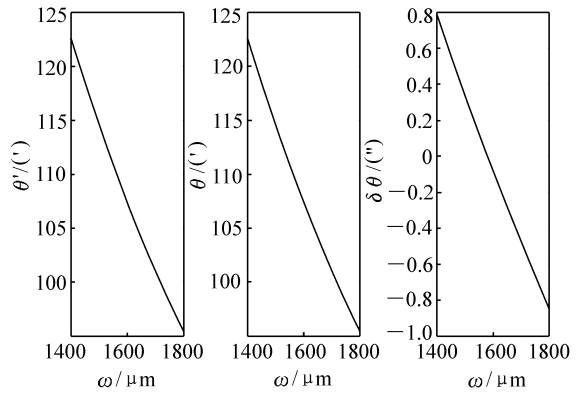


图5 光栅周期为  $50 \mu\text{m}$ ,  $\beta$  值为 1.001 时的测量误差  
Fig.5 Measuring errors when grating period and  $\beta$  are  $50 \mu\text{m}$  and 1.001, respectively

如图6所示, 选择光栅周期为  $100 \mu\text{m}$ , 取  $\beta$  为 1.0005, 通过调整两光栅初始夹角使得形成的莫尔条纹宽度范围为  $3800 \sim 5200 \mu\text{m}$ , 测量范围为  $\pm 15'$  时, 由光栅周期不一致所引起的测量误差为  $0.7''$ 。

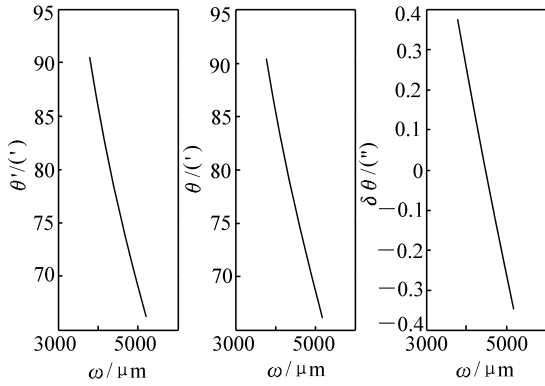


图6 光栅周期为  $100\ \mu\text{m}$ ,  $\beta$  值为  $1.000\ 5$  时的测量误差

Fig.6 Measuring errors when grating period and  $\beta$  are  $100\ \mu\text{m}$  and  $1.000\ 5$ , respectively

## 5 结 论

本文讨论了引起两光栅周期不一致的两个因素:光栅刻划误差以及两光栅栅面不平行。理论分析表明,前者是引起光栅周期不一致的主要原因。分析了光栅周期不一致对基于莫尔条纹的扭转角测量误差的影响,当两光栅等效周期比值  $\beta < 1.001$  时,在  $\pm 15'$  的测量范围内,通过选择光栅周期为  $50\ \mu\text{m}$ ,莫尔条纹宽度范围为  $1\ 400 \sim 1\ 800\ \mu\text{m}$ ,其引起的测量误差可以控制在  $1.6''$  之内。在实际应用中,光栅周期和莫尔条纹宽度范围要根据 CCD 和测量范围及测量误差的要求来选择,确定对相应的光栅刻划误差及光栅栅面安装误差的要求。

## 参考文献:

- [1] 李珉,张尧禹,李岩,等.基于测量船角变形光电测量系统的研究[J].长春理工大学学报,2006,29(3):14-15.  
LI M,ZHANG Y Y,LI Y,et al.. Research of angle distortion for measuring ship[J]. *J. Changchun University Sci. and Technol.*,2006,29(3):14-15. (in Chinese)
- [2] 倪炜.测量船船体变形测量一种新体制、新方法研究[D].北京:北京跟踪与通信技术研究所,1994.  
NI W. A new system and method for metering of instrumentation ship hull deformation[D]. Beijing:Beijing Institute of Tracking and Communication Technology, 1994. (in Chinese)
- [3] 王建军,张光明.测量船船体扭转角测量的双频偏振法[J].光学精密工程,1999,7(3):118-123.  
WANG J J,ZHANG G M. Two frequency polarization method for metering of instrumentation ship's hull transverse twist [J]. *Opt. Precision Eng.*,1999,7(3):118-123. (in Chinese)
- [4] 王建军,王颖.光栅法在船体扭转角测量中的应用[J].光学精密工程,2005,13(3):371-376.  
WANG J J,WANG Y. Application of raster metering to hull transverse twist measurement[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2005,13(3):371-376. (in Chinese)
- [5] 李向荣.基于莫尔条纹的扭转测量技术研究[D].长春:中科院长春光学精密机械与物理研究所,2006.  
LI X R. The research on roll measurement based on moiré fringe[D]. Changchun:Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics,Chinese Academy of Sciences,2006. (in Chinese)
- [6] 杨国光.近代光学测试技术[M].杭州:浙江大学出版社,2004:266-272.  
YANG G G. *Modern Optical Testing Technology*[M]. Hangzhou:Zhejiang University Press,2004:266-272. (in Chinese)

作者简介:秦富林(1985—),男,河南安阳人,硕士研究生,主要从事光电测量技术方面的研究。

E-mail:qinfulin1985@sina.com

张尧禹(1973—),男,辽宁黑山人,研究员,博士生导师,主要从事靶场设备、瞄准系统方面的研究。

E-mail:zhangyaoyu1973@sina.com