

文章编号 1674-2915(2011)06-0600-06

线性加速度计在压电陀螺卡尔曼滤波技术中的应用

林旻序^{1,2}, 汪永阳^{1,2}, 戴明¹, 乔彦峰¹

(1. 中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033;
2. 中国科学院 研究生院, 北京 100039)

摘要:针对光电稳定平台常用的压电陀螺随机游走噪声大的缺点,提出采用基于线性加速度计的卡尔曼滤波技术对其进行信号滤波。利用卡尔曼滤波理论,建立了压电陀螺角速率状态观测方程,采用线性加速度计测量平台惯性角加速度,由此对陀螺信号进行了滤波。实验结果表明:采用线性加速度计能够在不影响陀螺带宽的前提下将压电陀螺的随机游走噪声水平由原有的 $0.005(^{\circ}) \cdot s^{-1}/\sqrt{Hz}$ 降低到 $0.00125(^{\circ}) \cdot s^{-1}/\sqrt{Hz}$,提高了光电平台的稳定精度。

关键词:光电稳定平台;压电陀螺;线性加速度计;卡尔曼滤波

中图分类号:V241.5; TH824.4 **文献标识码:**A

Application of linear accelerometer to Kalman filter for piezoelectric gyro

LIN Min-xu^{1,2}, WANG Yong-yang^{1,2}, DAI Ming¹, QIAO Yan-feng¹

(1. *Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics,
Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China;*

2. *Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China*)

Abstract: As for the larger random walk noise of a piezoelectric gyro in the stabilized platform, the Kalman filtering technology based on a linear accelerometer is proposed to perform the signal filtering. Based on Kalman filtering theory, the observation equation of an angle rate for the piezoelectric gyro is established, and the linear accelerometer is used to measure the inertial angle acceleration of the platform. Then, the signal filtering of piezoelectric gyro is achieved. Experimental results show that the random walk noise level is reduced from $0.005(^{\circ}) \cdot s^{-1}/\sqrt{Hz}$ to $0.00125(^{\circ}) \cdot s^{-1}/\sqrt{Hz}$ by using linear accelerometers and without affecting the bandwidth of piezoelectric gyro, which improves the stability precision of the optoelectronic platform.

Key words: optoelectronic stabilized platform; piezoelectric gyro; linear accelerometer; Kalman filtering

收稿日期:2011-09-15;修订日期:2011-11-23

基金项目:国家自然科学基金资助项目(No. 2009CB72400105);国家863高技术研究发展计划资助项目(No. 2008AA121803)

1 引言

光电稳定平台作为侦察、测量、校射和打击效果评估的重要技术支撑,其视轴稳定精度决定了整个系统性能的好坏。而提高视轴稳定精度,必须对惯性速率反馈元件陀螺的噪声加以约束。目前小型光电稳定平台常采用压电陀螺作为惯性传感器,由于压电陀螺随机游走噪声较大,通常采用二阶或高阶巴特沃思低通滤波对其进行滤波,虽然这种方法能够对高频噪声起到很好的抑制作用,但同时会产生陀螺低频信号的相位延迟,从而影响陀螺信号带宽^[1]。

本文在设定压电陀螺速率状态变量的基础上,运用卡尔曼滤波理论建立状态递推、状态估计以及滤波增益等方程,从而完成对压电陀螺信号的滤波。由于在状态递推的过程中采用了压电陀螺的角加速度信号,从而引入系统噪声,因此滤波后陀螺信号的噪声水平和带宽在很大程度上依赖于加速度信号。

目前惯性角加速率的测量方法较少,一般采用 CJ4、CJ6 两款角加速度陀螺,因为其采用压电陀螺角速率差分原理,从而带宽上限只能达到 50 Hz,无法保证卡尔曼滤波后陀螺的相位延迟。本文通过在光电平台内框架跨轴安装 3 个线性加速度计间接测量平台的惯性角加速度,通过对线性加速度计的选型,很好地控制了卡尔曼滤波后陀螺信号的噪声和带宽。

2 压电陀螺噪声特性

为了分析压电陀螺测量信号的噪声特性,取平台静止不动时的测量信号(零位测量信号)序列数据为研究对象,图 1 为压电陀螺零位测量信号曲线。陀螺噪声随机过程是各态历经的随机过程,因此对噪声特性的分析,必须对其进行傅里叶变换得到其功率谱,随后根据噪声频率域的分布情况对其进行滤波。

压电陀螺噪声功率谱如图 2 所示,可以看出噪声功率谱密度值在低频段较为突出,若采用巴特沃思低通滤波或均值滤波,只能消除噪声的高

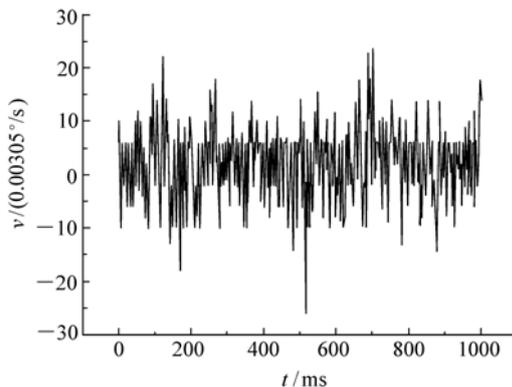


图 1 压电陀螺零位测量信号曲线

Fig. 1 Zero-position test signal curve of piezoelectric gyro

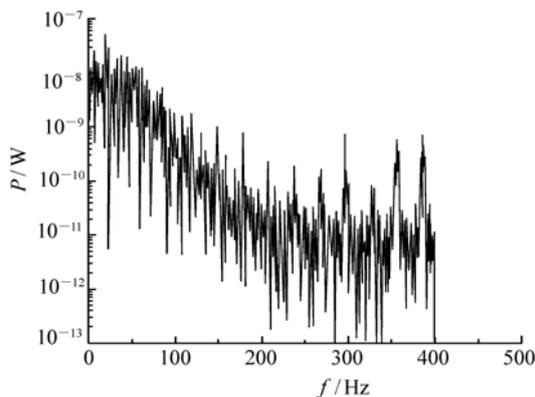


图 2 压电陀螺噪声功率谱

Fig. 2 Noise power spectrum of piezoelectric gyro

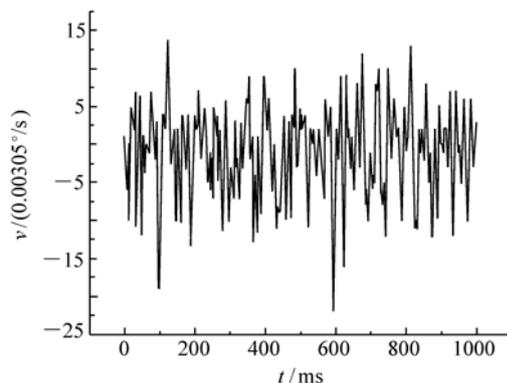


图 3 经 50 Hz 巴特沃思低通滤波后的压电陀螺零位信号曲线

Fig. 3 Zero-position test signal curve of piezoelectric gyro filtered with 50 Hz Butterworth

频段信息,对压电陀螺噪声不能起到明显的抑制作用,而采用二阶或高阶低通滤波器,极易引起压电陀螺信号的相位延迟,从而影响整个伺服系统的控制带宽,图3为采用50 Hz二阶巴特沃思低通滤波器滤波后的压电陀螺零位测量信号^[2-3]。

3 卡尔曼滤波器的应用

以离散系统为例,设 t_k 时刻的被估计状态 X_k 受系统驱动噪声序列 W_{k-1} 驱动,驱动机理由下述状态方程描述^[4]:

$$X_k = \Phi_{k/k-1} X_{k-1} + \Gamma_{k-1} W_{k-1}. \quad (1)$$

对 X_k 的量测满足线性关系,量测方程为:

$$Z_k = H_k X_k + V_k, \quad (2)$$

式中: $\Phi_{k/k-1}$ 为 t_{k-1} 时刻至 t_k 时刻的一步转移矩阵, Γ_{k-1} 为系统噪声驱动矩阵, H_k 为量测矩阵, V_k 为量测噪声序列, W_k 为系统激励噪声序列。同时, W_k 和 V_k 满足^[5]:

$$\begin{aligned} E[W_k] &= 0, \text{cov}[W_k, W_j] = \\ E[W_k W_k^T] &= Q_k \delta_{kj}, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} E[V_k] &= 0, \text{cov}[V_k, V_j] = \\ E[V_k V_j^T] &= R_k \delta_{kj}, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\text{cov}[W_k, V_j] = E[W_k, V_j^T] = 0, \quad (5)$$

式中: Q_k 为系统噪声序列的方差阵, 假设为非负定矩阵; R_k 为系统测量序列的方差阵, 假设为正定矩阵。

状态一步预测^[6]:

$$X_{k/k-1} = \Phi_{k/k-1} X_{k-1} + U_k a. \quad (6)$$

状态估计:

$$X_k = X_{k/k-1} + K_k (Z_k - H_k X_{k/k-1}). \quad (7)$$

滤波增益:

$$K_k = P_{k/k-1} H_k^T (H_k P_{k/k-1} H_k^T + R_k)^{-1}. \quad (8)$$

一步预测均方误差:

$$P_{k/k-1} = \Phi_{k/k-1} P_{k-1} \Phi_{k/k-1}^T + \Gamma_{k-1} Q_{k-1} \Gamma_{k-1}^T. \quad (9)$$

估计均方误差:

$$P_k = (I - K_k H_k) P_{k/k-1} (I - K_k H_k)^T + K_k R_k K_k^T. \quad (10)$$

卡尔曼滤波过程如图4所示。

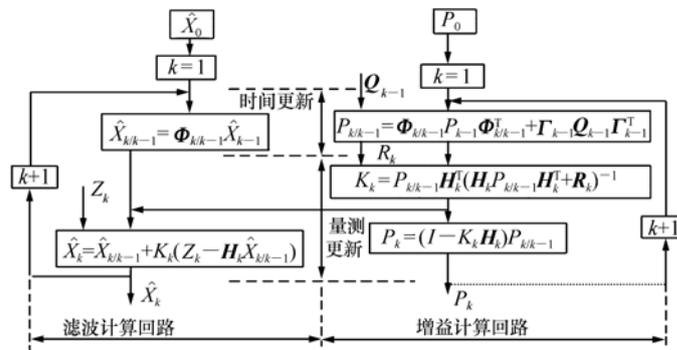


图4 卡尔曼滤波的两个计算回路和两个更新回路

Fig. 4 Two calculating and updating loops in Kalman filtering method

图中状态变量 X_k 为 k 时刻所估计的压电陀螺速度; $\Phi = 1$; U_k 为采样周期 T ; Z_k 为压电陀螺仪在 k 时刻速度的测量量; $H_k = 1$; R_k 为陀螺自身的噪声方差; Q_k 为加速度计自身的噪声方差。

采用卡尔曼滤波器滤除压电陀螺噪声, 必须先获得平台的角加速度 a 以及角加速度测量噪声方差 W_k 。

4 线性加速度计测量角加速度原理

图5为采用一对线加速度计测量平台角加速度的原理示意图, 平台的转轴垂直于纸面, 一对线加速度计 A_1 和 A_2 同向平行地安装于平台上, 敏感轴间距为 L 。

设线加速度计测得的线加速度为 $a_1(t)$ 和 a_2

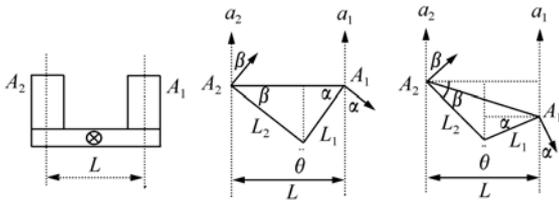


图5 线加速度计测量角加速度示意图

Fig.5 Schematic of angle acceleration measured with linear accelerometer

(t), 则平台的惯性角加速度 a 可由下式表示:

$$a = [a_1(t) - a_2(t)]/L. \quad (11)$$

从图5可以看出, 不论平台的转轴在两个加速度计的连线上, 还是在两个加速度计连线的延长线上, 或是根本不在两个加速度计的延长线上, 式(11)均成立。

$$a = \frac{a(L_1 \cos\alpha + L_2 \cos\beta)}{L} = [a_1(t) - a_2(t)]/L. \quad (12)$$

式(12)说明加速度计的安装位置不影响测量结果, 所以实际系统中可以根据安装空间的位置任意安装加速度计。根据这一原理, 测量互相垂直的两个轴向的角加速度, 只需要3个线加速度计, 如图6所示。

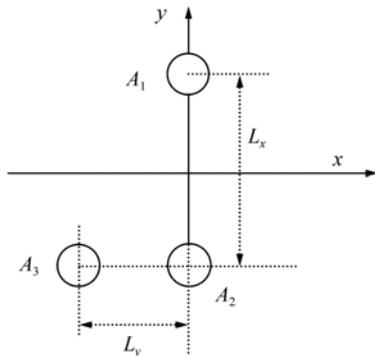


图6 3个线加速度计测量两轴角加速度示意图

Fig.6 Schematic of two-axis angle acceleration measured with three linear accelerometers

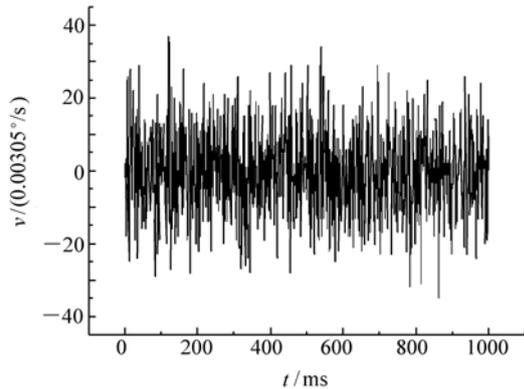
3个线加速度计呈三角形位置, 设加速度计 A_1, A_2, A_3 的输出分别为 $a_1(t), a_2(t)$ 和 $a_3(t)$, 则两个方向的角加速度为^[4]:

$$a_x(t) = \frac{a_1(t) - a_2(t)}{L_x}, \quad (13)$$

$$a_y(t) = \frac{a_3(t) - a_2(t)}{L_y}. \quad (14)$$

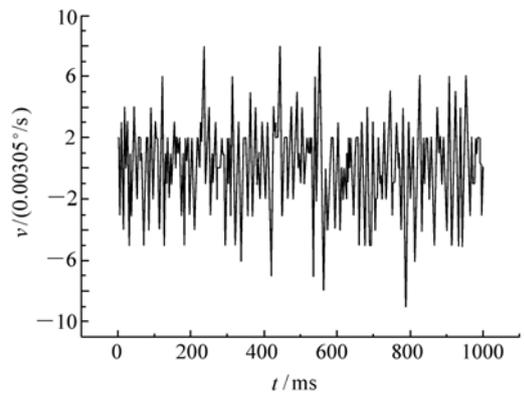
利用线性加速度计得到平台的角加速度后, 可以从角加速序列中统计得到 Q_k 。

图7(a)为压电陀螺的原始噪声曲线, 图7(b)为卡尔曼滤波后的压电陀螺噪声曲线, 图中纵坐标为 $0.00305(^{\circ})/s$ 。实际计算时, 压电陀螺噪声方差 $R_k = 35$, 加速度计噪声方差 $Q_k = 0.3$; $T = 0.00125s$ 。



(a) 压电陀螺原始噪声曲线

(a) Original noise curve of piezoelectric gyro



(b) 卡尔曼滤波后的压电陀螺噪声曲线

(b) Filtered noise curve of piezoelectric gyro with Kalman filter

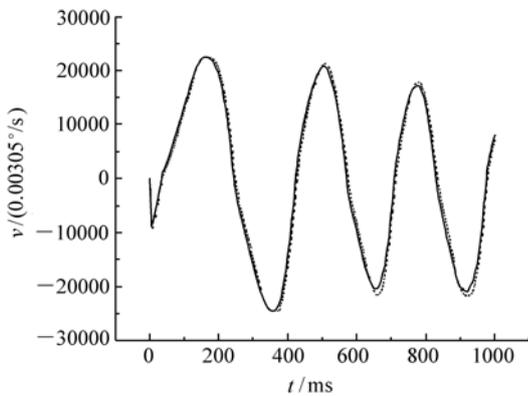
图7 压电陀螺噪声曲线

Fig.7 Noise curves of piezoelectric gyro

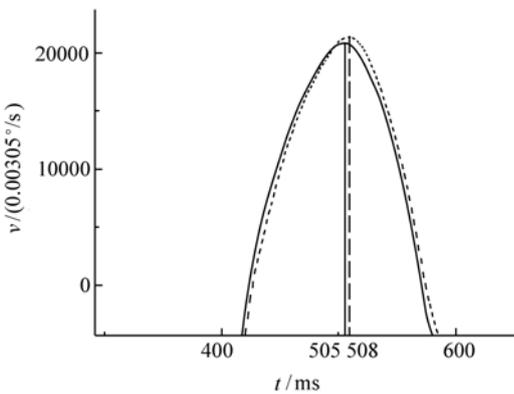
可以看出若加速度计的噪声方差 $Q_k = 0.3$, 那么其噪声的标准差 $\sigma_k = \sqrt{0.3} \approx 0.55$, 则由于加速度计所引入的噪声水平最大值为 $3 \times \sigma_k \times T \approx$

0.002(°)/s,从而0.002(°)/s作为卡尔曼滤波过程中的系统噪声,最大程度地影响着卡尔曼滤波的效果,实验中采用CF-1型线加速度计,标称带宽为100 Hz,噪声均方根值为300 μg(考虑AD采样的影响)。

通过对图7(a)和图7(b)分别求功率谱变换曲线,可以得到图7(a)压电陀螺随机游走噪声水平为0.005(°)·s⁻¹/√Hz,图7(b)卡尔曼滤波后压电陀螺随机游走噪声水平为0.00125(°)·s⁻¹/√Hz,图3中经50 Hz二阶巴特沃思低通滤波器滤波后的随机游走噪声水平为0.002(°)·s⁻¹/√Hz。



(a) 2 Hz 开环情况下压电陀螺反馈曲线
(a) Feedback curve of piezoelectric gyro in open loop of 2 Hz

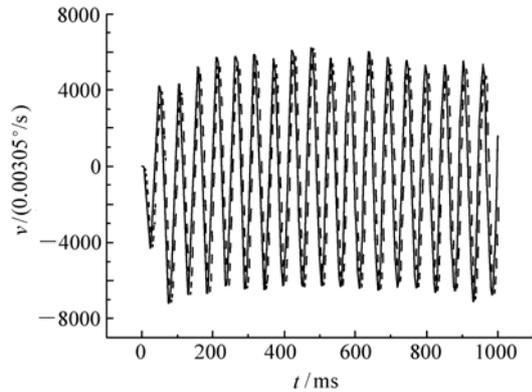


(b) 2 Hz 压电陀螺曲线局部放大图
(b) Partial enlarged view of Fig. 8(a)

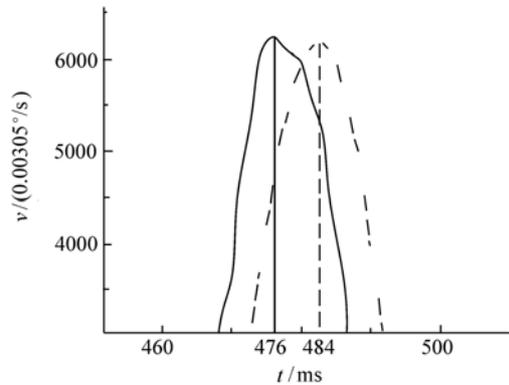
图8 2 Hz 压电陀螺开环曲线图

Fig. 8 Curves of piezoelectric gyro in open loop of 2 Hz

虽然采用线性加速度计进行卡尔曼滤波后压电陀螺的噪声水平约为采用巴特沃思滤波器的2/3,但采用基于线性加速度计的卡尔曼滤波器在相位延时上却明显优于巴特沃思低通滤波器。图8和图9分别给出了开环2 Hz和15 Hz的情况下,采用卡尔曼滤波和巴特沃思低通滤波器的压电陀螺反馈曲线,其中实线为采用卡尔曼滤波器后的反馈曲线,虚线为采用50 Hz二阶巴特沃思滤波器滤波后的反馈曲线。



(a) 15 Hz 开环情况下压电陀螺反馈曲线
(a) Feedback curve of piezoelectric gyro in open loop of 15 Hz



(b) 15 Hz 压电陀螺曲线局部放大图
(b) Partial enlarged view of Fig. 9(a)

图9 15 Hz 压电陀螺开环曲线图

Fig. 9 Curves of piezoelectric gyro in open loop of 15 Hz

通过图8(b)两条曲线峰值的延时可以看出,2 Hz时卡尔曼滤波器的相位超前二阶巴特沃思滤波器3 ms,等效于(3/500) × 360 = 2.16°。通

过图9(b)两条曲线峰值的延时可以看出,15 Hz

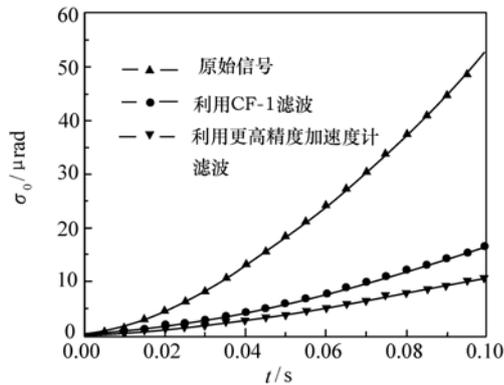


图10 压电陀螺噪声对稳定精度的影响

Fig. 10 Influence of piezoelectric gyro noise on stabilization accuracy

参考文献:

- [1] MYUNG H, LEE H K, CHOI K, *et al.*. Constrained Kalman filter for mobile robot localization with gyroscope[C]. Intelligent Robots and Systems, 2006 IEEE/RSJ International Conference on, Beijing, China, 9-15 Oct., 2006:442-447.
- [2] 毕永利. 多框架光电平台控制系统研究[D]. 北京:中国科学院研究生院, 2003.
BI Y L. Study on control system of multi-frame photoelectric platform[D]. Beijing: Graduate University of Chinese Academy of Sciences, 2003. (in Chinese)
- [3] ALMAGBILE A, WANG J L, DING W D. Evaluating the performances of adaptive Kalman filter methods in GPS/INS integration[J]. *J. Global Positioning Systems*, 2010(9):33-40.
- [4] 王江安, 庄奕琪, 周洪军, 等. 利用改进卡尔曼滤波算法抑制 GPS 接收相位噪声[J]. 数据采集与处理, 2010(5):611-614.
WANG J A, ZHUANG Y Q, ZHOU Q J, *et al.*. The application of Kalman filter in the suppression of GPS receiving phase noise[J]. *Data Acquisition and Processing*, 2010(5):611-614. (in Chinese)
- [5] 潘博文. 卡尔曼滤波算法在相对导航中的应用[J]. 现代导航, 2010(4):15-18.
PAN B W. The application of Kalman filter in the relative navigation[J]. *Modern Navigation*, 2010(4):15-18. (in Chinese)
- [6] 赵延. 机动目标自适应卡尔曼滤波算法研究[D]. 西安:电子科技大学, 2004.
ZHAO Y. Study on adaptive Kalman filter for the maneuvering target[D]. Xi'an: University of Electronic Science and Technology of China, 2004. (in Chinese)

作者简介:林旻序(1981—),女,吉林长春人,硕士研究生,主要从事光电平台稳定技术和数字图像处理方面的研究。

E-mail:minxu923@163.com

时卡尔曼滤波器的相位超前二阶巴特沃思滤波器 8 ms, 等效于 $(8/66.67) \times 360 = 43^\circ$ 。因此随着频率的升高, 巴特沃思滤波所带来的延迟也会逐渐加大, 而卡尔曼滤波则保持很好的相位特性。

图10给出了原始噪声、采用CF-1加速度计滤波后的噪声以及采用更高精度线性加速度计滤波后的噪声对稳定精度的影响。

5 结 论

针对目前小型光电稳定平台上广泛应用的压电陀螺随机游走噪声大的问题, 提出采用基于线性加速度计的卡尔曼滤波技术对其进行信号滤波。结果表明: 采用卡尔曼滤波能够在保持压电陀螺带宽(最小相位延迟)的前提下, 依靠高精度线性加速度计, 充分消除原始陀螺信号中的白噪声。