

面向机械零件三角网格模型自动配准中增强特征的分割方法

巫志辉 王立忠 梁晋 龚春园 朱峰 常志文 徐建宁

Segmentation method for enhanced features in automatic registration of triangular mesh model of mechanical parts

WU Zhi-hui, WANG Li-zhong, LIANG Jin, GONG Chun-yuan, ZHU Feng, CHANG Zhi-wen, XU Jian-ning

引用本文:

巫志辉, 王立忠, 梁晋, 龚春园, 朱峰, 常志文, 徐建宁. 面向机械零件三角网格模型自动配准中增强特征的分割方法[J]. *中国光学*, 2024, 17(5): 1112-1124. doi: 10.37188/CO.2023-0225

WU Zhi-hui, WANG Li-zhong, LIANG Jin, GONG Chun-yuan, ZHU Feng, CHANG Zhi-wen, XU Jian-ning. Segmentation method for enhanced features in automatic registration of triangular mesh model of mechanical parts[J]. *Chinese Optics*, 2024, 17(5): 1112-1124. doi: 10.37188/CO.2023-0225

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.37188/CO.2023-0225>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

结合光源分割和线性图像深度估计的夜间图像去雾

Nighttime image dehazing with a new light segmentation method and a linear image depth estimation model

中国光学 (中英文). 2022, 15(1): 34 <https://doi.org/10.37188/CO.2021-0114>

基于法向量和面状指数特征的文物点云棱界配准方法

Aligning method for point cloud prism boundaries of cultural relics based on normal vector and faceted index features

中国光学 (中英文). 2023, 16(3): 654 <https://doi.org/10.37188/CO.2022-0156>

复杂曲面零件面结构光扫描视点规划

Viewpoint planning of surface structured light scanning for complex surface parts

中国光学 (中英文). 2023, 16(1): 113 <https://doi.org/10.37188/CO.2022-0026>

基于编码解码结构的微血管减压图像实时语义分割

Real-time semantic segmentation of microvascular decompression images based on encoder-decoder structure

中国光学 (中英文). 2022, 15(5): 1055 <https://doi.org/10.37188/CO.2022-0120>

基于多尺度特征与通道特征融合的脑肿瘤良恶性分类模型

Classification model based on fusion of multi-scale feature and channel feature for benign and malignant brain tumors

中国光学 (中英文). 2022, 15(6): 1339 <https://doi.org/10.37188/CO.2022-0067>

扫频光学相干层析视网膜图像配准去噪算法

Speckle noise reduction in swept-source optical coherence tomography by retinal image registration

中国光学 (中英文). 2021, 14(2): 289 <https://doi.org/10.37188/CO.2020-0130>

文章编号 2097-1842(2024)05-1112-13

面向机械零件三角网格模型自动配准中 增强特征的分割方法

巫志辉, 王立忠*, 梁晋, 龚春园, 朱峰, 常志文, 徐建宁
(西安交通大学机械工程学院精密微纳制造技术全国重点实验室, 陕西西安 710049)

摘要:三角网格模型配准是工业自动化检测软件中的重要一环,其配准精度对检测机械零件的形位公差有重要影响。针对三角网格模型的自动配准精度低、鲁棒性差的问题,本文提出一种面向机械零件三角网格模型自动配准中增强特征的分割方法。首先,确定三角网格模型特征分割的K值,通过拉普拉斯矩阵确定种子点进行迭代初始化。其次,本文采用合适的区域形状代理和代价函数以加速该过程,并通过多源迭代聚类得到特征分割结果。最终,在三角网格模型特征分割结果的基础上进行基于奇异值分解法的粗配准,之后再根据EM-ICP进行精配准。与传统的特征描述子粗配准结合ICP精配准的方法进行对比,结果表明,本文方法的配准误差下降了25.2%,自动配准时间缩短了62.6%,有效地提高了三角网格模型自动配准的精度和效率。

关键词:三角网格模型;特征分割;种子点选取;分割后处理;自动配准

中图分类号:TP394.1;TH691.9

文献标志码:A

doi:10.37188/CO.2023-0225

Segmentation method for enhanced features in automatic registration of triangular mesh model of mechanical parts

WU Zhi-hui, WANG Li-zhong*, LIANG Jin, GONG Chun-yuan, ZHU Feng, CHANG Zhi-wen, XU Jian-ning
(State Key Laboratory for Manufacturing Systems Engineering, College of Mechanical Engineering,
Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

* Corresponding author, E-mail: wanglz@mail.xjtu.edu.cn

Abstract: Triangular mesh model registration is an important part of industrial automation detection software. The registration accuracy has an important influence on mechanical parts' shape and position tolerance. Aiming to solve the problems of low accuracy and poor robustness of the automatic registration of triangular mesh models, we propose a segmentation method for enhanced features in the automatic registration of triangular mesh models for mechanical parts. First, the K value of the feature segmentation of the triangular mesh model was determined, and the Laplacian matrix determined the seed points for iterative initialization. Second, the appropriate region shape agent and cost function were used to accelerate the process and perform multi-source iterative clustering to obtain the intended feature segmentation results. Finally, based on

收稿日期:2023-12-18; 修订日期:2024-01-19

基金项目:国家重点研发计划项目(No. 2022YFB4601802); 国家自然科学基金资助项目(No. 52275543)

Supported by the National Key R&D Program of China (No. 2022YFB4601802); National Natural Science Foundation of China (No. 52275543)

the feature segmentation results of the triangular mesh model, the coarse registration based on the singular value decomposition method was performed, then the fine registration was performed according to the EM-ICP. The experimental results show that the proposed method reduces registration error by 25.2% and shortens the automatic registration time by 62.6%, compared with the traditional feature descriptor coarse registration combined with ICP fine registration method. This effectively improves the accuracy and efficiency of the automatic registration of the triangular mesh model.

Key words: triangular mesh model; feature segmentation; seed point selection; segmentation post-processing; automatic registration

1 引言

随着工业检测技术的发展,航天、船舶和车辆等行业对检测的精度、效率和自动化需求越来越迫切,以往的检测手段已难以满足越来越高的工业检测需求。自动化检测技术是工业检测的重要部分,其融合了计算机图像图形学、光电子学和计算机视觉等科学计算。周晓东^[1]等对单个数字化检测技术进行研究,提出了一种圆柱度测量新方法,但缺乏综合性偏差检测方案。通常国内外检测软件(GOM软件和XTOM软件),利用三维重建技术可以重建出机械零件较高精度的点云,再将点云封装得到扫描三角网格模型,而通过剖分标称模型可以得到CAD三角网格模型。为了实现自动化数字检测,需要将扫描三角网格模型与CAD三角网格模型进行配准,最终才能进行零件各种形位公差检测或缺陷部位补偿^[2-3],因此,三角网格模型自动配准技术也是工业检测中的热点技术。

目前,国内外已有许多对点云和三角网格模型配准的改进工作。如杨鹏程^[4]等基于法向量和面状指数特征对点云配准进行改进,但由于其需要获取特征点并搜索邻近点,使得配准耗时增加。Junior^[5]等根据图像领域中尺度不变特征转换(scale invariant feature transform, SIFT)发展出3D尺度不变特征转换(SIFT3D)算法,并且通过PFH(point feature histograms)特征描述子确定匹配点,以求解变换参数,从而完成粗配准。Yang J L^[6]等基于范数配准模型提出了六维变换域的上下界函数,并利用分支界定算法提出全局优化的Go-ICP(generalized outer iterative closest point)算法,该算法成功证明了求解的变换矩阵具有全局

最优性,而且中间过程只需要结合DT(Duality Transform)算法无需其他优化算法就能实现点云配准,但是Go-ICP算法的初始化较为耗时。Lian W^[7]等对于点云配准全局求解进行速度优化,但是需要结合重建过程中的图像。Liu Y L^[8]等提出利用元曲面构建点云的拓扑信息从而实现点云配准。该方法主要应用于由简单形状组成的零件点云配准。刘跃生^[9]和林森^[10]等人基于点云邻域信息构建待匹配特征以实现配准,但该方法即使在邻域搜索过程中使用了kdtree,在点云数量较多的情况下仍较为耗时。通过调研发现大部分配准算法都是针对点云数据,而三角网格模型不仅包含点云数据,还具有丰富的曲率和拓扑等可以反映实际机械零件几何特征的特征信息。而且三角网格模型的特征信息也是改进配准算法的重要依据。

对于三角网格模型特征分割方法的研究, Garland M^[11]等提出层次面片聚类算法,即对于选取的三角面片,将其附近的面片合并至代表聚类中,这容易产生结果不收敛情况。Theologou P^[12]等基于频谱分析发展出Spectral Clustering(谱聚类)算法,通过建立图与线性代数的关系实现无监督特征分割,但分割正确率仍需改善。Shi J E^[13]等将图像分割转换为图分割问题,现已作为一种规范切割的方法。该方法先将图形初始化分割为两部分,递归过程中使用描述同段元素之间一致性的特征向量作为分割依据实现规范分割。Chahho M^[14]等推导出一个邻接矩阵,并用其特征值进行编码,通过网格的连通性作为限制条件进行谱聚类实现最佳Usingp-spectral Clustering(随机切割)。Dong Q J^[15]和Lei H^[16]等基于深度学习进行特征分割,将拉普拉斯矩阵、三角网格曲率

信息和邻接矩阵等进行编码,通过数据集确定编码特征向量的范围,分割正确率一般比传统方法高,但是对数据集要求较高,并且在机械零件的三维重建后处理及应用中距离工业落地还有一定的差距。

本文在三角模型的自动配准中采用三角网络模型的特征分割,实现了增强特征功能,并详细研究了三角网络模型的自动分割过程,介绍了特征分割过程的总体流程,及多源迭代聚类中的 K 值如何调整,提出了利用拉普拉斯矩阵确定种子点的方法,确定距离代价函数后进行迭代过程,进行分割后处理降低分割错误率。实验证明本文三维模型的分割效果较一些典型方法好。另外实验表明通过特征增强后的三角网络自动配准的精度得到提高,速度得到提升,验证了此方法的可行性。

2 三角网络模型特征分割

2.1 三角网络模型分割流程

特征分割问题为一个优化问题,本质上是通过不同的原则定义代价函数,再通过优化该代价函数得到对应的分割结果。特征分割步骤主要包括 5 个:特征选择、相似性度量、分割算法、结果验证和分割准则。根据分割评价指标可以度量分割的质量,从而衡量各个算法的优劣。

本文进行三角网络分割和自动配准分析所用的三角网络模型是 fandisk 模型和管道模型,如图 1 所示。fandisk 模型表面形状类型复杂,因此在计算机图形学中常作为测试算法的典型三维模型。此模型可以表示一些难以得到三角网络模型的机械零部件(如大型船体)。

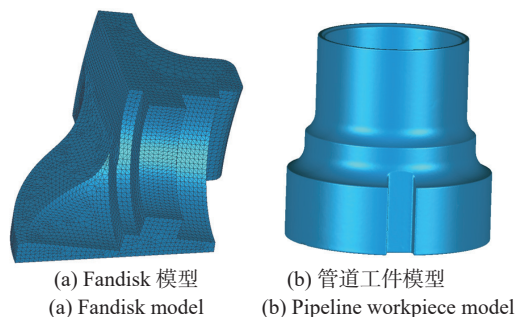


图 1 本文所用的三角网络模型

Fig. 1 The triangular mesh model used in this paper

本文分割算法类似于多源区域生长算法,主要利用代价函数来队列元素排列优先级,并对多源广度做优先遍历,多源迭代聚类的实现步骤如下:

(1)首先从三角网格模型的三角面片中选取 K 个聚类的初始中心作为三角网格模型分割的种子点。记为 $F = \{F_i\}$,其中 $i=1,2,3,\dots,K$;

(2)创建一个优先级队列 Q 和一个记录面片状态的状态表 $T(v, g)$ 。其中, v 表征该面片是否被遍历, g 表征该面片目前属于哪个组。 v 取值为 0 或 1,其中 0 表示未遍历,1 表示已遍历,初始化为全 0 矩阵。 g 取值为 -1 至 $K-1$,其中 -1 表示为还未归组,其它值为归组的组号, g 的初始化为全 -1 矩阵。将选取的种子点压入优先级队列中,并将种子点对应的状态表 v 设为 1。

(3)取出优先级队列 Q 的队首元素,将其相邻的三角面片加入队列中,并将状态表中对应的面片 v 标记为 1。由于欧式距离无法反映面片与区域之间的相似程度,无法衡量当前面片应属的区域,因此需要计算该相邻面片至所有形状代理的 $\mathcal{L}(\mathcal{R}_i, P_i)$ 距离。其中 \mathcal{R}_i 表示分割区域, P_i 表示形状代理,具体计算细节和方法在后文中给出。针对队首元素组的 $\mathcal{L}(\mathcal{R}_i, P_i)$ 距离计算中需乘一个阈值 $\beta = k\alpha/N$,其中 k 等于当前迭代的次数, α 代表缩放系数,本文经过多次测试推荐 α 取 0.8, N 为迭代上限, k 超过 20 则令 $\beta=1$ 。计算距离后将当前面片的 g 值设为最小的聚类中心索引。

(4)若队列为空则表明一次划分已经完成,更新种子面片并更新区域形状代理。若队列不为空则重复步骤(3);

(5)进行分割后处理,例如单面片重划分和多区域再融合等。

2.2 K 值选取

作为先验信息, K 值会影响最终的分割结果,若 K 值过大会产生过分割现象,反之则会产生欠分割现象。本文 K 的初始值选为 CAD 面结构片数^[17],并且需在分割前对三角网络模型进行预处理, CAD 三角网络模型和扫描三角网络模型的 K 取相同值可提高配准精度。为了提高分割方法的鲁棒性,本文采用肘部法^[18]来选取合适的 K 值。fandisk 模型由肘部法调整的种子点个数为 18,如图 2 所示。

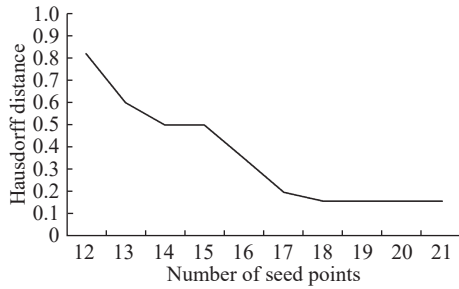


图 2 种子与 H 距离关系

Fig. 2 The relationship between seed and H distance

2.3 种子点选取

传统方法的种子点是给定随机数种子后随机选取的。另外, 还有用户交互式种子点选取方法, 但是该方法降低了自动分割的效率。种子点选取会对结果起到至关重要的影响, 不好的种子点会产生迭代不收敛或者收敛到局部最小值的情况。

相对利用传统笛卡尔坐标描述三维曲面的方式, 基于曲面微分进行描述可以更好地表达三角网格模型的局部特征信息。因为, 本文需先建立其拉普拉斯矩阵。三角网格模型上顶点的拉普拉斯坐标 δ_i 计算公式如下:

$$\delta_i = \sum_{j \in N(i)} \frac{\omega_{ij}}{\sum_{k \in N(i)} \omega_{ik}} (\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j) \quad (1)$$

其中 \mathbf{v}_i 和 \mathbf{v}_j 表示顶点坐标, j 表示 \mathbf{v}_i 邻域 \mathbf{v}_j 的点索引, $N(i)$ 表示 \mathbf{v}_i 邻域所有点的索引, 本文取 $\omega_{ij}=1$ 。

利用拉普拉斯矩阵 \mathbf{L} 将顶点坐标变换为拉普拉斯坐标:

$$\delta_{n \times 3} = \mathbf{L}_{n \times n} \mathbf{V}_{n \times 3} \quad (2)$$

拉普拉斯矩阵 \mathbf{L} 的元素如下:

$$\mathbf{L}_{ij} = \begin{cases} 1 & i = j \\ -\omega_{ij} & (i, j) \in E \\ 0 & \text{others} \end{cases} \quad (3)$$

图 3 是本文所用的三角网格模型通过拉普拉斯矩阵变换示意图。选取三角网格模型的局部位置, 再将局部位置的点和边抽象为图, 再通过上述公式求解出其拉普拉斯矩阵。

此局部位置的拉普拉斯矩阵 \mathbf{L} 的计算结果如下:

$$\begin{bmatrix} 6 & -1 & -1 & -1 & -1 & 0 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & 3 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 3 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & -1 & 4 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 4 & -1 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

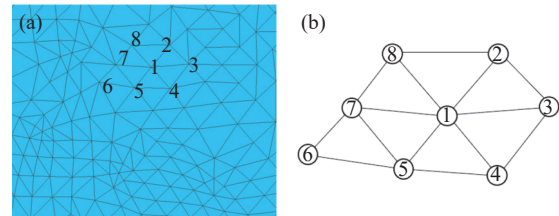


图 3 本文所用三角网络模型的 (a) 局部三角网格和 (b) 抽象图结构

Fig. 3 (a) Local triangular mesh and (b) abstract graph structure used in this paper

本文所用的三角网格模型上存在 n 个顶点, 故求得的拉普拉斯矩阵维度为 $n \times n$, 并且该矩阵为稀疏矩阵。对拉普拉斯矩阵 \mathbf{L} 求取特征值和特征向量, 并将特征值按照大小排序, 选取前 K 个最大特征值和前 m 个最小特征值对应的三角面片。若其中有重复值, 则删除后重复索引, 得到 m 至 $2m$ 个候选的三角面片。选取距离所有候选面片中心最远的候选面片 T_0 作为起始面片, 计算所有候选面片到 T_0 中心的距离并得到 N 维的距离统计向量 \mathbf{L}' , 选取距离最大值的的面片作为 T_1 。计算所有面片到 T_1 的距离, 若第 i 个点距离小于 L_i 则更新 L_i , 保证 L_i 中存储的距离都是当前面片到选取面片集合的最小值, 将 \mathbf{L}' 中最大值对应的点加入选取面片集合。重复该过程删除多余面片直到候选数量达到 m 个为止, 将这些三角面片作为初始化的聚类中心, 也是种子点, 得到为该管道模型的种子点, 如图 4 所示。

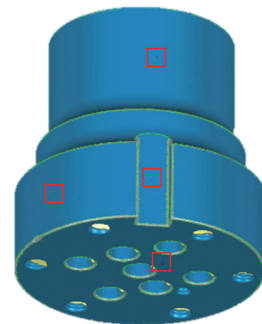


图 4 种子点结果示意图

Fig. 4 Schematic diagram of seed point

由于拉普拉斯矩阵具有局部形状信息,因此本文方法可以使得种子点的选取更趋近于区域中心。此外,若两个三角网格模型的形状接近,求得的种子点也较为接近,这可以避免由于种子点随机选取导致的分割结果差异较大的情况。

2.4 区域形状代理与距离代价函数

在计算面片归属区域时需要对所有三角面片的平方距离进行积分,但这样计算量较大。本文考虑对离散后的距离进行求和以简化计算,并用一阶近似来作为最终结果以平衡精度和计算效率。本文使用区域形状代理^[18]来表示分割区域,形状代理的重要参数为点坐标 \mathbf{X}_i 和法向量 \mathbf{N}_i 。图 5 为局部区域的形状代理。针对该局部区域求得点坐标 \mathbf{X}_i 和法向量 \mathbf{N}_i ,由此可以得到切平面,对于第 i 个片面 T_i ,其上 3 个三维点的空间坐标分别为 \mathbf{v}_{i1} , \mathbf{v}_{i2} , 和 \mathbf{v}_{i3} ,此三点距离切平面的距离分别为 d_1 , d_2 和 d_3 。

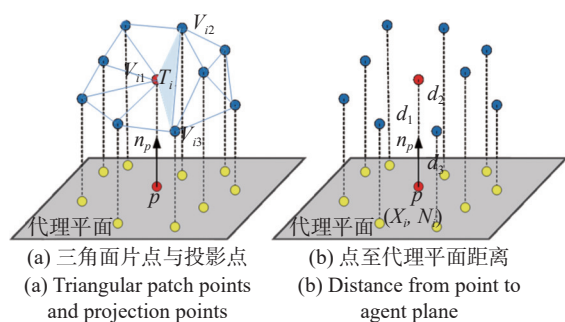


图 5 (a) 三角面片点与投影点和 (b) 点至代理平面距离示意图

Fig. 5 Schematic diagrams of (a) distance from triangular patch points to projection points and (b) distance from point to agent plane

分割区域 \mathcal{R}_i 与其对应的形状代理 P_i (对应图中的切平面) 之间的距离代价函数为^[18]:

$$\mathcal{L}^2(\mathcal{R}_i, P_i) = \iint_{x \in \mathcal{R}_i} \|x - \Pi_i(x)\|^2 dx \quad (4)$$

其中, x 表示归属当前区域的点, $\Pi_i(x)$ 表示 x 在代理平面的投影。

由于式(4)需要进行非线性优化,比较耗时,对于平面类型,式(4)可以离散简化^[19]为:

$$\frac{1}{6}(d_1^2 + d_2^2 + d_3^2 + d_1 d_2 + d_1 d_3 + d_2 d_3) |T_i| \quad (5)$$

其中 $|T_i|$ 为第 i 个三角面片的面积。

为了简化欧式距离的计算过程,建立了如式(6)所示的形状代理空间坐标计算公式为:

$$\mathbf{X}_i = \left(\sum_{T_i \in \mathcal{R}_i} \mathbf{g}_i |T_i| \right) / \left(\sum_{T_i \in \mathcal{R}_i} |T_i| \right) \quad (6)$$

其中 \mathbf{g}_i 为三角面片的重心。

对应的该形状代理的法向量为式(7)计算得到的 \mathbf{N}_i 的最小特征值对应的特征向量:

$$\mathbf{N}_i = \sum_{T_i \in \mathcal{R}_i} \left(\frac{2|T_i|}{72} \mathbf{M}_i \begin{bmatrix} 10 & 7 & 0 \\ 7 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{M}_i^T + |T_i| \mathbf{g}_i \mathbf{g}_i^T \right) - \left(\sum_i |T_i| \right) \mathbf{X}_i \mathbf{X}_i^T \quad (7)$$

其中 \mathbf{M}_i 的求解方式为:

$$\mathbf{M}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{i2} - \mathbf{v}_{i1} \\ \mathbf{v}_{i3} - \mathbf{v}_{i1} \\ 0 \ 0 \ 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

其中, \mathbf{v}_{i1} , \mathbf{v}_{i2} , \mathbf{v}_{i3} 分别为第 i 个三角面片上点 1、点 2、点 3 的三维坐标为分割区域 \mathcal{R}_i 与其对应的形状代理 P_i 之间法向偏差的代价函数为:

$$\mathcal{L}^{2,1}(\mathcal{R}_i, P_i) = \iint_{x \in \mathcal{R}_i} \|\mathbf{n}(x) - \mathbf{n}_i\|^2 dx \quad (9)$$

其中 \mathbf{n}_i 表示第 i 个三角面片的法向量, $\mathbf{n}(x)$ 表示待衡量的法向量。

对于平面类型,式(9)可以简化为^[20]:

$$\mathcal{L}(\mathcal{R}_i, P_i) = \|\mathbf{n}_i - \mathbf{N}_i\|^2 |T_i| \quad (10)$$

该形状代理的空间坐标计算方式不变,法向量计算公式转换为:

$$\mathbf{N}_i = \frac{\sum_{T_i \in \mathcal{R}_i} |T_i| \mathbf{n}_i}{\left\| \sum_{T_i \in \mathcal{R}_i} |T_i| \mathbf{n}_i \right\|} \quad (11)$$

与传统方法直接使用 $\mathcal{L}^{2,1}$ 作为代价函数不同,本文采用的代价函数为欧式距离和法向偏差的综合值,本文 ω 取值为 1。

$$\mathcal{L}(\mathcal{R}_i, P_i) = \mathcal{L}^2(\mathcal{R}_i, P_i) + \omega \mathcal{L}^{2,1}(\mathcal{R}_i, P_i) \quad (12)$$

2.5 分割后处理

全局优化之后, 曲面网格被划分成互不重叠的区域。分割边界附近的三角形面与邻近的代理误差几乎总是相等, 因此某些面片的划分不稳定, 容易出现锯齿形的边界曲线。为了保证分割后的一致性, 需要对边界进行平滑操作。

边界平滑的过程是最小化能量函数的过程, 本文边界平滑的能量函数为^[21]:

$$E(X) = \sum_{v_i \in \mathcal{V}_f} \hat{E}_1(X_i) + \lambda \sum_{(v_i, v_j) \in \mathcal{E}} \hat{E}_2(X_i, X_j) \quad (13)$$

其中, λ 取值为 1, 将 \mathcal{V}_f 中每个顶点的坐标设置为 0 或 1, 因此 $X_i \in \{0, 1\}$, X 为二进制的向量。若 $v_i \in \mathcal{V}_f$, 则 $X_i = 0$, 此时令其对应的面片归属于 R_0 , 反之, 则 $X_i = 1$, 对应的面片属于 R_1 。 $E(X)$ 为总的边界平滑能量函数, \hat{E}_1 为距离部分能量函数, \hat{E}_2 为边长部分能量函数。 \hat{E}_1 和 \hat{E}_2 的值可由式(14)~式(16)求得。

如图 6(彩图见期刊电子版)所示, 该部分的三角面片由两个区域 R_0 和 R_1 组成, 集合 \mathcal{V}_0 由 R_0 中的黄色三角形组成, 集合 \mathcal{V}_1 由 R_1 中的青色三角形组成, 集合 \mathcal{V}_f 由 \mathcal{V}_0 和 \mathcal{V}_1 之间的三角形组成。 \mathcal{V}_0 和 \mathcal{V}_1 两个集合中的三角形都会保留其标签, 只有 \mathcal{V}_f 中的三角形可以被重新标记。在确保中间区域内的三角面片不至于过度偏离形状代理的前提下提高边界的光滑性。

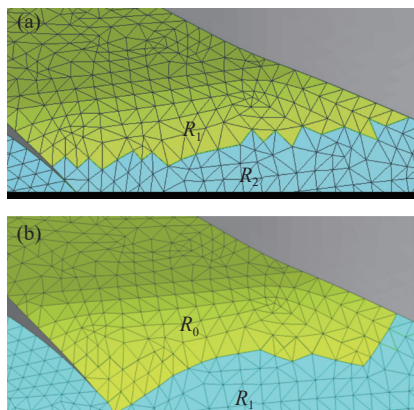


图 6 边界平滑 (a) 前、(b) 后示意图

Fig. 6 Schematic diagrams (a) before and (b) after boundary smoothing

本文同时考虑了边界面片到其代理的距离和沿边界的边长。该部分的能量函数为:

$$\hat{E}_1(X_i = 0) = \begin{cases} 0, & v_i \in \mathcal{V}_0 \\ \infty, & v_i \in \mathcal{V}_1 \\ d_i^0 / (d_i^0 + d_i^1), & v_i \in \mathcal{V}_f \end{cases} \quad (14)$$

$$\hat{E}_1(X_i = 1) = \begin{cases} \infty, & v_i \in \mathcal{V}_0 \\ 0, & v_i \in \mathcal{V}_1 \\ d_i^1 / (d_i^0 + d_i^1), & v_i \in \mathcal{V}_f \end{cases} \quad (15)$$

其中, d_i^0 为 v_i 到区域 R_0 的形状代理距离, 同理 d_i^1 为 v_i 到区域 R_1 的形状代理距离。

鉴于三角面片一边上两个顶点 $\{v_b, v_j\}$ 对应的对偶边代价随着边界长度的增加而变大。定义该部分的能量函数为:

$$\hat{E}_2(X_i, X_j) = \frac{L(i, j)}{L(i, j) + L_{ave}} |X_i - X_j| \quad (16)$$

其中 $L(i, j)$ 是顶点 $\{v_b, v_j\}$ 公共边的长度, L_{ave} 为三角网格模型的平均边长。

通过最小化式(13)的能量函数进行边界平滑, 可以将图 6 中的锯齿状边缘优化成为更光滑的边缘。

图 7 显示了某几个组产生孤立三角面片的情况。为了避免迭代聚类过程中陷入局部最小值, 导致图 7 情况的发生, 本文采用状态表再统计的方法对分割区域中面片数量远小于平均值的区域进行再聚合操作。

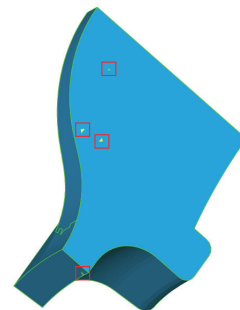


图 7 孤立三角面片示意图

Fig. 7 Schematic diagram of isolated triangular patch

2.6 分割过程加速

本文提出了一种加速方法, 可以加速分割一些具有尖锐特征模型。该方法预先选出部分边界, 并将这些边界作为一次粗分割结果。该方法先遍历所有三角面片并计算一维邻域中两个三角面片的二面角, 标记出二面角超过阈值的两个三角形, 将其邻接边作为尖锐特征。本文选取的二面角阈值为 45° , 得到的分割边界如图 8 所示。将此边界作为第一次分割的结果, 后续再基于原流程进行再次优化分割。

针对数据量较大的三角网格模型, 可通过边折叠等简化算法^[22]得到分辨率更低的三角网格

模型,可以使耗时较长的初次分割过程加速。简化前后的模型如图 9 所示。由 12946 个三角面片组成的源三角网格模型,经过简化得到由 6472 个三角面片组成的低分辨率三角网格模型。由于低分辨率三角网格模型的数据量更小,其分割过程更快。后续需将低分辨率三角网格模型的分割边界投影回原模型,通过在原始网格上再次进行优化分割得到最终结果。

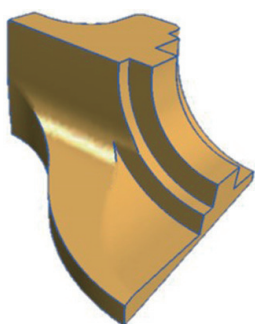


图 8 边界提取结果图

Fig. 8 Boundary extraction results

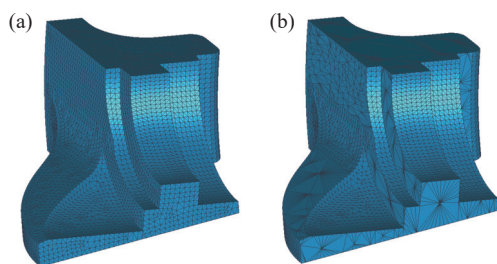


图 9 (a) 源三角网格模型和 (b) 通过边折叠等简化算法得到的低分辨率三角网格模型

Fig. 9 (a) Source triangular mesh model and (b) the low-resolution triangular mesh model obtained through simplification algorithms such as edge collapsing

2.7 分割结果

经过本小节的流程处理后,本文 fandisk 模型两个视角的分割结果如图 10(彩图见期刊电子版)所示。可以看到并未发生过分割和欠分割的现象,得到的分割结果较为理想。

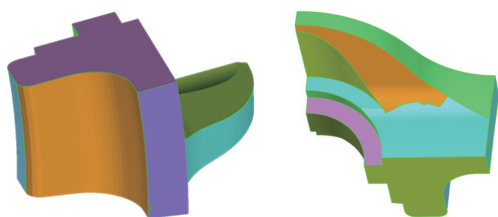


图 10 fandisk 模型两个视角的分割结果

Fig. 10 Segmentation results of fandisk model in two views

3 增强特征的三角网格自动配准

3.1 增强特征的三角网格粗配准

在进行三角网格模型粗配准的过程中,一般使用特征描述子方法两个模型的匹配点,从而组成源点系和目标点系,再求解两个点系的变换关系。另外,也可以通过主成分分析法(PCA)求解变化关系。

特征描述子易于在粗配准过程中忽略子部分特征,比如图 11 中回转体上缺口导致的特征。当两个模型有较大差异的情况下,PCA 法求得的解在精配准迭代中不收敛。鉴于此,本文将前文得到的三角网格模型分割面片的中心作为匹配点系,从而增强特征,使得配准结果更准确。本文在得到一定数量的对应点集的基础上,采用奇异值分解法计算粗配准的旋转矩阵和平移矩阵。

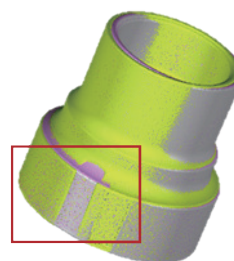


图 11 回转体忽略特征示意图

Fig. 11 Schematic diagram of revolving body ignoring feature

设源三角网格模型中的分割中心点系为 $\mathbf{P} = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$, 目标三角网格模型中的分割中心点系为 $\mathbf{Q} = \{q_1, q_2, \dots, q_n\}$, 求解粗配准的变换关系(旋转矩阵和平移矩阵)的原理和具体过程如下:

设两个点系之间对应的旋转矩阵和平移矩阵为 (\mathbf{R}, \mathbf{T}) , F 为最小化的目标函数。

$$(\mathbf{R}, \mathbf{T}) = \arg \min \sum_{i=1}^n \|(\mathbf{R}p_i + \mathbf{T}) - q_i\|^2 \quad (17)$$

将旋转矩阵 \mathbf{R} 定为不变量, 求解最小化目标函数的平移矩阵 \mathbf{T} , \mathbf{F} 对 \mathbf{T} 求导:

$$\frac{\partial F}{\partial \mathbf{T}} = 2n\mathbf{T} + 2\mathbf{R} \sum_{i=1}^n p_i - 2 \sum_{i=1}^n q_i \quad (18)$$

令式(18)为零求解出平移矩阵 T 为:

$$T = \bar{q} - R\bar{p} \quad (19)$$

求解出平移矩阵 T 后求解旋转矩阵 R , 将 T 值带入式(17):

$$R = \arg \min \sum_{i=1}^n \|(R\mathbf{p}_i - R\bar{p}) - (\mathbf{q}_i - \bar{q})\|^2 = \arg \min \sum_{i=1}^n \|R\mathbf{x}_i - \mathbf{y}_i\|^2 \quad (20)$$

其中, $\mathbf{x}_i = \mathbf{p}_i - \bar{p}, \mathbf{y}_i = \mathbf{q}_i - \bar{p}$,

$\|R\mathbf{x}_i - \mathbf{y}_i\|^2 = \mathbf{x}_i^T \mathbf{x}_i - \mathbf{y}_i^T R\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_i^T R^T \mathbf{y}_i + \mathbf{y}_i^T \mathbf{y}_i$, 由于 $\mathbf{x}_i^T \mathbf{x}_i$ 与 $\mathbf{y}_i^T \mathbf{y}_i$ 的结果为固定值, 因此式(20)等效于:

$$R = \arg \min (-2) \cdot \sum_{i=1}^n \mathbf{y}_i^T R\mathbf{x}_i \quad (21)$$

将 \mathbf{x}_i 和 \mathbf{y}_i 去中心化可以得到维度为 $3 \times n$ 的空间坐标矩阵 X 和 Y , 因此可以用矩阵替换连加后的各点的目标函数值:

$$\sum_{i=1}^n \mathbf{y}_i^T R\mathbf{x}_i = \text{tr}(Y^T R X) = \text{tr}(R X Y^T) \quad (22)$$

将 $X Y^T$ 的结果进行 SVD 分解可以得到:

$$\text{tr}(R X Y^T) = \text{tr}(R U \sum V^T) = \text{tr}(\sum V^T R U) \quad (23)$$

令 $M = V^T R U$ 由于 V, R, U 均为正交矩阵, 所以 M 也为正交矩阵。可以求出上限值为:

$$\begin{aligned} \text{tr}(\sum V^T R U) &= \text{tr}(\sum M) = \\ &= \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix} = \\ &= \sum_{i=1}^3 \sigma_i m_{ii} \leq \sum_{i=1}^3 \sigma_i \quad (24) \end{aligned}$$

求式(21)的最小值等效于求式(24)的最大值, 分析式(24)知 M 为单位矩阵时取最大值, 因此旋转矩阵求解方式为:

$$R = V U^T \quad (25)$$

图 12(彩图见期刊电子版)为源三角网格模型各个分割中心的点, 同理可以得到目标三角网格模型分割中心的点。将两分割中心作为源点系和目标点系, 利用式(19)和式(25)可以求得粗配准的旋转矩阵和平移矩阵。

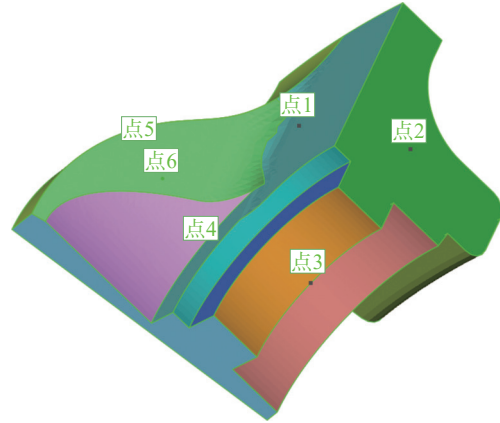


图 12 分割面片中心示意图

Fig. 12 Center diagram of the split patch

利用本文提出的增强特征粗配准方法得到的粗配准的偏差色谱图, 如图 13(彩图见期刊电子版)所示。可以看出, 对图 10 中回转体部分特征忽略的情况有所改善。

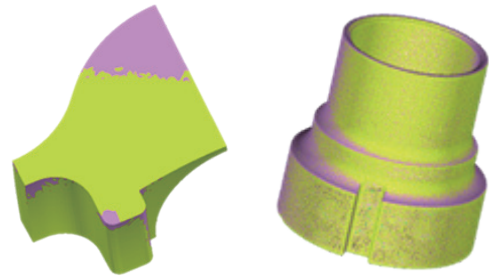


图 13 粗配准偏差色谱图

Fig. 13 Coarse registration deviation chromatogram

3.2 三角网格精配准

传统 (iterative closest point, ICP) 算法的迭代次数较多、后期收敛缓慢、并且每次迭代过程中搜索最近点的成本较高。两个待配准的三角网格模型差异越大, 对粗配准的精度要求越高, 因此需要对传统 ICP 算法进行优化。本文采用 EM-ICP (Expectation-Maximization Iterative Closest Point) 算法^[23], 优化配准精度。

初始化参数时, 令 R 和 T 为粗配准结果, α 为 1。目标参数 δ 初始化为:

$$\delta^2 = \frac{1}{3NW} \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^W \|x_n - y_m\|^2 \quad (26)$$

其中, δ^2 为最小容忍偏差, N 为目标三角网格模型点系的点数量, W 为源三角网格模型点系中的点数量, x_n 为目标三角网格模型点系的三维坐标, y_m 为源三角网格模型点系的三维坐标。

EM 迭代求解直至 δ^2 变化小于给定的阈值, 本文取值为 0.01。 ω 为调节收敛的均匀分布权重, 本文取值为 0.5。统计估计量 \mathbf{P} 的各元素计算方式为:

$$\mathbf{P}_{mn} = \frac{eR}{\sum_{k=1}^M eR + (2\pi\delta^2)^{\frac{3}{2}} \frac{\omega}{1-\omega} \frac{M}{N}}, \quad (27)$$

其中, $eR = \exp\left(-\frac{1}{2\delta^2} \|\mathbf{x}_n - \alpha \mathbf{R} \mathbf{y}_m - \mathbf{T}\|^2\right)$

构建计算旋转矩阵和平移矩阵的中间参数:

$$\mathbf{A} = \hat{\mathbf{X}}^T \mathbf{P}^T \hat{\mathbf{Y}}, \quad (28)$$

其中, $\mathbf{M} = [1, 1, \dots, 1]^T$

$$\hat{\mathbf{X}} = \mathbf{X} - \mathbf{M} \left(\frac{1}{\mathbf{M}^T \mathbf{P} \mathbf{M}} \mathbf{X}^T \mathbf{P}^T \mathbf{M} \right)^T$$

$$\hat{\mathbf{Y}} = \mathbf{Y} - \mathbf{M} \left(\frac{1}{\mathbf{M}^T \mathbf{P} \mathbf{M}} \mathbf{Y}^T \mathbf{P} \mathbf{M} \right)^T$$

对 \mathbf{A} 进行 SVD 分解得到 $\mathbf{A} = \mathbf{U} \mathbf{S} \mathbf{V}^T$, 对参数 α 进行更新:

$$\alpha = \frac{\text{tr}(\mathbf{A}^T \mathbf{R})}{\text{tr}(\hat{\mathbf{Y}}^T \text{diag}(\mathbf{P} \mathbf{M}) \hat{\mathbf{Y}})}. \quad (29)$$

每一步需要更新得到的旋转矩阵 \mathbf{R} 和平移矩阵 \mathbf{T} 的计算公式为:

$$\mathbf{R} = \mathbf{U} \cdot \text{diag}(1, \dots, 1, \det(\mathbf{U} \mathbf{V}^T)) \mathbf{V}^T. \quad (30)$$

$$\mathbf{T} = \frac{\mathbf{X}^T \mathbf{P}^T \mathbf{M}}{\mathbf{M}^T \mathbf{P} \mathbf{M}} - \alpha \mathbf{R} \left(\frac{\mathbf{Y}^T \mathbf{P} \mathbf{M}}{\mathbf{M}^T \mathbf{P} \mathbf{M}} \right)^T. \quad (31)$$

每一步迭代均需计算出其目标参数, 且每一步都需要将计算结果与设定阈值进行对比, 以判断迭代是否终止。目标参数的计算方法为:

$$\delta^2 = \frac{[\text{tr}(\hat{\mathbf{X}}^T \text{diag}(\mathbf{P}^T \mathbf{M}) \hat{\mathbf{X}}) - \alpha \cdot \text{tr}(\mathbf{A}^T \mathbf{R})]}{\mathbf{M}^T \mathbf{P} \mathbf{M}}. \quad (32)$$

迭代终止后得到的最终结果为 $[\mathbf{R}, \mathbf{T}, \alpha]$, 其中参数 α 可以作为评判配准结果是否可靠的依据, 若 α 过小, 则再重复配准过程。本文采用均方根误差 (RMSE) 来评价配准精度。该值反映了测量数据偏离真实值的程度, 其值越小则表示测量精度越高。最终能够得到的总体流程图如图 14 所示。

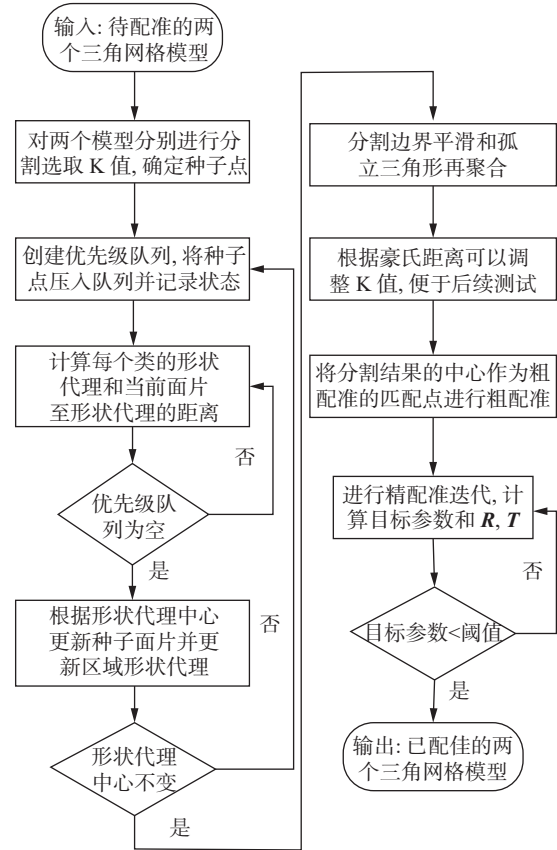


图 14 整体流程示意图

Fig. 14 Schematic diagram of the overall process

4 测量实验与结果

4.1 三角网格分割实验

本实验所用的硬件设备为图 15 所示的 XTOM 蓝光三维扫描仪, 用其采集点云数据, 并通过系统的德劳内三角化算法得到本文所用的三角网格模型。



图 15 扫描硬件设备图

Fig. 15 Photo of hardware equipment

该设备的光源为细条蓝光,测量精度为 0.015 mm,幅面大小为 300 mm×400 mm。该系统可以实现无标志点特征拼接,也可通过标志点拼接提高点云拼接精度。单幅点云扫描耗时小于 3 s,点云自动拼接误差小于 0.020 mm,点云三角化过程每 100 万点云耗时小于 10 s。

本文在 64 位 Win 10 操作系统上进行实验,配备 3.60 GHz Intel(R) Core i7-7700 CPU 处理器,16 GB RAM。使用 C++语言在 Visual Studio 2017 中编写代码,并基于 OpenMP 进行八核 CPU 并行网格化。使用半边结构进行三角网格数据管理,实现快速、稳定的相邻关系查询。得到的分割结果如图 16(彩图见期刊电子版)所示,可以得到的分割结果较为理想。

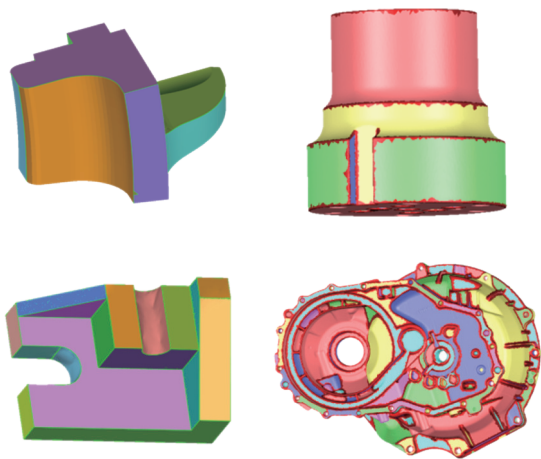


图 16 多个模型分割结果

Fig. 16 Multiple model segmentation results

可以利用兰德指数(Rand index, RI)和汉明距离(Hamming distance, HD)统计面片归类并与理想分割结果进行对比以判断三角网格模型分割准确度和一致性统计分割的错误率能够定量分析分割方法的优劣性。由于分割边界对分割一致性指标影响较大,因此本文方法中通过边界平滑方法以较少分割误差。为了测试本算法的鲁棒性,选取包括非机械三角网格模型,如斯坦福兔,鸟,马等模型作为测试数据。结果显示,针对机械零件的三维模型,本文实际错误率为 9.57%,低于 SDF 算法的错误率 20.67%。本文提取了模型的特征边界并对分割边界进行光滑处理,因此对于类似机械零件的存在明显特征线的三维模型分割效果较好,而对于非机械三角网格模型有一定的局限

性。由于本文应用机械零件三维重建的后处理过程中,工业应用性较强,因此不与深度学习方法进行对比。图 17(彩图见期刊电子版)是本文方法与规范切割(normalized cuts and image segmentation, NCIS)、随机切割(usinggp-spectral clustering, USC)、形状直径函数(the shape diameter function, SDF)^[24]、核提取(hierarchical mesh decomposition using fuzzy clustering and cuts, HMFC)^[25]、随机漫步(random walk, RW)^[26]和快速点云注册法(fast and certifiable point cloud registration, FP)^[27]进行对比的分割误差统计图^[28-29]。

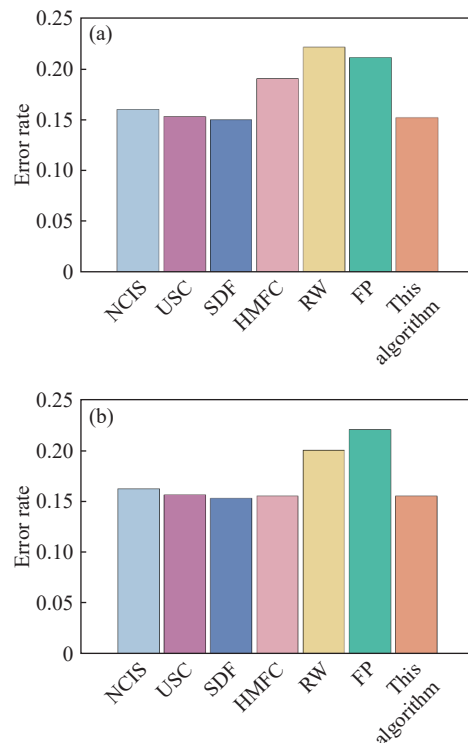


图 17 (a) 兰德指数和 (b) 汉明距离

Fig. 17 (a) Rand index and (b) Hamming distance

4.2 增强特征的三角网格自动配准实验

本文实验所用的 10 个 CAD 三角网格模型如图 18(彩图见期刊电子版)所示。通过扫描系统得到的实际扫描三角网格模型可以与相应的 CAD 三角网格模型进行配准实验。

本文通过以上 10 个模型进行实验验证,得到的自动配准 RMSE 结果如表 1 所示。接下来,将其与传统特征描述子方法进行对比。由表 1 可知,对于序号 4 的模型,使用特征描述子方法配准失败,精配准达到迭代次数上限时仍未收敛。

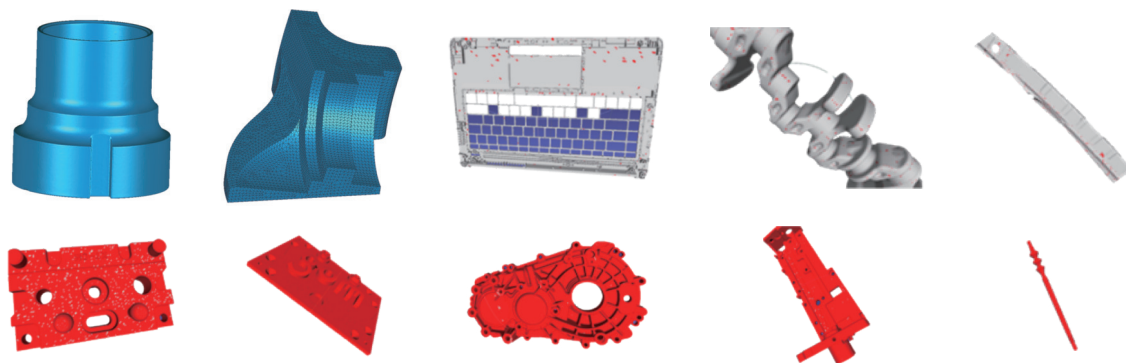


图 18 配准所用模型示意图

Fig. 18 Registration models

表 1 自动配准 RMSE 和耗时结果

Tab. 1 RMSE and time-consuming results of automatic registration

模型序号	模型面片数量	特征描述子方法 RMSE(mm)	本文方法 RMSE(mm)	特征描述子方法耗时/s	本文方法耗时/s
1	7401766	0.695	0.249	83.43	29.76
2	34946	0.002	0.002	6.73	0.13
3	14764242	0.387	0.386	197.46	50.48
4	29686649	\	0.296	\	113.42
5	13262362	0.473	0.473	208.32	47.32
6	1920009	0.254	0.253	26.54	7.75
7	1794486	0.086	0.085	30.66	8.47
8	4418964	0.858	0.375	50.37	15.93
9	5081628	0.572	0.572	63.20	18.62
10	13136277	0.418	0.418	147.81	46.68
均值	9150133	0.416	0.311	90.50	33.86

5 结 论

本文根据现代工业检测精度高、速度快的要

参考文献:

- [1] 周晓东, 张雅超, 谭庆昌, 等. 基于结构光视觉技术的圆柱度测量新方法[J]. 吉林大学学报(工学版), 2017, 47(2): 524-529.
ZHOU X D, ZHANG Y CH, TAN Q CH, *et al.*. New method of cylindricity measurement based on structured light vision technology[J]. *Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition)*, 2017, 47(2): 524-529. (in Chinese).
- [2] RAFFAELI R, MENGONI M, GERMANI M, *et al.*. Off-line view planning for the inspection of mechanical parts[J]. *International Journal on Interactive Design and Manufacturing*, 2013, 7(1): 1-12.
- [3] PHAN N D M, QUINSAT Y, LAVERNHE S, *et al.*. Scanner path planning with the control of overlap for part inspection with an industrial robot[J]. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2018, 98(1-

求, 针对机械零件的三维模型配准中特征被忽略的问题, 提出了面向自动配准特征增强的三角网格模型分割方法, 并介绍了三角网格模型自动配准的原理。详细研究了三角网模型特征分割算法, 通过拉普拉斯矩阵确定种子点, 及距离代价函数, 研究了平滑特征分割边界和分割加速方法。最后, 将特征分割结果作为特征增强的依据进行三角网格配准。实验结果表明: 三角网格模型特征分割的错误率为 0.15 左右; 与传统的特征描述子粗配准结合 ICP 精配准的方法相比本文方法的 RMSE 下降了 25.2%, 自动配准时间缩短了 62.6%。本文提出的面向自动配准特征增强的三角网格模型分割方法可以改善部分特征被忽略导致的配准误差增大的情况。在需要增强特征的情形下有效提高了三角网格模型的自动配准精度和效率。然而, 本文方法在数字化检测机械零件 (fandisk、管道零件和泵体箱等) 形位公差的过程中需要进行三角网格模型自动配准; 自动配准精度影响检测精度。通过深度学习提高三角网格模型特征分割的正确率和自动配准全局优化将是我们后续研究的方向。

- 4): 629-643.
- [4] 杨鹏程, 杨朝, 孟杰, 等. 基于法向量和面状指数特征的文物点云棱界配准方法[J]. *中国光学(中英文)*, 2023, 16(3): 654-662.
YANG P CH, YANG ZH, MENG J, *et al.*. Aligning method for point cloud prism boundaries of cultural relics based on normal vector and faceted index features[J]. *Chinese Optics*, 2023, 16(3): 654-662. (in Chinese).
- [5] JUNIOR E M O, SANTOS D R, MIOLA G A R. A new variant of the ICP algorithm for pairwise 3D point cloud registration[J]. *American Scientific Research Journal for Engineering, Technology, and Sciences*, 2022, 85(1): 71-88.
- [6] YANG J L, LI H D, CAMPBELL D, *et al.*. Go-ICP: a globally optimal solution to 3D ICP point-set registration[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2016, 38(11): 2241-2254.
- [7] LIAN W, ZHANG L, YANG M H. An efficient globally optimal algorithm for asymmetric point matching[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2017, 39(7): 1281-1293.
- [8] LIU Y L, WANG CH, SONG ZH J, *et al.*. Efficient global point cloud registration by matching rotation invariant features through translation search[C]. *Proceedings of the 15th European Conference on Computer Vision (ECCV)*, Springer, 2018: 448-463.
- [9] 刘跃生, 陈新度, 吴磊, 等. 混合稀疏迭代最近点配准[J]. *光学精密工程*, 2021, 29(9): 2255-2267.
LIU Y SH, CHEN X D, WU L, *et al.*. Sparse mixture iterative closest point registration[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2021, 29(9): 2255-2267. (in Chinese).
- [10] 林森, 张强. 应用邻域点信息描述与匹配的点云配准[J]. *光学精密工程*, 2022, 30(8): 984-997.
LIN S, ZHANG Q, *et al.*. Point cloud registration using neighborhood point information description and matching[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2022, 30(8): 984-997. (in Chinese).
- [11] GARLAND M, WILLMOTT A, HECKBERT P S. Hierarchical face clustering on polygonal surfaces[C]. *Proceedings of the 2001 Symposium on Interactive 3D Graphics*, ACM, 2001: 49-58.
- [12] THEOLOGOU P, PRATIKAKIS I, THEOHARIS T. Unsupervised spectral mesh segmentation driven by heterogeneous graphs[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2017, 39(2): 397-410.
- [13] SHI J B, MALIK J. Normalized cuts and image segmentation[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2000, 22(8): 888-905.
- [14] CHAHHOU M, MOUMOUN L, EL FAR M, *et al.*. Segmentation of 3D meshes using p-spectral clustering[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2014, 36(8): 1687-1693.
- [15] DONG Q J, WANG Z X, LI M Y, *et al.*. Laplacian2Mesh: Laplacian-based mesh understanding[J]. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, doi: [10.1109/TVCG.2023.3259044](https://doi.org/10.1109/TVCG.2023.3259044).
- [16] LEI H, AKHTAR N, SHAH M, *et al.*. Mesh convolution with continuous filters for 3-D surface parsing[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, doi: [10.1109/TNNLS.2023.3281871](https://doi.org/10.1109/TNNLS.2023.3281871).
- [17] LAVOUÉ G, DUPONT F, BASKURT A. A new CAD mesh segmentation method, based on curvature tensor analysis[J]. *Computer-Aided Design*, 2005, 37(10): 975-987.
- [18] BHOWALIA P, KUMAR A. EBK-means: A clustering technique based on elbow method and K-means in WSN[J]. *International Journal of Computer Applications*, 2014, 105(9): 17-24.
- [19] COHEN-STEINER D, ALLIEZ P, DESBRUN M. Variational shape approximation[C]. *Proceedings of ACM SIGGRAPH 2004 Papers*, ACM, 2004: 905-914.
- [20] LIANG Y Q, HE F ZH, ZENG X T. 3D mesh simplification with feature preservation based on whale optimization algorithm and differential evolution[J]. *Integrated Computer-Aided Engineering*, 2020, 27(4): 417-435.
- [21] DU T, INALA J P, PU Y W, *et al.*. InverseCSG: Automatic conversion of 3D models to CSG trees[J]. *ACM Transactions on Graphics*, 2018, 37(6): 213.
- [22] BORJI A, CHENG M M, HOU Q B, *et al.*. Salient object detection: a survey[J]. *Computational Visual Media*, 2019, 5(2): 117-150.
- [23] ATTENE M, FALCIDIENO B, SPAGNUOLO M. Hierarchical mesh segmentation based on fitting primitives[J]. *The Visual Computer*, 2006, 22(3): 181-193.
- [24] SHAPIRA L, SHAMIR A, COHEN-OR D. Consistent mesh partitioning and skeletonisation using the shape diameter function[J]. *The Visual Computer*, 2008, 24(4): 249-259.
- [25] KATZ S, TAL A. Hierarchical mesh decomposition using fuzzy clustering and cuts[J]. *ACM Transactions on Graphics*,

- 2003, 22(3): 954-961.
- [26] LAI Y K, HU S M, MARTIN R R, *et al.*. Rapid and effective segmentation of 3D models using random walks[J]. *Computer Aided Geometric Design*, 2009, 26(6): 665-679.
- [27] YANG H, SHI J N, CARLONE L. TEASER: fast and certifiable point cloud registration[J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2021, 37(2): 314-333.
- [28] RODRIGUES R S V, MORGADO J F M, GOMES A J P. A contour-based segmentation algorithm for triangle meshes in 3D space[J]. *Computers & Graphics*, 2015, 49: 24-35.
- [29] CHEN X B, GOLOVINSKIY A, FUNKHOUSER T. A benchmark for 3D mesh segmentation[J]. *ACM Transactions on Graphics*, 2009, 28(3): 73.

作者简介:



王立忠 (1968—), 男, 山东梁山人, 博士, 教授, 博士生导师, 2004 年于西安交通大学获得博士学位, 主要从事三维光学测量技术的研究。E-mail: wanglz@mail.xjtu.edu.cn