

文章编号 1674-2915(2010)06-0605-11

用于相移点衍射干涉仪的加权最小二乘相位提取算法

于杰

(中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130032)

摘要: 针对现有的相位提取算法只对某些特定的误差不敏感, 不能满足高精度光学检测的要求, 本文引入一种等间隔多步移相算法—权重待定的加权最小二乘算法。通过在最小二乘算法中添加待定的权重, 分析移相点衍射干涉仪中多种误差源对算法的影响, 获得多组约束方程, 从而确定权重和新算法。对新算法和标准四步算法、Hariharan 五步算法进行比对分析, 验证了新算法对 PZT 线性和二阶非线性移相不准、光强的一阶二阶波动和光源频率一阶二阶波动等误差抑制能力远远优于标准四步算法和 Hariharan 五步算法; 新算法对 CCD 的量化误差、光强噪声、频率噪声的抑制能力也具有一定优势, 且对 CCD 的二阶响应非线性完全不敏感。

关键词: 移相干涉技术; 误差分析; 约束方程; 最小二乘法; 相位提取算法

中图分类号: TH744.3; TP391.4 文献标识码: A

Weighted least square phase extraction algorithm for phase-shifting point diffraction interferometer

YU Jie

(Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics,
Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China)

Abstract: Existing phase extraction algorithms are just insensitive to some specifically error sources, which can't satisfy the requirements of optical testing for the high precision. An equal-phase interval multi-step phase-shifting algorithm, weighted least square algorithm with underdetermined weight, was introduced. By introducing undetermined weights to the least square algorithm and by analysing the effect of manifold error sources on the algorithm in phase-shifting point diffraction interferometer, several groups of bound equations were obtained and the undetermined weights and the new phase extraction algorithm were determined by solving these bound equations. The new phase extraction algorithm was compared with standard four-step algo-

收稿日期: 2010-05-22; 修订日期: 2010-07-25

基金项目: 国家 863 高技术研究发展计划资助项目

rithm and Hariharan five-step algorithm. The results illuminate that the new phase extraction algorithm is much more insensitive to the linearity and nonlinearity of second order of PZT, intensity fluctuation in linearity and nonlinearity of 2nd order, linearity and nonlinearity of 2nd order of frequency of light source fluctuation. The results also illuminate that the new algorithm have advantages over other two algorithms in eliminating the CCD quantization, intensity noise, and the frequency noise. Moreover, the new algorithm is insensitive to the CCD nonlinearity at all.

Key words: phase-shifting interferometry; error analysis; bound equation; least square method; phase extraction algorithm

1 引言

传统的干涉条纹测量方法都是通过直接判断干涉条纹或者确定其序号来计算被测量。由于受到条纹判断准确性以及其他一些因素的影响,这种方法精度有限,不能满足高精度光学检测的要求。自从1974年Bruning提出移相干涉技术以来^[1,2],移相干涉技术有了广泛的应用。这种技术能够减小噪声的影响,在干涉条纹对比度不好的情况下也能获得较好的结果,降低了光强分布不均匀对测量精度的影响,避免了激光高斯分布带来的影响。实现这种技术的关键之一是利用相位提取算法计算待测的相位分布^[3]。

移相相位提取算法发展至今已有多种模式,标准移相算法要求移相量是一个已知量并且要求等间隔移相,这个要求一般很难满足。为降低算法对移相方式的严格要求,Novak提出了几种移相量为任意值的等间隔多步移相算法,并且通过理论分析和仿真实验找到每一种算法的最佳移相量,当移相量为最佳移相量时相位误差最小^[4,5]; Shouhong Tang提出了一种相移量为已知量的非等间隔五步移相算法^[6]; L. Z. Cai, Q. Liu和X. L. Yang提出两种任意随机移相相位提取算法^[7,8]。这些算法虽然对某种特定误差有较强的抑制能力,但是对于其他的误差抑制能力较弱,不能满足超高精度面形检测的要求。针对这一问题,本文引入一种权重待定的加权最小二乘算法。通过在最小二乘算法中添加待定的权重,分析移相干涉技术中多种误差源对算法的影响,得到多组约束方程,通过求解约束方程确定权重从而确定算法。

2 权重待定最小二乘法算法设计

移相干涉测量时,测量光和参考光相干形成干涉场的光强分布可表示为^[9]:

$$I_n(x, y) = A(x, y) + B(x, y) \cdot \cos[\phi(x, y) + \phi_n(x, y)]. \quad (1)$$

式中 $A(x, y)$ 为背景光强, $B(x, y)$ 为调制光强, $\phi(x, y)$ 为待求解的相位分布,它由待测光学波面面形决定, $\phi_n(x, y)$ 为引入的相位差。通过微位移PZT控制系统移动待测镜,在参考光和测试光之间引入相位差改变 $\phi_n(x, y)$,获得多组干涉图以求解出 $\phi(x, y)$ 。令:

$$B_{\cos}(x, y) = B(x, y) \cos[\phi(x, y)] \\ B_{\sin}(x, y) = -B(x, y) \sin[\phi(x, y)], \quad (2)$$

式(1)可化简为:

$$I_n(x, y) = A(x, y) + B_{\cos}(x, y) \cos[\phi_n(x, y)] + B_{\sin}(x, y) \sin[\phi_n(x, y)], \quad (3)$$

求解得到系数 $B_{\sin}(x, y)$ 和 $B_{\cos}(x, y)$,待求的相位分布可表示为:

$$\phi(x, y) = \arctan\left[-\frac{B_{\sin}(x, y)}{B_{\cos}(x, y)}\right]. \quad (4)$$

设定 $I_n(x, y)$ 代表实际采集的移相干涉图,并假设每一幅干涉图对应的权重为 w_n ,误差函数可表示为:

$$= \sum_{n=1}^N w_n (I_n - I_n)^2 - \sum_{n=1}^N w_n (A + B_{\cos} \cos \phi_n + B_{\sin} \sin \phi_n - I_n)^2. \quad (5)$$

对等式(5)分别求 A , B_{\cos} , B_{\sin} 这3个参量的偏导数,当3个偏导数为零时误差函数受这3个

参量变化的影响最小^[6], 由此得到:

$$\begin{matrix} \sum_{n=1}^N w_n & \sum_{n=1}^N w_n \cos n & \sum_{n=1}^N w_n \sin n & \sum_{n=1}^N w_n I_n \\ \sum_{n=1}^N w_n \cos n & \sum_{n=1}^N w_n \cos^2 n & \sum_{n=1}^N w_n \sin n \cos n & \sum_{n=1}^N w_n I_n \cos n \\ \sum_{n=1}^N w_n \sin n & \sum_{n=1}^N w_n \sin n \cos n & \sum_{n=1}^N w_n \sin^2 n & \sum_{n=1}^N w_n I_n \sin n \end{matrix} \times \begin{matrix} A \\ B_{\cos} \\ B_{\sin} \end{matrix} = \begin{matrix} \sum_{n=1}^N w_n I_n \\ \sum_{n=1}^N w_n I_n \cos n \\ \sum_{n=1}^N w_n I_n \sin n \end{matrix} \quad (6)$$

如果权重能满足:

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^N w_n &= 1 \\ \sum_{n=1}^N w_n \sin n &= \sum_{n=1}^N w_n \cos n = 0 \\ \sum_{n=1}^N w_n \sin 2n &= \sum_{n=1}^N w_n \cos 2n = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

由式(6)得到待测相位为:

$$(x, y) = \arctan \frac{\sum_{n=1}^N w_n I_n \sin n}{\sum_{n=1}^N w_n I_n \cos n} \quad (8)$$

当式(8)中的权重取不同的值时, 算法对于各项误差的敏感程度不同, 通过分析各种误差的影响得到约束条件, 可最终确定待定系数。影响相位提取算法的误差主要包括 PZT 移相不准, CCD 的响应非线性和量化误差, 光源的不稳定性和振动等等。

目前常用的相位提取算法是标准四步算法和

Hariharan 五步算法^[10], 其优点是对一些系统误差敏感度小, 并且由于采集的干涉图比较少, 数据采集时间短, 后期的数据处理也相对简单。

标准四步算法和 Hariharan 五步算法的表达式分别为:

$$\begin{aligned} &= \arctan \frac{I_2 - I_4}{I_3 - I_1} \\ &= \arctan \frac{2(I_2 - I_4)}{2I_3 - I_5 - I_1} \end{aligned} \quad (9)$$

2.1 PZT 移相不准

在移相干涉技术中, 移相不准是主要的误差源之一^[11], 它是由移相器本身的缺陷造成的。移相不准分为线性移相不准和非线性移相不准, 前者是移相器标定后的残余线性误差, 后者是由于 PZT 本身的非线性造成的。当存在线性和二阶非线性移相不准时, 实际移相量可用理想移相量的多项式表示。实际移相量与移相不准 δ_n 可表示为:

$$\begin{aligned} \delta_n &= (1 + \delta_1) \delta_n + \delta_2 [\delta_n]^2 \\ \delta_n &= \delta_1 \delta_n + \delta_2 [\delta_n]^2 = \delta_1 (n - 1) + \delta_2 [(n - 1)]^2 \end{aligned} \quad (10)$$

仅仅存在移相不准时, 可得到相位误差:

$$\begin{aligned} &= \cos^2 \delta_1 \sum_{n=1}^N (n - 1) w_n \sin^2 n + \cos^2 \delta_2 \sum_{n=1}^N (n - 1)^2 w_n \sin^2 n + \\ &\sin^2 \delta_1 \sum_{n=1}^N (n - 1) w_n \cos^2 n + \sin^2 \delta_2 \sum_{n=1}^N (n - 1)^2 w_n \cos^2 n + \\ &2 \sin \delta_1 \cos \delta_2 \sum_{n=1}^N w_n \sin n \cos n \quad (11) \end{aligned}$$

要实现算法对 PZT 的移相不准不敏感, 需要满足约束条件:

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^N (n - 1) w_n \cos 2n &= \sum_{n=1}^N (n - 1) w_n \sin 2n = 0 \\ \sum_{n=1}^N (n - 1)^2 w_n \cos 2n &= \sum_{n=1}^N (n - 1)^2 w_n \sin 2n = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

2.2 CCD 响应非线性

在探测器获取干涉图的过程中存在非线性响应误差,这种误差是由于探测器的输出信号与入射的干涉图光强信号之间的响应非线性引起的。由于移相算法提取相位时,每个像素点的相位提

$$I_n(x, y) = I_n(x, y) + I_n^2(x, y) \quad (13)$$

$$I_n = I_n - I_n = [A^2 + 2AB\cos(\phi + \phi_n) + B^2 \cos^2(\phi + \phi_n)]$$

仅仅存在 CCD 的二阶响应非线性时,可得到相位误差 :

$$\begin{aligned} & \cos \left[\frac{1}{B} \left(A^2 \sum_{n=1}^N w_n \sin \phi_n + \sin \left[A^2 \sum_{n=1}^N w_n \cos \phi_n + \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. 2 \cos^2 \phi \sum_{n=1}^N AB w_n \sin \phi_n \cos \phi_n - 2 \sin \phi \sum_{n=1}^N AB w_n \cos \phi_n \sin \phi_n + \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. 2 \sin \phi \cos \phi \sum_{n=1}^N AB w_n \cos^2 \phi_n - 2 \sin \phi \cos \phi \sum_{n=1}^N AB w_n \sin^2 \phi_n + \right. \right. \right. \\ & = - \frac{1}{B} \left. \left. \left. \frac{\cos \phi}{2} \sum_{n=1}^N \frac{B^2}{2} w_n \sin \phi_n + \frac{\cos \phi \cos 2\phi}{2} \sum_{n=1}^N w_n \sin \phi_n \cos 2\phi_n - \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. \frac{\cos \phi \sin 2\phi}{2} \sum_{n=1}^N w_n \sin \phi_n \sin 2\phi_n + \frac{\sin \phi}{2} \sum_{n=1}^N \frac{B^2}{2} w_n \cos \phi_n + \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. \frac{\sin \phi \cos 2\phi}{2} \sum_{n=1}^N w_n \cos \phi_n \cos 2\phi_n - \frac{\sin \phi \sin 2\phi}{2} \sum_{n=1}^N w_n \cos \phi_n \sin 2\phi_n \right. \right. \right. \end{aligned} \quad (14)$$

要实现算法对探测器的二阶非线性误差不敏感,需要满足的约束条件如下:

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^N w_n \sin \phi_n &= \sum_{n=1}^N w_n \cos \phi_n = 0 \\ \sum_{n=1}^N w_n \sin 2\phi_n &= \sum_{n=1}^N w_n \cos 2\phi_n = 0 \\ \sum_{n=1}^N w_n \sin \phi_n \cos 2\phi_n &= \sum_{n=1}^N w_n \cos \phi_n \cos 2\phi_n = 0 \end{aligned} \quad (15)$$

2.3 光源的不稳定性

光源的不稳定性可分为光强不稳定性和频率不稳定性。前者使得干涉图的背景光强和调制光强发生变化;后者引入额外相位差,造成移相不准。

2.3.1 光源的光强不稳定

$$I_n(x, y) = [1 + \alpha_1(n-1) + \alpha_2(n-1)^2 + \dots + \alpha_k(n-1)^k] I_n(x, y) \quad (16)$$

$$I_n = I_n - I_n = [\alpha_1(n-1) + \alpha_2(n-1)^2 + \dots + \alpha_k(n-1)^k] I_n$$

取与其他点无关,所以对 CCD 响应非均匀性的要求不高^[12]。当仅仅存在二阶非线性响应误差时,探测器输出的干涉图信号与干涉图光强信号之间的关系以及响应 I_n 偏差可表示为^[13]:

光强不稳定性包括短周期的光强噪声和长周期的光强波动。当存在光强的长期波动时,干涉图可以用帧数的多项式表示,因此第 n 帧干涉图以及探测器输出的干涉图信号与理想干涉图光强信号之间的偏差可分别表示为^[13]:

仅仅存在光强波动时, 可得到相位误差 为:

$$\begin{aligned}
 & A_1 \cos \sum_{n=1}^N (n-1) w_n \sin \theta_n + A_2 \cos \sum_{n=1}^N (n-1)^2 w_n \sin \theta_n + \dots + \\
 & A_1 \sin \sum_{n=1}^N (n-1) w_n \cos \theta_n + A_2 \sin \sum_{n=1}^N (n-1)^2 w_n \cos \theta_n + \dots + \\
 = & \frac{B_1 \cos \sum_{n=1}^N (n-1) w_n \sin \theta_n \cos(\theta_0 + \theta_n) + B_2 \cos \sum_{n=1}^N (n-1)^2 w_n \sin \theta_n \cos(\theta_0 + \theta_n) + \dots + \\
 & B_1 \sin \sum_{n=1}^N (n-1) w_n \cos \theta_n \cos(\theta_0 + \theta_n) + B_2 \sin \sum_{n=1}^N (n-1)^2 w_n \cos \theta_n \cos(\theta_0 + \theta_n) + \dots}{-B}
 \end{aligned} \tag{17}$$

要实现算法对光源的一阶和二阶光强波动不敏感, 需要满足如下一组约束条件

$$\begin{aligned}
 \sum_{n=1}^N (n-1) w_n \sin \theta_n &= \sum_{n=1}^N (n-1)^2 w_n \sin \theta_n = 0 \\
 \sum_{n=1}^N (n-1) w_n \cos \theta_n &= \sum_{n=1}^N (n-1)^2 w_n \cos \theta_n = 0 \\
 \sum_{n=1}^N (n-1) w_n \cos 2\theta_n &= \sum_{n=1}^N (n-1) w_n \sin 2\theta_n = 0 \\
 \sum_{n=1}^N (n-1)^2 w_n \cos 2\theta_n &= \sum_{n=1}^N (n-1)^2 w_n \sin 2\theta_n = 0
 \end{aligned} \tag{18}$$

当存在光强的短期噪声 ϵ_n 时, 干涉图可以表示为:

$$\begin{aligned}
 I_n(x, y) &= (1 + \epsilon_n) I_n(x, y) \\
 I_n(x, y) &= I_n(x, y)
 \end{aligned} \tag{19}$$

同样处理, 要实现算法对光源的一阶和二阶光强波动不敏感, 需要满足一组约束条件:

$$\begin{aligned}
 \sum_{n=1}^N w_n \sin \theta_n \epsilon_n &= \sum_{n=1}^N w_n \cos \theta_n \epsilon_n = 0 \\
 \sum_{n=1}^N w_n \cos 2\theta_n \epsilon_n &= \sum_{n=1}^N w_n \sin 2\theta_n \epsilon_n = 0
 \end{aligned} \tag{20}$$

由于 ϵ_n 为一个随机量, 式(23)不能在 ϵ_n 为任意值时都满足。

2.3.2 光源的频率不稳定

激光器的频率不稳定性可分为长期的频率波动和短期的频率噪声。由频率与波长之间的相互

$$= \frac{2}{c} [(OPD + OPD) \cdot (v + \nu) - OPD \cdot \nu] = \frac{2}{c} (OPD + \nu) \tag{21}$$

这种移相不准与激光器的频率波动大小成正比。当仅仅存在长期波动时, 频率可用帧数的多

关系可知, 不同时刻激光器的中心波长不同, 这样会改变干涉图的相位, 从而造成了一种移相不准。当仅仅存在激光器的频率波动时, 引入的额外相位差为:

项式表示为:

$$\epsilon_n = \epsilon_1(n-1) + \epsilon_2 [(n-1)]^2 + [\epsilon_3(n-1)]^3 + \dots \tag{22}$$

上式与前面的 PZT 的线性和非线性移相不准形式一致, 为了消除光源频率的一阶和二阶波

动, 需要满足式(12)。

取误差可表示为:

当仅仅存在光源频率的短期噪声时, 相位提

$$= \cos^2 \prod_{n=1}^N w_n \sin^2 \varphi_n + \sin^2 \cos \prod_{n=1}^N w_n \sin \varphi_n \cos \varphi_n + \sin^2 \prod_{n=1}^N w_n \cos^2 \varphi_n + \sin \cos \prod_{n=1}^N w_n \sin \varphi_n \cos \varphi_n. \quad (23)$$

要实现算法对频率噪声不敏感, 需要满足如下约束条件:

$$\prod_{n=1}^N w_n \cos^2 \varphi_n = \prod_{n=1}^N w_n \sin^2 \varphi_n = 0. \quad (24)$$

由于 φ_n 为一个随机量, 式(23)不能在 φ_n 为任意值时都满足。

要使得算法对 PZT 的移相不准、CCD 的二阶响应非线性和光源的不稳定性不敏感, 需要满足如下条件:

2.4 加权最小二乘算法获取

综合考虑上面 2.1, 2.2 和 2.3 节中的分析,

$$\begin{aligned} \prod_{n=1}^N w_n &= 1 \\ \prod_{n=1}^N w_n \cos \varphi_n &= \prod_{n=1}^N w_n \sin \varphi_n = 0 \\ \prod_{n=1}^N w_n \cos^2 \varphi_n &= \prod_{n=1}^N w_n \sin^2 \varphi_n = 0 \\ \prod_{n=1}^N (n-1) w_n \cos \varphi_n &= \prod_{n=1}^N (n-1) w_n \sin \varphi_n = 0 \\ \prod_{n=1}^N (n-1) w_n \cos^2 \varphi_n &= \prod_{n=1}^N (n-1) w_n \sin^2 \varphi_n = 0 \\ \prod_{n=1}^N (n-1)^2 w_n \cos \varphi_n &= \prod_{n=1}^N (n-1)^2 w_n \sin \varphi_n = 0 \\ \prod_{n=1}^N (n-1)^2 w_n \cos^2 \varphi_n &= \prod_{n=1}^N (n-1)^2 w_n \sin^2 \varphi_n = 0 \\ \prod_{n=1}^N w_n \sin \varphi_n \cos^2 \varphi_n &= \prod_{n=1}^N w_n \cos \varphi_n \cos^2 \varphi_n = 0 \end{aligned} \quad (25)$$

为方便分析, 设定权重为正实数且对称分布, 对于移相量为 $\pi/2$ 的等间隔多步移相, 上述方程

组共有 12 个方程, 假设移相步数为 13, 求解方程组获得权重如下:

$$\begin{aligned} w_1 &= w_{13} = \frac{1}{256}; & w_2 &= w_{12} = \frac{4}{256} \\ w_3 &= w_{11} = \frac{10}{256}; & w_4 &= w_{10} = \frac{20}{256} \\ w_5 &= w_9 = \frac{31}{256}; & w_6 &= w_8 = \frac{40}{256} \\ w_7 &= \frac{44}{256} \end{aligned} \quad (26)$$

3 对比仿真

仿真生成待测面形和干涉图分别如图 1(a)

和图 1(b) 所示, 待测面形 $PV = 4.705 \text{ nm}$; $RMS = 1.007 \text{ nm}$ 。下面分别对 PZT 的移相不准、CCD 的二阶响应非线性和光源的不稳定性做对比分析。

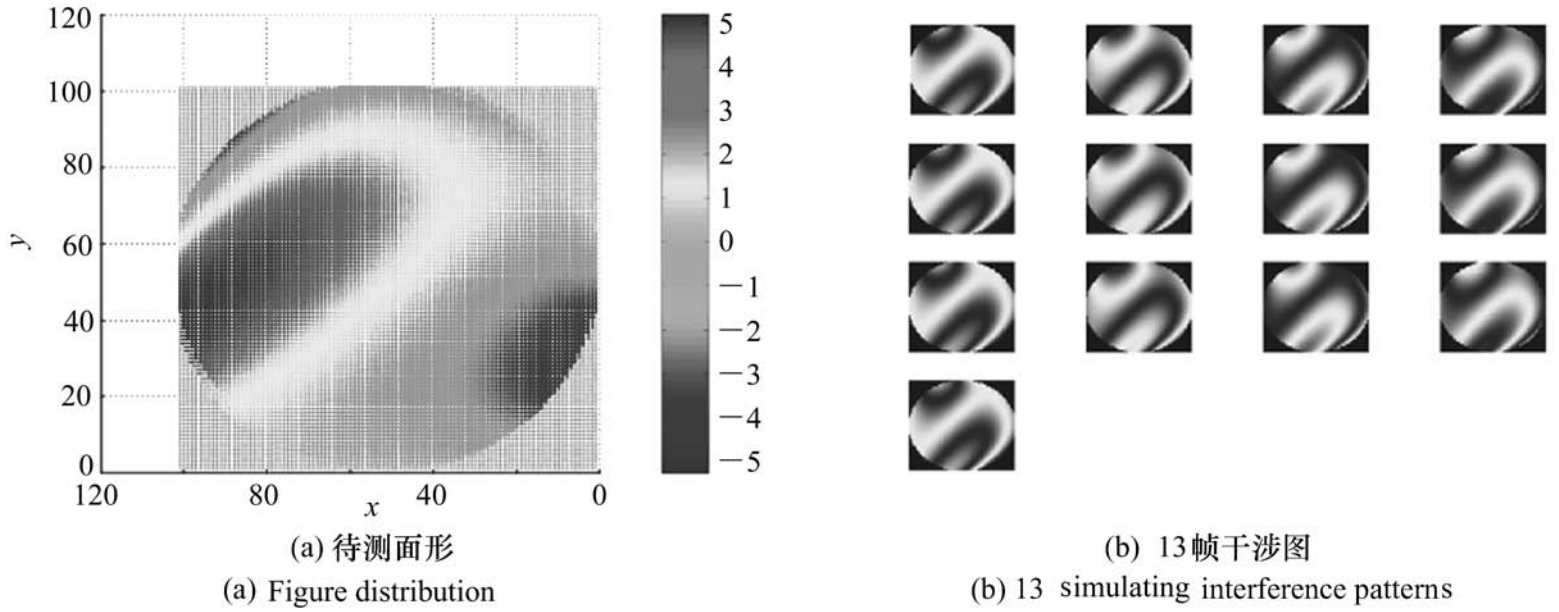


图 1 仿真图

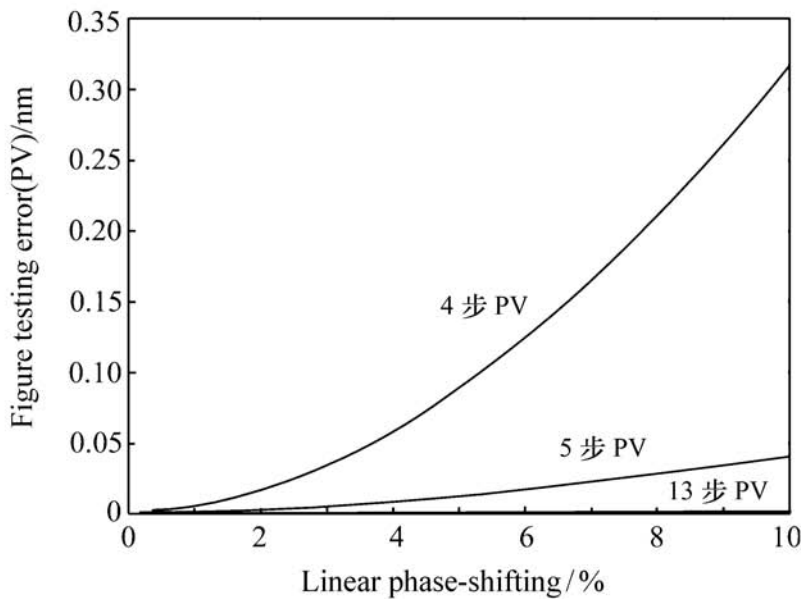
Fig. 1 Simulating pictures

3.1 PZT 移相不准对比仿真

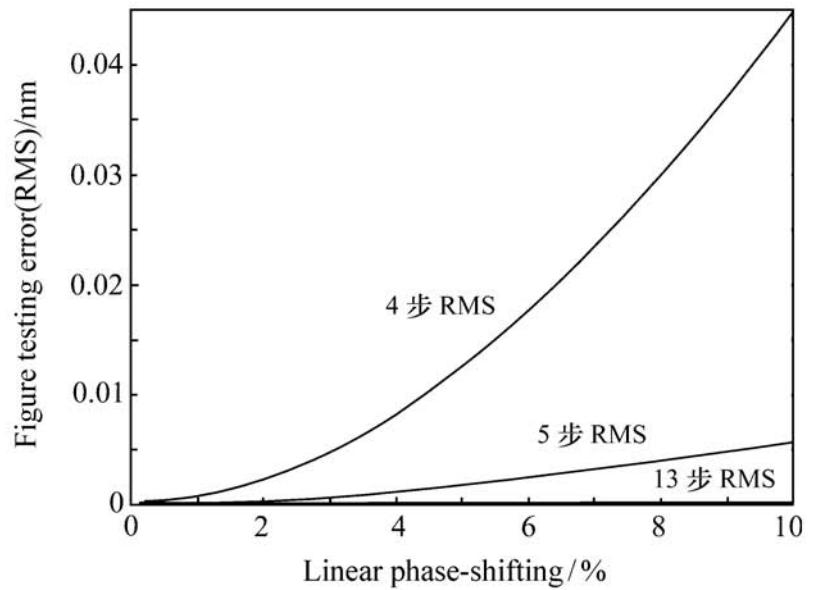
当存在 PZT 的移相不准时, 对比仿真结果如图 2 所示。图 2 中的误差为与相位提取误差值对

应的面形检测误差值, 下面仿真中的误差值也是如此。

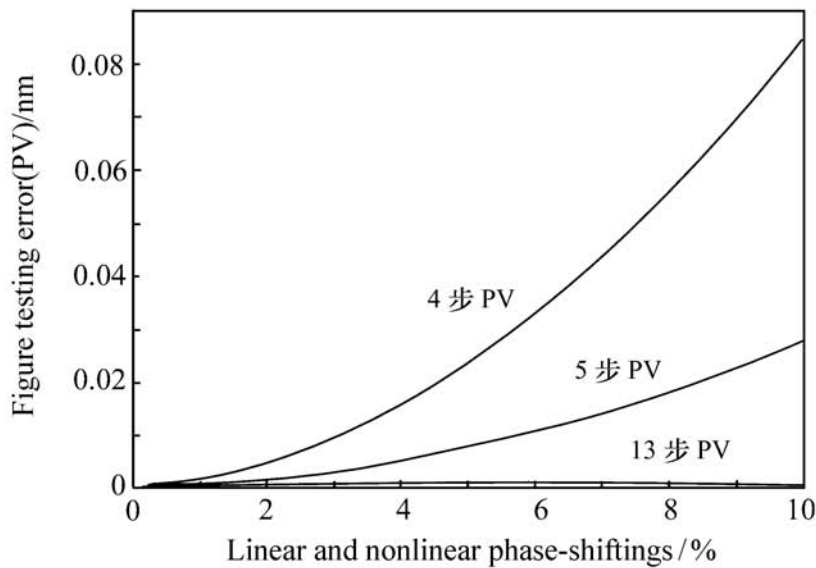
图 2 (a) 和图 2 (b) 分别为线性移相不准从



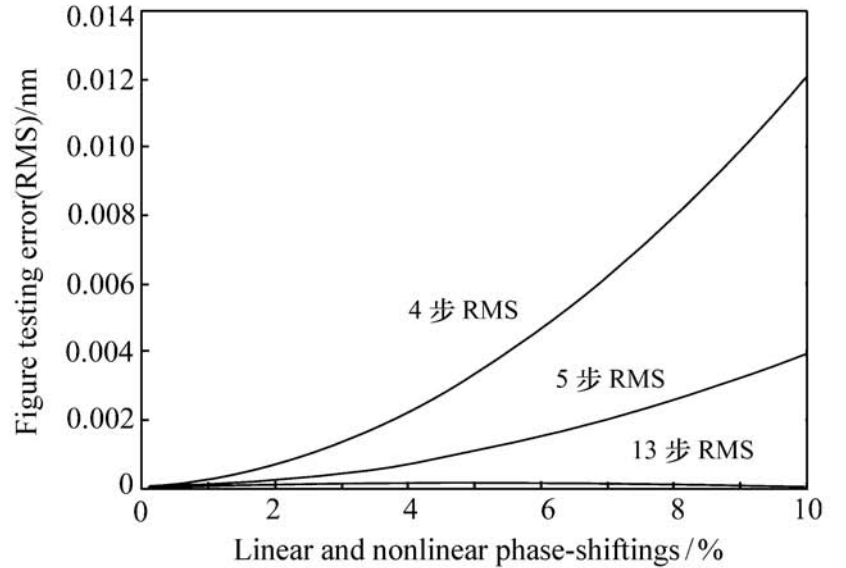
(a) 线性移相不准误差 PV 曲线
(a) PV error curves due to linear phase-shifting



(b) 线性移相不准误差 RMS 曲线
(b) RMS error curves due to linear phase-shifting



(c) 线性和非线性移相不准误差 PV 曲线
(c) PV error curves due to linear and nonlinear phase-shifting



(d) 线性和非线性移相不准误差 RMS 曲线
(d) RMS error curves due to linear and nonlinear phase-shifting

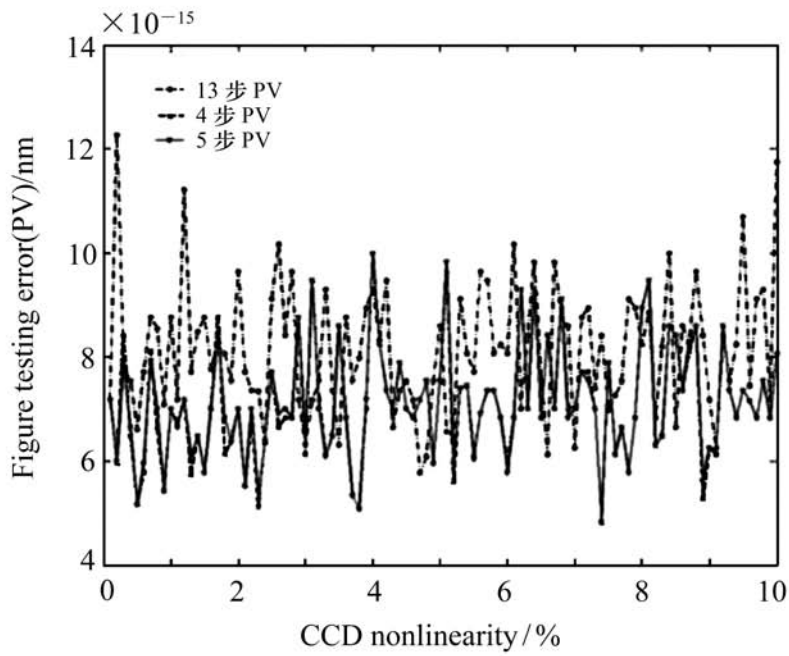
图 2 移相不准引起的检测误差

Fig. 2 Testing errors due to phase-shifting errors

0%变化到10%时的面形检测误差PV曲线和RMS曲线;图2(c)和图2(d)分别为线性和二阶非线性移相不准从0%变化到10%时的处理误差PV曲线和RMS曲线。明显新算法抑制PZT的线性和二阶非线性移相不准误差的能力远远优于其他两种算法。

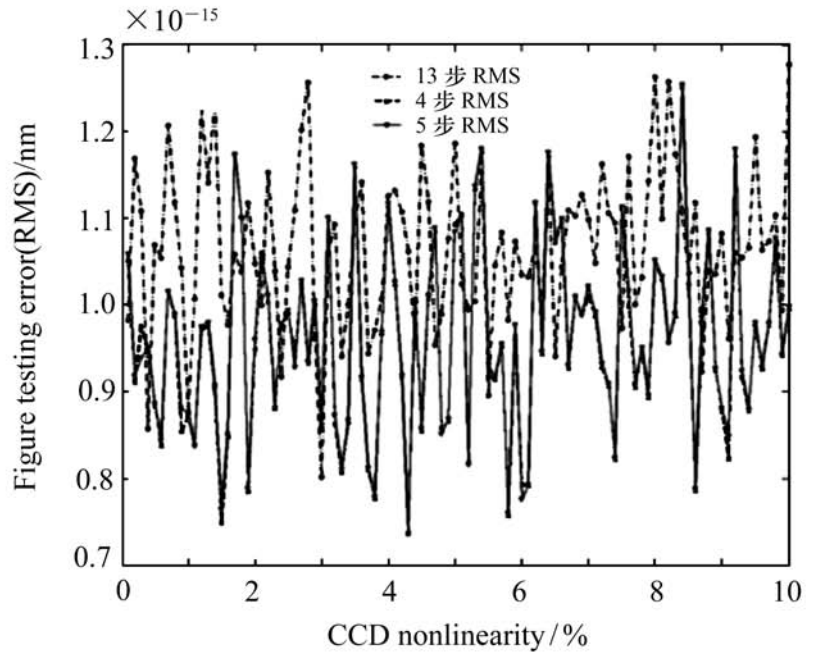
3.2 CCD 响应非线性和量化误差对比仿真

当存在 CCD 的二阶响应非线性,对比仿真结果如图3所示,图3(a)和图3(b)分别为 CCD 二阶响应非线性从0%变化到10%时的面形检测误差PV曲线和RMS曲线。明显三种算法对于 CCD 的二阶响应非线性完全不敏感。



(a) CCD 二阶响应非线性 PV 曲线

(a) PV error curves due to CCD nonlinearity of 2nd order

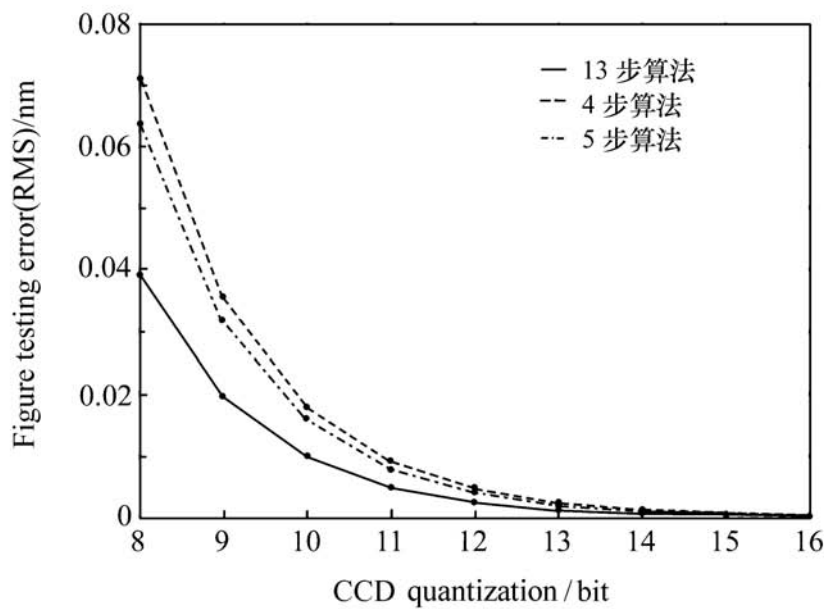


(b) CCD 二阶响应非线性 RMS 曲线

(b) RMS error curves due to CCD nonlinearity of 2nd order

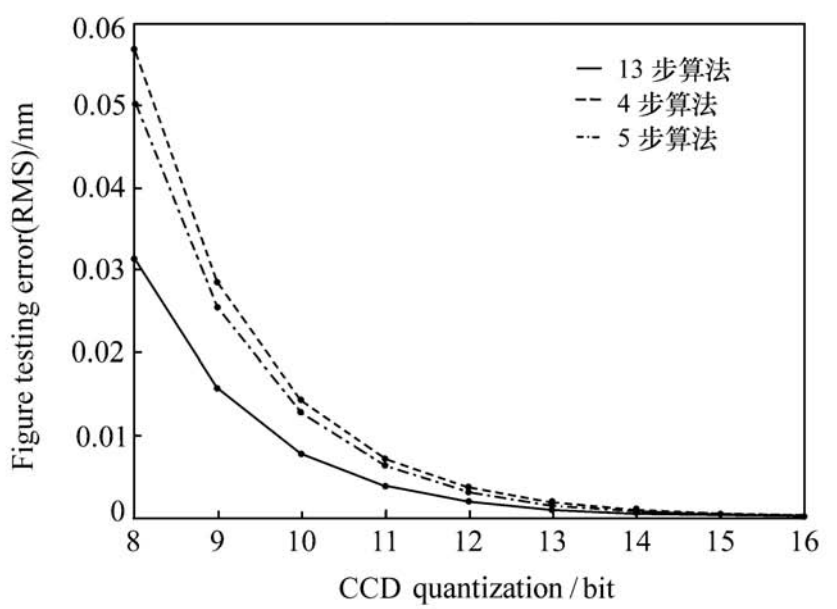
图3 CCD 的二阶响应非线性引入的检测误差

Fig 3 Testing errors due to CCD nonlinearity of 2nd order



(a) 对比度为0.8

(a) Contrast in 0.8



(a) 对比度为1.0

(a) Contrast in 1.0

图4 CCD 量化误差引入的检测误差

Fig 4 Testing errors due to CCD quantization

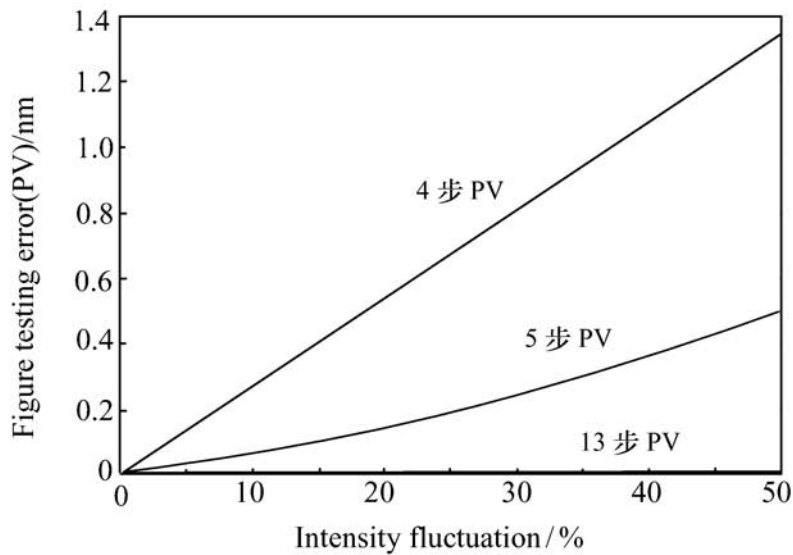
根据 C. P. Brophy 的研究结果^[14],当干涉条纹的对比度分别为0.8和1时,面形检测误差与量化深度之间的曲线如图4所示。图4中新算法

对探测器的量化误差抑制能力比四步算法、五步算法更强。

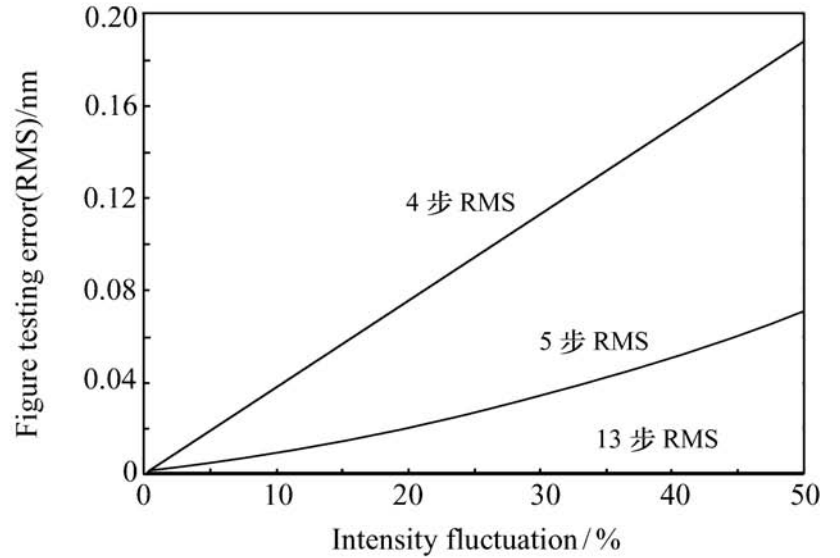
3.3 光源不稳定性对比仿真

当存在光源的光强不稳定性时, 对比仿真结果如图 5 所示。图 5(a) 和图 5(b) 分别为光源的功率波动幅度从 0.5% 变化到 50% 时的面形检测误差 PV 曲线和 RMS 曲线; 图 5(c) 和图 5(d) 分别为光源的长期功率波动的幅度为 5%, 短期功

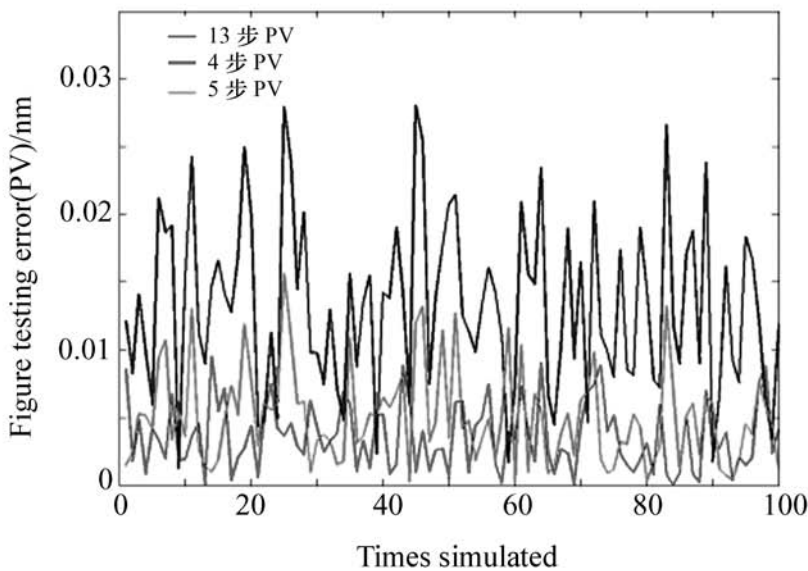
率噪声幅度为 $\pm 2\%$ 时的面形检测误差 PV 曲线和 RMS 曲线。明显新算法抑制光源的一阶二阶光强波动影响的能力远远优于其他两种算法。从图 5 中可得, 新算法对于光强噪声的抑制能力也优于其他两种算法。



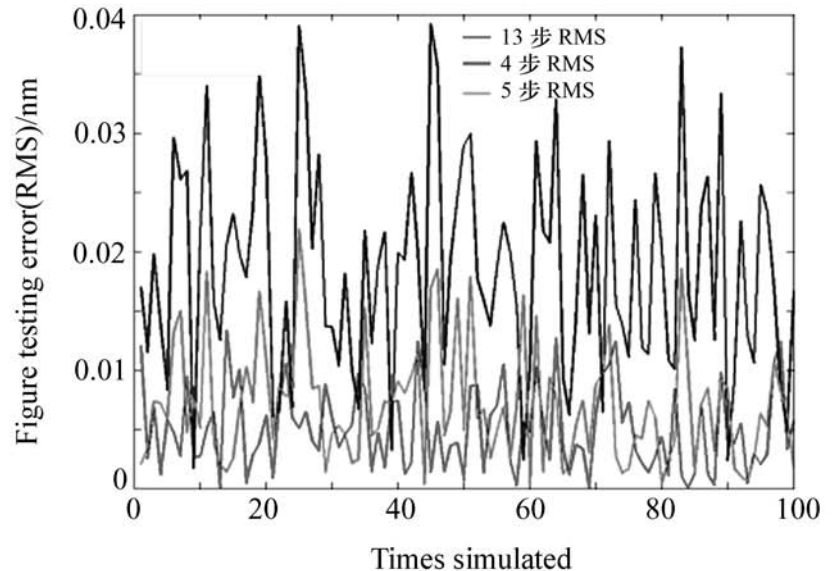
(a) 光强一阶二阶波动误差 PV 曲线
(a) PV error curves due to intensity linearity and nonlinearity of 2nd order



(b) 光强一阶二阶波动误差 RMS 曲线
(b) RMS error curves due to intensity linearity and nonlinearity of 2nd order



(c) 光强一阶二阶波动和短期噪声误差 PV 曲线
(c) PV error curves due to intensity linearity and nonlinearity of 2nd order and intensity noise



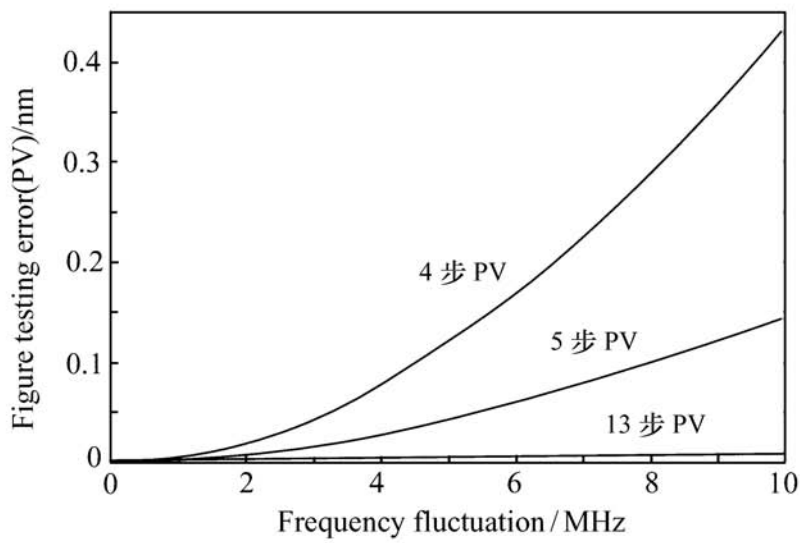
(d) 光强一阶二阶波动和短期噪声误差 RMS 曲线
(d) RMS error curves due to intensity linearity and nonlinearity of 2nd order and intensity noise

图 5 光强不稳定性引起的检测误差

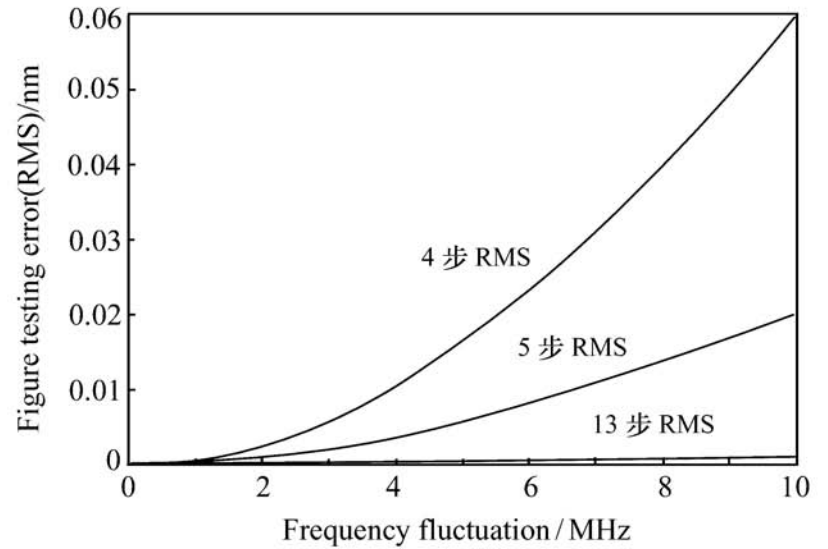
Fig. 5 Testing errors due to intensity instability

当存在光源的频率不稳定性时, 对比仿真结果如图 6 所示。图 6(a) 和图 6(b) 分别为频率波动从 ± 0.1 MHz 变化到 ± 10 MHz 时的面形检测误差 PV 曲线和 RMS 曲线; 图 6(c) 和图 6(d) 分别为频率噪声大小为 ± 2 MHz, 频率波动从

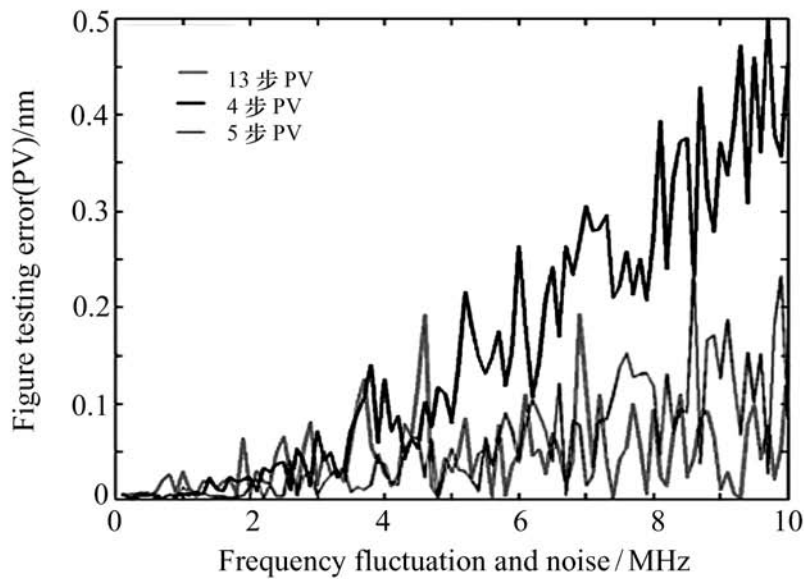
± 0.1 MHz 变化到 ± 10 MHz 时的面形检测误差 PV 曲线和 RMS 曲线。图 6 中可得, 新算法抑制光源的一阶二阶频率波动影响的能力远远优于其他两种算法。新算法对于频率噪声的抑制能力也优于其他两种算法。



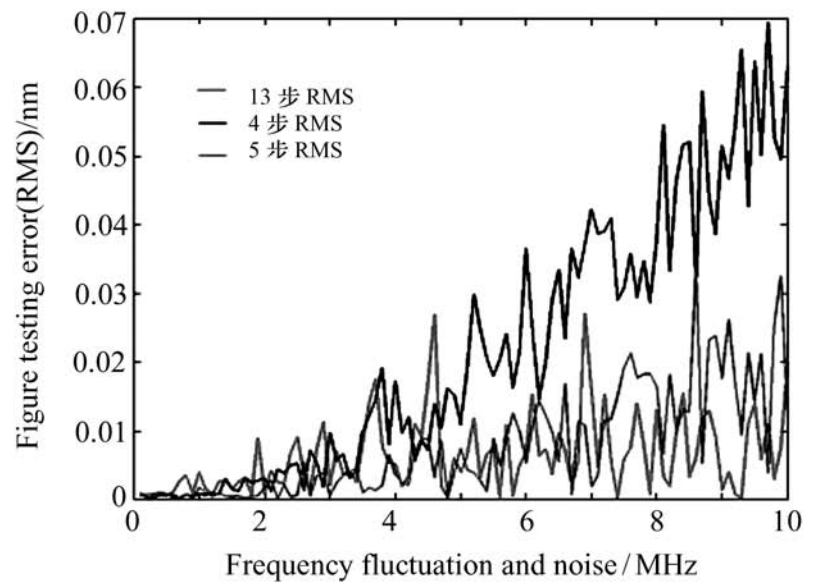
(a) 光源一阶二阶频率波动 PV 曲线
(a) PV error curves due to frequency nonlinearities of 1st and 2nd orders



(b) 一阶二阶频率波动 RMS 曲线
(b) RMS error curves due to frequency nonlinearities of 1st and 2nd orders



(c) 一阶二阶频率波动和频率噪声 PV 曲线
(c) PV error curves due to frequency nonlinearities of 1st and 2nd orders and frequency noise



(d) 一阶二阶频率波动和频率噪声 RMS 曲线
(d) RMS error curves due to frequency nonlinearities of 1st and 2nd orders and frequency noise

图6 频率不稳定性引入的检测误差

Fig 6 Testing errors due to frequency instability

4 结论

本文首先利用权重待定的方法,通过分析多种误差对等间隔多步移相算法的影响得到多组约束条件,联立多组约束条件进而确定权重,从而得到对多种误差不敏感的新算法。其次,利用新算法、四步算法以及 Hariharan 五步算法进行比对仿真。仿真结果验证了新算法抑制 PZT 线性和

二阶非线性移相不准、光强的一阶和二阶波动、光源频率的一阶和二阶波动等误差的能力远远优于四步算法和 Hariharan 五步算法。同时,新算法抑制 CCD 的量化误差、光强噪声、光源频率噪声的能力也要优于其他两种算法,且新算法与其他两种算法对于 CCD 的二阶响应非线性完全不敏感。结果显示,新算法能满足检测精度达到 0.1 nm 的超高精度面形检测的要求。

参考文献:

- [1] BRUNING J H, SCHREIBER H. *Optical Shop Testing* [M]. 3rd edition. Hoboken: A John Wiley & Sons, 2007.
- [2] BRUNING J H, HERRIOTT D J, BALLAGHER J E, et al. Digital wavefront measuring interferometer for testing optical surface and lens [J]. *Appl. Opt.*, 1974, 13(11): 2693-2703.

- [3] SOMMARGREN G E. Phase shifting diffraction interferometry for measure extreme ultraviolet optics[J] . *OSA Trends Opt. Photonics*, 1999, 4: 108-112.
- [4] NOVAK J. Five-step phase-shifting algorithms with unknown values of phase shift[J] . *Optik*, 2003, 2(114) : 63-68.
- [5] NOVAK J, NOVAK P, MIKS A. Multi-step phase-shifting algorithms insensitive to linear phase shift errors[J] . *Opt. Communications*, 2008, 281: 5302-5309.
- [6] TANG SH H. Generalized algorithm for phase shifting interferometry[J] . *SPIE*, 1996, 2860: 34-44.
- [7] CAI L Z, LIU Q, YANG X L. Phase-shift extraction and wave-front reconstruction in phase-shifting interferometry with arbitrary phase steps[J] . *Opt. Lett.* , 2003, 28(19) : 1808-1810.
- [8] CAI L Z, LIU Q, YANG X L. Generalized phase-shifting interferometry with arbitrary unknown phase steps for diffraction objects[J] . *Opt. Lett.* , 2004, 29(2) : 183-185.
- [9] CREATH K. Error sources in phase-measuring interferometry[J] . *SPIE*, 1992, 1720: 428-435.
- [10] HARIHARAN P, OREB B F, ELJU T. Digital phase-shifting interferometry: a simple error-compensating phase calculation algorithm[J] . *Appl. Opt.* , 1987, 26(13) : 2504-2506.
- [11] SCHWIDER J, BUROW R, ELSSNER K-E, *et al.* . Digital wave-front measuring interferometry: some systematic error sources[J] . *Appl. Opt.* , 1983, 22(21) : 3421-3432.
- [12] 程万杰, 赵杰, 蔡鹤皋. CCD 像素响应非均匀的校正方法[J] . *光学 精密工程*, 2008, 16(2) : 314-318.
CHENG W J, ZHAO J, CAI H G. Correction method for pixel response nonuniformity of CCD [J] . *Opt. Precision Eng.* , 2008, 16(2) : 314-318. (in Chinese)
- [13] PHILLION D W. General methods for generating phase-shifting interferometry algorithms[J] . *Appl. Opt.* , 1997, 36(31) : 8098-8115.
- [14] BROPHY P. Effect of intensity error correlation on the computed phase of phase-shifting interferometry[J] . *Opt. Soc. Am A*, 1990, 7(4) : 537-541.

作者简介: 于 杰(1984—), 男, 湖南岳阳人, 研究实习员, 主要从事光学检测中的数据处理方面的研究。

E-mail: yujie98@ gmail. com