

## 基于激光外差干涉的测试质量干涉仪转动耦合研究

王悦 王娟 高瑞弘 齐克奇 刘河山

### Research on rotational coupling of test mass interferometer based on laser heterodyne interferometry

WANG Yue, WANG Juan, GAO Ruihong, QI Keqi, LIU Heshan

引用本文:

王悦, 王娟, 高瑞弘, 齐克奇, 刘河山. 基于激光外差干涉的测试质量干涉仪转动耦合研究[J]. *中国光学*, 优先发表. doi: 10.37188/CO.2026-0032

WANG Yue, WANG Juan, GAO Ruihong, QI Keqi, LIU Heshan. Research on rotational coupling of test mass interferometer based on laser heterodyne interferometry[J]. *Chinese Optics*, In press. doi: 10.37188/CO.2026-0032

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.37188/CO.2026-0032>

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

#### 测试质量干涉仪抖动光程耦合噪声的多因素影响分析

Analysis of multi-factor influences of tilt-to-length coupling noise in a test mass interferometer

*中国光学 (中英文)*. 2025, 18(3): 704 <https://doi.org/10.37188/CO.EN-2024-0031>

#### 激光外差干涉皮米级平动测量技术研究

Laser heterodyne interferometry for picometer-level displacement measurement

*中国光学 (中英文)*. 2025, 18(3): 535 <https://doi.org/10.37188/CO.2024-0192>

#### 空间引力波探测“太极计划”星间姿态-光程耦合噪声迭代拟合与高精度抑制方法

Iterative estimation and precision suppression of inter-spacecraft tilt-to-length coupling noise for the Taiji space gravitational wave detection mission

*中国光学 (中英文)*. 2025, 18(3): 583 <https://doi.org/10.37188/CO.2025-0042>

#### 空间引力波探测前向杂散光测量和抑制

Measurement and suppression of forward stray light for spaceborne gravitational wave detection

*中国光学 (中英文)*. 2023, 16(5): 1081 <https://doi.org/10.37188/CO.2022-0251>

#### 空间引力波探测中超低附加相噪频综研究

Ultralow residual phase noise frequency synthesizer for space gravitational wave detection

*中国光学 (中英文)*. 2025, 18(3): 661 <https://doi.org/10.37188/CO.2025-0015>

#### 557.7 nm波段地基探测风场的多普勒非对称空间外差干涉仪研制

Development of a doppler asymmetric spatial heterodyne interferometer for ground-based wind field detection at the 557.7 nm wavelength

*中国光学 (中英文)*. 2023, 16(5): 1226 <https://doi.org/10.37188/CO.EN-2022-0018>

文章编号 2097-1842(xxxx)x-0001-14

# 基于激光外差干涉的测试质量干涉仪转动耦合研究

王悦<sup>1,2,3</sup>, 王娟<sup>2\*</sup>, 高瑞弘<sup>2</sup>, 齐克奇<sup>2</sup>, 刘河山<sup>2</sup>

- (1. 国科大杭州高等研究院 基础物理与数学科学学院, 浙江 杭州 310024;  
2. 中国科学院力学研究所 微重力重点实验室, 北京 101400;  
3. 中国科学院大学, 北京 100049)

**摘要:**空间引力波探测采用激光外差干涉进行百万公里臂长间的测试质量微小位移波动检测, 要求干涉系统在毫赫兹频段达到皮米级测量精度。干涉仪中测试质量的转动会通过转动-转动与转动-平动两类误差耦合共同限制系统灵敏度, 本文旨在采取先抑制转动-转动耦合, 再抑制转动-平动耦合的策略系统研究这两类误差耦合的耦合原理, 建立耦合误差模型, 并进行耦合误差消减。本文利用了激光外差干涉与波前传感技术, 搭建了测试质量干涉仪系统, 实现了位移与转角的高灵敏度测量和噪声分析; 通过实验标定了偏摆镜与探测器之间的坐标变换关系, 并将偏摆镜旋转至最小耦合角度以使偏摆镜与探测器之间的坐标系尽量重合, 实现了转动-转动耦合的抑制; 通过几何关系建立了光学模型及实验对参数进行标定, 建立了实时补偿系统, 实现了对转动-平动耦合实现动态抑制。经过抑制, 转动-转动的耦合系数达到了约 12.5 mrad/rad; 转动-平动的耦合误差在时域消减了约 90%, 在频域上降低了约一个量级, 为空间引力波探测干涉仪的多自由度解耦及噪声抑制奠定了理论和实验基础。

**关键词:**空间引力波探测; 激光外差干涉仪; 转动耦合研究

中图分类号: O439

文献标志码: A

doi: 10.37188/CO.2026-0032

CSTR: 32171.14.CO.2026-0032

## Research on rotational coupling of test mass interferometer based on laser heterodyne interferometry

WANG Yue<sup>1,2,3</sup>, WANG Juan<sup>2\*</sup>, GAO Ruihong<sup>2</sup>, QI Keqi<sup>2</sup>, LIU Heshan<sup>2</sup>

- (1. School of Fundamental Physics and Mathematical Sciences, Hangzhou Institute for Advanced Study, University of Chinese Academy of Sciences, Hangzhou, Zhejiang 310024, China;  
2. Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 101400, China;  
3. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

\* Corresponding author, E-mail: wangjuan@imech.ac.cn

**Abstract:** Space-based gravitational wave detection uses laser heterodyne interferometry to measure picometer-level displacement fluctuations of test masses separated by millions of kilometers. The interferometric system must achieve picometer-level accuracy in the millihertz frequency band. In the interferometer, test-mass rotation limits system sensitivity through two types of coupling errors: rotation-rotation coupling and rotation-translation coupling. This paper systematically investigates the mechanisms of these two errors and

收稿日期: xxxx-xx-xx; 修订日期: xxxx-xx-xx

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No. 12505088)

Supported by the National Natural Science Foundation of China (No. 12505088)

adopts a sequential suppression strategy: rotation-rotation coupling is first suppressed, followed by rotation-translation coupling. A test-mass interferometer is developed based on laser heterodyne interferometry and wavefront sensing, enabling high-sensitivity displacement and angular measurement as well as noise analysis. The coordinate transformation between the steering mirror and the detector is experimentally calibrated. The steering mirror is then rotated to the minimum-coupling angle, aligning the two coordinate systems and suppressing rotation-rotation coupling. An optical model is further established based on geometric relationships, and its parameters are experimentally calibrated. A real-time compensation system is developed to dynamically suppress rotation-translation coupling. After suppression, the rotation-rotation coupling coefficient is approximately 12.5 mrad/rad. The rotation-translation coupling error is reduced by about 90% in the time domain and by approximately one order of magnitude in the frequency domain. These results provide a theoretical and experimental foundation for multi-degree-of-freedom decoupling and noise suppression in interferometers for space-based gravitational wave detection.

**Key words:** space-based gravitational wave detection; laser heterodyne interferometer; rotational coupling

## 1 引言

空间引力波探测是当代天体物理学与精密测量科学的前沿领域,旨在测量两个相距数百万公里的测试质量之间的微小间距变化<sup>[1-3]</sup>。作为目前最为成熟的技术手段,激光干涉测量技术被广泛接受并应用于空间引力波探测任务<sup>[4-8]</sup>。

自 20 世纪 90 年代起,欧洲航天局(European Space Agency, ESA)与美国航空航天局(National Aeronautics and Space Administration, NASA)联合启动了旨在探测毫赫兹频段引力波的激光干涉空间天线(Laser Interferometer Space Antenna, LISA)计划,为空间引力波探测奠定了基础<sup>[9-10]</sup>。进入 21 世纪,我国也稳步推进空间引力波探测研究。在 2014 年前后,我国相继提出了科学目标互补的两大空间引力波探测计划:运行于“日心”轨道的太极计划与运行于“地心”轨道的天琴计划,形成了覆盖 1 mHz ~ 1 Hz 频段的空问引力波探测布局<sup>[11-13]</sup>,并计划将于 2033 年前后,发射我国的引力波探测星组<sup>[14]</sup>。

在超高精度激光干涉仪中,转动耦合误差是仅次于散粒噪声的关键误差源<sup>[15-16]</sup>。借助差分波前传感技术(Differential Wavefront Sensing, DWS)可以实现高精度的转动角度测量,进而利用数据处理的方式对转动耦合误差进行建模、拟合与扣除,从而提升干涉仪的测量灵敏度<sup>[17-18]</sup>。

基于 DWS 技术,国内外学者对转动耦合误差

开展了大量研究。在国际任务中,LISA Pathfinder 通过三次在轨重新校准显著降低了转动耦合水平,并发展了基于角度监测的数据后处理扣除方法<sup>[19-20]</sup>;Hartig 等人对 LISA Pathfinder 中的转动耦合进行了系统建模和数据分析<sup>[21]</sup>;Armano 等人通过对 LISA Pathfinder 重新对准前后的数据分析,验证了 Hartig 等人提出的解析模型<sup>[22]</sup>。GRACE Follow-On 任务在光学平台设计阶段引入了成像系统抑制转动耦合,并通过补偿分束器进一步减小了倾斜光束引起的光程变化<sup>[23]</sup>。在数据处理层面,Paczkowski 等人研究了 LISA 任务中转动-平动耦合噪声的后处理扣除方法<sup>[24]</sup>;George 等人利用 Fisher 信息矩阵分析了转动耦合系数估计的理论精度极限<sup>[25]</sup>;Houba 等人首次将 TDI-infinity 技术应用于 LISA 任务的噪声估计<sup>[26]</sup>;Hartig 等人则在仿真中引入引力波信号,分析了其对噪声拟合扣除过程的影响<sup>[27]</sup>。

我国在空间引力波探测领域也取得了重要进展。太极一号于 2019 年发射,太极计划在硬件方面采用无拖曳控制技术和双凸透镜成像系统抑制转动耦合,在数据处理方面发展了基于时间延迟干涉(TDI)的迭代拟合与高精度抑制算法<sup>[28-29]</sup>。天琴一号于 2019 年 12 月发射,天琴计划采取硬件抑制与数据处理相结合的双层策略,在硬件层面通过校正望远镜瞳孔像差抑制几何转动耦合,通过控制耦合像差比例和优化高斯光束参数抑制非几何转动耦合,将非几何转动耦合噪声抑制至低于  $0.2\sqrt{2}$  pm/ $\sqrt{\text{Hz}}$  的水平<sup>[30-31]</sup>;在数据处理层

面发展了基于零通道 TDI 的转动耦合噪声扣除方法<sup>[32]</sup>。

转动耦合误差主要有转动-平动耦合和转动-转动耦合两种形式,前者是测试质量的转动变化耦合到测量光传播方向上的平动读出中导致的误差,后者是不同自由度转动信号之间相互影响导致的误差<sup>[33-34]</sup>。现有研究大多基于仿真或简化模型,且通常将两类耦合作为独立问题分别处理。在实际复杂的实验系统中,这两类耦合往往同时存在,并且转动-转动耦合误差的存在会导致转动角度测量不准确,使得转动-平动耦合误差难以有效抑制。因此,在一个研究中同时对这两类转动耦合误差进行分析、建模与抑制,仍需深入的实验研究与验证,其对于提升我国空间引力波探测任务中测试质量干涉仪的光读出能力具有重要意义<sup>[35-36]</sup>。

本文以先抑制转动-转动耦合,再抑制转动-平动耦合的策略对转动耦合进行研究。首先,构建高灵敏度的平动转动测试质量干涉仪;然后,对转动-转动耦合误差进行建模和实验消减,确保转角测量信号本身的准确性,为转动-平动耦合误差的精确标定角度输入奠定基础;最后,在此基础上,实现对转动-平动耦合的高精度建模与有效补偿。本文研究对我国空间引力波探测任务的干涉仪设计与转动耦合建模及实验消减提供了重要的理论与实验依据。

## 2 测试质量光读出基本原理与系统构建

测试质量光读出技术是空间引力波探测干涉仪的核心,其实现依赖于激光外差干涉位移测量和差分波前传感角度测量两大关键技术。激光外差干涉通过引入固定频差的双频激光,将皮米级位移变化转化为相位变化;差分波前传感则通过比较四象限探测器各象限的相位差异,得到平动位移和转动角度,两者共同实现了对测试质量多自由度运动的高精度监测。

### 2.1 激光外差干涉位移测量原理

为实现对测试质量平动的高精度测量,测试质量干涉仪采用了激光外差干涉技术<sup>[37-39]</sup>。激光外差干涉位移测量通过引入具有固定频差  $\Delta f$  的

两束激光进行干涉,其中测量光频率和参考光频率分别为  $f_1$  和  $f_2$ 。当这两束光在合束时,其光场叠加会产生频率为  $\Delta f$  的拍频信号。记测量光的相位为  $\varphi_M$ ,参考光的相位为  $\varphi_R$ ,它们之间的相位差为  $\Delta\varphi$ ,当测试质量发生位移变化  $\Delta L$  时,干涉仪测量臂的光程发生变化,导致外差干涉信号的相位产生相应变化  $\Delta\varphi$ 。因此通过高精度地测量外差干涉信号的相位变化  $\Delta\varphi$ ,即可计算出测试质量的微小位移  $\Delta L$ <sup>[40]</sup> 为:

$$\Delta L = \frac{\lambda}{4\pi} \Delta\varphi, \quad (1)$$

其中,激光波长  $\lambda$  为 1064 nm。

该技术已经成为了 LISA、太极、天琴等空间引力波探测任务中,用于监测测试质量与光学平台之间相对位移的核心方案。本文所构建的干涉仪系统采用的是单频窄线宽激光器作为干涉光源,其输出的单频光分别经过两个独立的声光移频器进行调制,从而产生了具有固定频率差  $\Delta f$  的双频光,实验中的外差频率  $\Delta f$  采用 1 MHz。

### 2.2 差分波前传感角度测量原理

差分波前传感(Differential Wavefront Sensing, DWS)技术是一种通过检测激光波前相位信号的差异,来实现高精度转动角度测量的技术<sup>[41-42]</sup>,其基本原理如图 1 所示。该技术是在激光外差干涉技术的基础上,结合对四象限光电探测器(Quadrant Photodetector, QPD)中 A、B、C、D 四个象限相位差异的比较,对测试质量沿光传播方向即  $z$  方向平动和绕  $x/y$  轴转动的同步高精度测量。其中,图 1 中的  $x$  轴为水平方向, $y$  轴为垂直方向, $z$  轴为光传播方向。

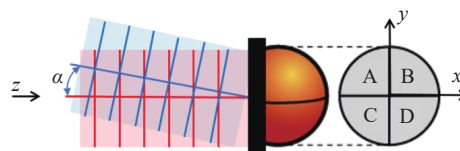


图 1 差分波前传感原理图

Fig. 1 Schematic diagram of differential wavefront sensing.

当测量质量未发生转动,只发生沿光传播方向即  $z$  方向的平动时,测量光束的波前不会倾斜,仅发生整体平移。此时四象限光电探测器中四个象限的拍频信号相位变化呈现高度的一致性,与单象限探测模式类似,通过将四路信号的相位平

均值与参考干涉仪的输出相位  $\varphi_r$  作差,可以有效抑制如激光频率噪声、平台振动等共模噪声,得到测试质量沿  $z$  方向的平动位移  $\Delta z$  为<sup>[40]</sup>:

$$\Delta z = \frac{\lambda}{4\pi} \left( \frac{\varphi_A + \varphi_B + \varphi_C + \varphi_D}{4} - \varphi_r \right), \quad (2)$$

其中,  $\varphi_A$ 、 $\varphi_B$ 、 $\varphi_C$ 、 $\varphi_D$  分别表示四象限光电探测器 QPD 四个象限对应的相位值。

当测试质量发生转动时,测量光束的波前相对于参考光发生倾斜。由于 QPD 四个光敏单元 A/B/C/D 在空间上间隔分布,波前倾斜会导致四个象限上的拍频信号相位变化不同,通过对比四个象限之间的相位差异,可计算出测试质量绕  $x$  轴和  $y$  轴的转动角度俯仰角  $\theta_x$ 、偏航角  $\theta_y$  为:

$$\theta_x = k_x (\varphi_A + \varphi_B - \varphi_C - \varphi_D), \quad (3)$$

$$\theta_y = k_y (\varphi_A + \varphi_D - \varphi_B - \varphi_C), \quad (4)$$

其中,  $k_x$ 、 $k_y$  为测试质量绕  $x$  轴转动和绕  $y$  轴转动的相角转化系数,其数值由光束参数以及四象限探测器几何参数共同决定,实验中通常通过驱动偏摆镜进行已知角度的转动进行标定。

### 2.3 高精度相位解调

无论是外差干涉测量一维平动位移,还是差分波前传感同步测量沿光传播方向的平动和二维的转动,其核心步骤都需要对拍频信号的相位进行实时解调。目前,这一过程常通过基于数字锁相环的相位计来实现,其基本原理如图 2 所示。

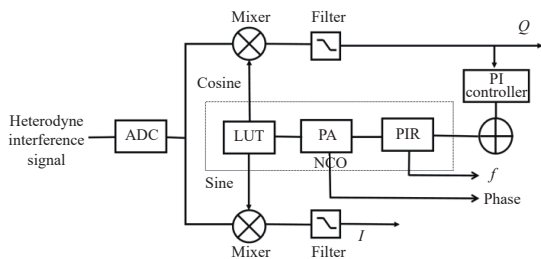


图 2 高精度相位解调原理图(ADC: 模数转换器; LUT: 相位查找表; PA: 相位累加器; PIR: 相位积分寄存器; PI Controller: 比例积分控制器; NCO: 数控振荡器;  $f$ : 频率)

Fig. 2 Schematic diagram of high-precision phase demodulation (ADC: Analog-to-Digital Converter; LUT: Phase Look-Up Table; PA: Phase Accumulator; PIR: Phase Integrator Register; PI Controller: Proportional-Integral Controller; NCO: Numerically Controlled Oscillator;  $f$ : Frequency)

外差干涉的拍频信号经过光电探测器将光信号转化为电信号,然后进入相位解调模块进行相位解调。首先,进入解调模块的电信号经与通过模数转换器后变成数字信号后,进入相位计,分别与数控振荡器(Numerically Controlled Oscillator, NCO)输出的正交信号 sine 和 cosine 进入混频器及滤波器做混频和低通滤波运算,得到彼此正交的相位误差信号 I 信号(In-phase)与 Q 信号(Quadrature)。其中,相位误差信号 Q 经过比例积分控制器即 PI 控制器后,对 NCO 进行反馈控制,使其信号输出频率与输入信号的频率保持一致,从而实现相位的锁定。通过提取锁定后 NCO 内部的相位与频率信息,即可解算出待测信号的相关参数<sup>[43-45]</sup>。

本文相位解调模块采用的是自研多通道高精度相位测量系统,由硬件架构,以数字锁相环为核心的高精度测相算法,以及顶层软件架构的整体设计组成控制,实现了多路干涉信号的同步、高速、高精度相位解调<sup>[46-48]</sup>。

### 2.4 干涉仪设计、构建及初步测试

#### 2.4.1 测试质量干涉仪的设计与构建

根据上述的测试质量光读出基本原理,对测试质量干涉仪进行模块化设计,其整体布局如图 3 所示。干涉仪由光源模块、移频模块、干涉光路模块、探测模块及相位解调模块组成。光源模块中激光器输出的光束依次经过光衰减器与 50/50 光纤分束器,分为两路后传输至干涉平台。移频模块通过声光移频器对两路光束进行频率调制,产生固定频差的激光,并经光纤准直器耦合至干涉光路模块。在干涉光路中,两束光形成拍频干涉,由探测模块中的光电探测器转换为电信号。该信号随后传输至相位解调模块,通过相位解调系统进行数据采集,并由上位机 PC 完成数据处理,最终获取测试质量的平动及转动信息。

本文将依次阐述干涉仪的核心光路设计与实验系统的搭建过程。基于激光外差干涉测量原理,本研究设计并搭建了多自由度精密测量干涉光路,其结构布局如图 4 所示。测量光束  $f_1$  和参考光束  $f_2$  首先通过线偏振片 P1、P2 和分束器 BS1、BS2,形成透射与反射两路信号。反射光路中,光束经二分之一波片 HWP1、HWP2 后入射至分束器 BS3、BS4。透射光路则依次经过偏振

分光棱镜 PBS1、PBS2 和四分之一波片 QWP1、QWP2, 由代替测试质量 1 和测试质量 2 的测量反射镜 M1 与参考反射镜 M2 反射, 并再次通过 QWP1、QWP2 后经 PBS1、PBS2 透射, 由反射镜 M3、M4 反射至分束器 BS4、BS3。在 BS4 与 BS3 处, 来自测量光束与参考光束的反射光与透射光相干叠加, 形成外差干涉信号。该信号由四象限探测器 QPD1 和单象限探测器 PD2、PD3 接收并转换为电信号, 最终送入相位解调系统进行高精度相位提取与数据处理。

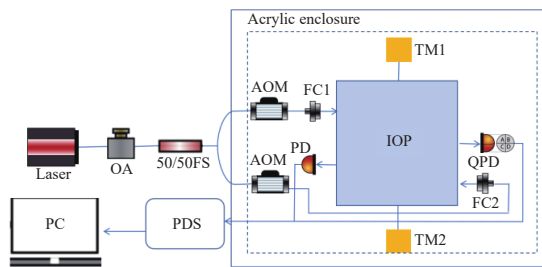


图 3 激光外差干涉测量系统布局(OA: 光衰减器; 50/50FS: 50/50 光纤分束器; AOM: 声光移频器; FC: 光纤准直器; IOP: 干涉光路; TM: 测试质量; QPD: 四象限光电探测器; PD: 光电探测器; PDS: 相位解调系统; PC: 个人计算机)

Fig. 3 Layout of the laser heterodyne interferometry measurement system (OA: Optical Attenuator; 50/50FS: 50/50 Fiber Splitter; AOM: Acousto-Optic Frequency Shifter; FC: Fiber Collimator; IOP: Interferometric Optical Path; TM: Test Mass; QPD: Quadrant Photodetector; PD: Photodetector; PDS: Phase Demodulation System; PC: Personal Computer)

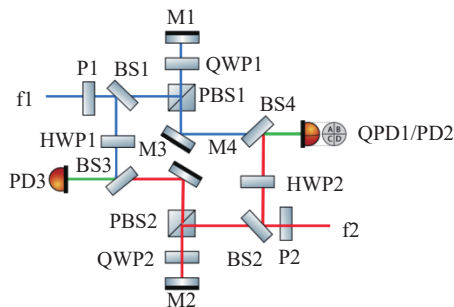


图 4 干涉光路设计图 (P: 偏振器; BS: 分束器; HWP: 二分之一波片; PBS: 偏振分束器; QWP: 四分之一波片; M: 反射镜; QPD: 四象限光电探测器; PD: 光电探测器)

Fig. 4 Interferometric optical layout (P: Polarizer; BS: Beam Splitter; HWP: Half Wave Plate; PBS: Polarizing Beam Splitter; QWP: Quarter Wave Plate; M: Mirror; QPD: Quadrant Photodetector; PD: Photodetector)

基于上述方案设计, 实验装置的搭建如图 5 所示, 整个干涉仪平台固定在光学面包板上, 并放置在带有亚克力玻璃罩的普通光学实验环境中, 测试质量安装在微动位移台上。该实验装置可以通过位移台驱动测试质量沿水平方向即 x 方向产生一维平动位移, 位移信号由测量干涉仪的单象限光电探测器 PD2 与参考干涉仪的 PD3 同步探测, 并通过差分计算的方法得到测试质量的平动位移  $\Delta x$ ; 也可以在静止状态下, 测量干涉仪系统的平动读出灵敏度与相位计本底噪声。

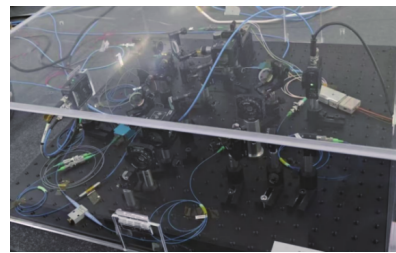


图 5 测试质量安装在微动位移台上的干涉仪搭建  
Fig. 5 The test mass mounted on a micro-motion stage in the interferometer setup.

#### 2.4.2 干涉仪的初步测试实验

完成干涉仪系统的搭建后, 我们采用 PI 公司的 P-752 型压电纳米定位位移台对系统的平动测量能力进行了测试, 以验证所设计干涉光路的测量性能。

为评估系统的平动测量性能, 以测试质量为被测对象, 利用压电位移台驱动其沿水平 x 方向进行一维平动。分别设置  $15 \mu\text{m}$ 、 $3 \text{ nm}$  和  $1 \text{ nm}$  三种步进位移进行测试, 测量结果如图 6 所示。实验表明, 所构建的激光外差干涉测量系统具备  $15 \mu\text{m}$  的测量量程, 并在  $3 \text{ nm}$  步进时能够清晰分辨位移信号, 测量分辨率可达  $3 \text{ nm}$ 。然而, 当步进减小至  $1 \text{ nm}$  时, 受系统本底噪声与平动零漂的影响, 位移信号已接近系统探测极限, 难以可靠分辨。

接着评估测试质量安装在微动位移台上的外差干涉测量系统的平动读出灵敏度和相位计本底噪声。实验中, 干涉仪系统保持静止不动, 测量干涉仪的光电探测器 PD2 输出信号经功分器分为两路, 分别接入相位计的 CH1 与 CH3 通道; 参考干涉仪的光电探测器 PD3 输出直接接入 CH2 通道。完成三通道信号同步采集后, 分别对 CH1 与 CH2、CH1 与 CH3 的信号进行差分处理, 最终得

到的干涉光路平动读出噪声谱密度结果及相位计电子学本底噪声如图 7 所示。

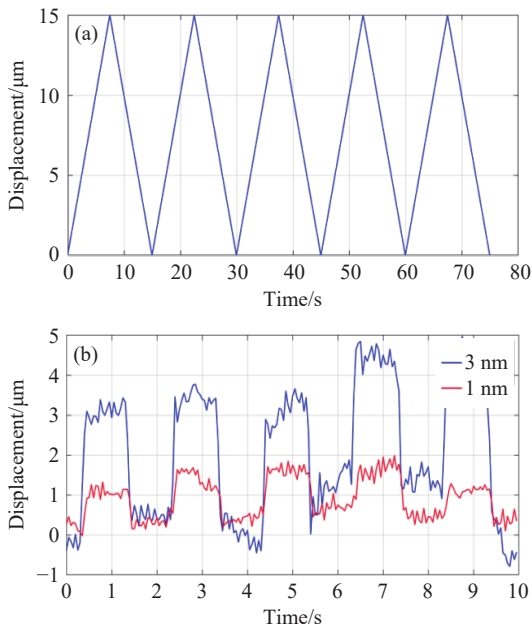


图 6 干涉光路平动读出。(a)量程;(b)分辨率 3 nm 和 1 nm

Fig. 6 Translation readout of the interferometric optical path. (a) Measurement range; (b) resolution of 3 nm and 1 nm.

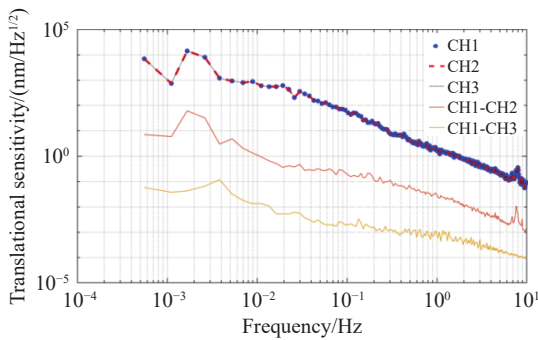


图 7 干涉光路平动读出噪声谱密度结果及相位计电子学本底噪声

Fig. 7 Spectral density of translational readout noise from the interferometric optical path and electronic baseline noise of the phase meter

由图 7 可见, CH1、CH2 与 CH3 三个通道的原始信号曲线重合, 都呈现较高噪声水平, 此时在干涉光路中环境共模噪声是主要的噪声源。

CH1-CH3 代表了同一测量干涉仪中 PD2 的输出测量信号经功分器后分成两路信号, 分别输入相位计的两个独立通道 CH1 与 CH3 的差分结果。该差分主要反映相位计自身的本底噪声, 可视为系统电子学部分的噪声下限。由图可以看出

来, CH1-CH3 的差分噪声水平在整个频段都显著低于 CH1-CH2 的差分结果。这说明, 相位计本底噪声不是限制干涉仪系统测量灵敏度的主要因素, 而干涉仪光路部分的噪声和误差需要重点关注。

CH1-CH2 代表的是干涉光路的平动读出噪声谱密度, 在 6~8 Hz 频段出现一个显著的尖峰, 这可能源于光学平台的机械共振; 在低频段, 测量噪声主要受环境温度漂移的影响; 在平动测量方面, 系统在 10 mHz~1 Hz 频段内的平动读出噪声谱密度优于 2 nm/Hz<sup>1/2</sup>, 并在 1 Hz 处达到 30 pm/Hz<sup>1/2</sup> 的水平, 初步证明了该干涉仪系统具备皮米级平动位移的测量能力。

然而, 在 1 mHz~1 Hz 的核心频段内, 当前平动灵敏度与空间引力波探测星内干涉仪所要求的 1pm/Hz<sup>1/2</sup> 量级仍存在差距。因此, 后续工作需对干涉仪光路部分的各种噪声和误差进行深入的研究与抑制, 以进一步提升其测量灵敏度。

根据现有研究可知, 光路部分的转动耦合误差对干涉仪测量灵敏度的影响程度已成为限制系统性能进一步提升的关键瓶颈之一。转动耦合主要有转动-转动耦合和转动-平动耦合两种形式, 针对它们的研究、建模和抑制将在后文展开讨论。

### 3 干涉仪转动-转动耦合分析

#### 3.1 相角转换系数的标定与测量实验

对于空间引力波探测中的星内干涉仪而言, 其核心目标是实现测试质量与光学平台之间距离变化  $\Delta z$  的高精度测量。然而, 测试质量的转动会耦合至测量光传播方向  $z$  方向的平动位移读出中, 形成转动-平动耦合误差, 该误差会掩盖真实的间距变化信号  $\Delta z$ 。由于测试质量通常设计为正六面体结构, 其沿水平  $x$ 、垂直  $y$  轴的平动以及绕光传播方向  $z$  轴的转动对  $z$  方向位移测量的影响较小, 可予以忽略。因此, 转动-平动耦合误差的研究主要聚焦于测试质量绕  $x$  轴和  $y$  轴的二维转动对  $z$  方向一维平动测量的耦合机制。

要精确评估并最终抑制转动-平动耦合, 必须实现对测试质量绕  $x$  轴与绕  $y$  轴转动本身的高精度独立测量。为了实现测试质量的转动, 在干涉仪光路中, 将测试质量安装在芯明天公司生产的 s38.T25 高精度压电偏转镜上, 将单象限光电探测

器 PD2 替换成四象限光电探测器 QPD1。另外, 将偏摆镜固定于旋转镜架, 调整其方位, 使控制线缆自然垂向下方, 此时旋转镜架的角度刻度读数为 56 度, 偏摆镜的安装姿态与初始角度如图 8 所示。

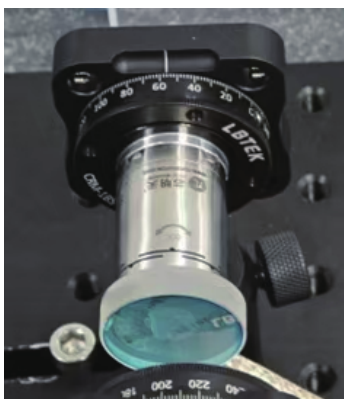


图 8 偏摆镜安装姿态与初始角度

Fig. 8 Mounting configuration and initial angle of the steering mirror.

在实际光学测量系统中, 在相同的实验环境下, 沾有测试质量的偏摆镜与用于探测其转动信息的四象限探测器 QPD1 之间由于光学安装的固有偏差, 二者的二维坐标系并不重合, 这样导致: 当偏摆镜绕 x 轴转动时, QPD 的读出信号中会包含一个虚假的 y 轴转动分量; 反之亦然。这就是转动-转动耦合, 它使得俯仰角  $\theta_x$  与偏航角  $\theta_y$  的测量信号相互耦合, 无法反映测试质量的真实角度, 无法准确测量转动-平动耦合的角度输入, 平动输出自然也没办法准确测量。

在深入研究干涉仪转动-平动耦合之前, 先研究和消减干涉仪转动-转动耦合。研究转动-转动耦合的关键在于准确获取测试质量绕 x 轴与 y 轴的转动角度  $\theta_x$ 、 $\theta_y$ , 根据公式(3)(4)可知, 为了得到转动角度  $\theta_x$ 、 $\theta_y$ , 我们需要先实验标定测试质量绕 x 轴转动和绕 y 轴转动的相角转化系数  $k_x$ 、 $k_y$ 。标定实验中, 控制偏摆镜绕 x 和 y 轴进行幅度为  $\pm 400 \mu\text{rad}$  的三角波转动运动, 得到测试质量绕 x 轴与 y 轴转动的相位信号, 如图 9 所示。

根据给定的转动角度和对应相位信号, 绕 x 轴与 y 轴转动的角度峰值都为  $800 \mu\text{rad}$ ; 绕 x 轴的相位信号峰值为  $1355276.7 \mu\text{rad}$ , 计算得到其相角转换系数约为  $1694.1 \mu\text{rad}/\mu\text{rad}$ ; y 轴相位信号的峰值为  $1447481.42 \mu\text{rad}$ , 计算得到其相角转

换系数约为  $1809.35 \mu\text{rad}/\mu\text{rad}$ 。这两个系数将用于后续将相位计采集到的相位信号转换为角度信号, 以得到绕 x 轴与 y 轴转动的实时角度  $\theta_x$ 、 $\theta_y$ 。

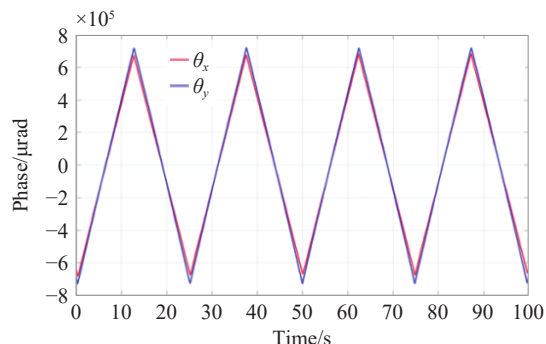


图 9 干涉光路中绕 x 轴和绕 y 轴转动的相位信号

Fig. 9 Phase signals for rotations about the x-axis and y-axis in the interferometric optical path

利用偏转镜驱动测试质量分别作绕 x/y 轴的转动, 测量结果如图 10 所示, 转动测量分辨率为  $100 \text{ nrad}$ 。

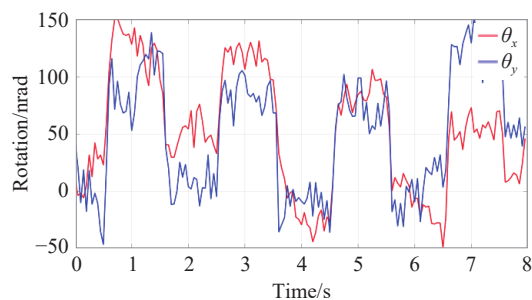


图 10 干涉光路绕 x 轴和绕 y 轴转动的分辨率

Fig. 10 Rotational resolution about the x-axis and y-axis in the interferometric optical path

评估外差干涉光路中测试质量绕 x 轴和 y 轴的转动灵敏度, 结果如图 11 所示。

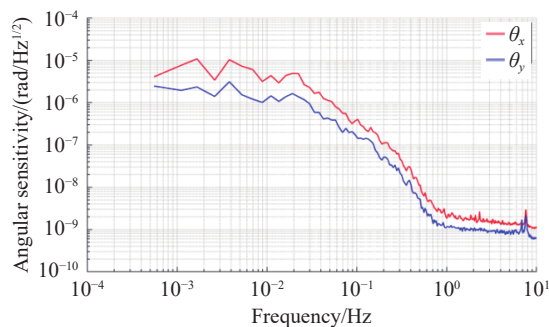


图 11 干涉光路中测试质量绕 x 轴和 y 轴的转动读出噪声谱密度结果

Fig. 11 Readout noise spectral density for rotations about the x-axis and y-axis in the interferometer.

如图 11 所示,在 1 Hz 处,系统绕 x 轴与 y 轴的转动读出噪声谱密度分别达到  $10 \text{ nrad/Hz}^{1/2}$  与  $1 \text{ nrad/Hz}^{1/2}$ ,这一结果满足纳弧度级别的测量要求,初步证明了本研究构建的测试质量干涉仪系统能够实现纳弧度精度的转动测量。

### 3.2 转动-转动耦合的建模与理论标定

对干涉仪转动-转动耦合进行消减,本研究采用了下述基于坐标变换的方法。对问题进行建模,定义偏摆镜与探测器的坐标系转换关系。将偏摆镜绕 x 轴,绕 y 轴转动的角度记为  $\theta_x, \theta_y$ 。将四象限探测器利用差分波前传感原理读出的偏摆镜绕 x 轴,绕 y 轴转动角度记为  $dws_x, dws_y$ 。假设两个二维坐标系之间存在一个固定的旋转和平移变换关系,该关系可由一个旋转矩阵  $R(\theta)$  和一个偏置向量  $(t_x, t_y)$  描述。在理想无耦合且零偏的情况下,两个坐标系应完全重合,此时旋转矩阵  $R(\theta)$  应为单位矩阵,偏置向量  $(t_x, t_y)$  应为零向量。坐标系变换模型公式如下:

$$\begin{pmatrix} dws_x \\ dws_y \end{pmatrix} = R(\theta) * \begin{pmatrix} \theta_x \\ \theta_y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} t_x \\ t_y \end{pmatrix}, \quad (5)$$

其中,旋转矩阵  $R(\theta)$  为  $\begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$ ,  $\theta$  为偏摆镜坐标系与探测器坐标系之间的旋转角度。

然后进行参数的标定,确定变换矩阵  $R(\theta)$  与偏置  $(t_x, t_y)$ 。控制偏摆镜静止不动、绕 x 轴和 y 轴分别进行已知角度  $400 \mu\text{rad}$  的转动,得到对应的  $dws_x$  和  $dws_y$ ,偏摆镜转动角度与四象限探测器输出关系如表 1 所示。

表 1 偏摆镜转动角度与四象限探测器输出关系

Tab.1 Relationship between Tip-Tilt Mirror Angle and Quadrant Detector Output

Steering mirror angle ( $\theta_x, \theta_y$ ) ( $\mu\text{rad}$ )	Quadrant photodetector angle output ( $dws_x, dws_y$ ) ( $\mu\text{rad}$ )
$(\theta_{x1}, \theta_{y1}) = (0, 0)$	$(dws_{x1}, dws_{y1}) = (0, 0)$
$(\theta_{x2}, \theta_{y2}) = (400, 0)$	$(dws_{x2}, dws_{y2}) = (400, 13)$
$(\theta_{x3}, \theta_{y3}) = (0, 400)$	$(dws_{x3}, dws_{y3}) = (-13, 400)$

进行参数求解时,将多组偏摆镜转动角度与四象限探测器输出关系数据代入坐标系变换模型,进行最小二乘拟合,求解出旋转矩阵  $R(\theta)$  为  $\begin{pmatrix} 1 & -0.0325 \\ 0.0325 & 1 \end{pmatrix}$  和一个偏置向量  $(t_x, t_y) \approx (0, 0)$  及旋转角度  $\theta \approx 1.86^\circ$ ,根据叉积符号可知需逆时针旋转,由 3.1 节可知偏摆镜的初始角度为  $56^\circ$ 。因

此,要使偏摆镜坐标系与探测器坐标系对齐,即转动-转动耦合最小化,根据建模标定求解方法需要偏摆镜被调节至约  $54.14^\circ$  的刻度方位,该刻度被记为转动-转动耦合最小点。

### 3.3 转动-转动耦合的实验标定

将偏摆镜分别绕 x 轴和 y 轴旋转至不同刻度  $44^\circ, 50^\circ, 54^\circ, 56^\circ, 60^\circ$ ,并分别测量绕 x 轴与绕 y 轴转动已知角度  $400 \mu\text{rad}$  时对应的转动-转动耦合值,得到绕 x、y 轴的转动-转动耦合值大小相近、符号相反。后续为简化分析,本研究统一采用绕 x 轴转动所得的耦合值进行分析。

经过 15 次的独立重复实验,转动-转动耦合平均值与标准差为:当偏摆镜旋转刻度为  $44^\circ$  时,对应的转动-转动耦合平均值与标准差为  $-57.153 \pm 0.100 \mu\text{rad}$ ;当偏摆镜旋转刻度为  $50^\circ$  时,对应的转动-转动耦合平均值与标准差为  $-16.390 \pm 0.151 \mu\text{rad}$ ;当偏摆镜旋转刻度为  $54^\circ$  时,对应的转动-转动耦合平均值与标准差为  $-5.110 \pm 0.076 \mu\text{rad}$ ;当偏摆镜旋转刻度为  $56^\circ$  时,对应的转动-转动耦合平均值与标准差为  $13.763 \pm 0.122 \mu\text{rad}$ ;当偏摆镜旋转刻度为  $60^\circ$  时,对应的转动-转动耦合平均值与标准差为  $28.660 \pm 0.085 \mu\text{rad}$ 。可以看出,各偏摆镜旋转刻度下的标准差数值均很小,测量结果具有良好的重复性和可靠性。

为直观展示偏摆镜绕 x 轴转动的转动-转动耦合平均值随偏摆镜旋转刻度的变化趋势并确定绕 x 轴转动的转动-转动最小耦合点。对不同偏摆镜旋转刻度下绕 x 轴转动  $400 \mu\text{rad}$  时对应的转动-转动耦合平均值与标准差进行线性拟合,并将绕 x 轴转动的转动-转动耦合平均值为 0 的偏摆镜刻度点称为转动-转动最小耦合点,拟合曲线如图 12 所示。

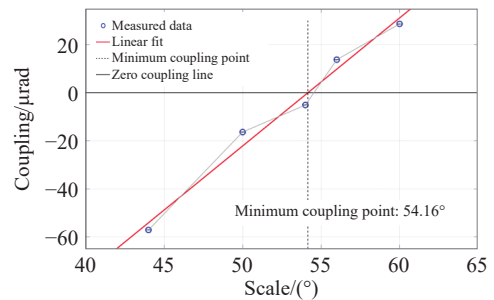


图 12 转动-转动耦合平均值耦合量随偏摆镜旋转刻度变化关系

Fig. 12 The relationship between the mean tilt-to-tilt coupling and the steering mirror rotation scale.

如图 12 所示, 所得到底转动-转动平均耦合值随偏摆镜旋转刻度呈线性关系, 转动-转动最小耦合点位于  $54.16^\circ$  附近, 验证了 3.1 节理论标定结果  $54.14^\circ$ 。因此, 在后续实验中, 将偏摆镜旋转并固定在约  $54.16^\circ$  的刻度上。此时, 转动-转动耦合已经抑制到约  $12.5 \text{ mrad/rad}$ , 其对转动-平动耦合测量的影响变得很小, 为后续转动-平动耦合抑制提供了比较好的条件。

## 4 干涉仪转动-平动耦合分析

### 4.1 转动-平动耦合的建模与理论标定

#### 4.1.1 物理模型建立

本章将对转动耦合误差中的转动-平动耦合误差分析和抑制, 转动-平动耦合误差是由测试质量的转动角度俯仰角  $\theta_x$ 、偏航角  $\theta_y$  耦合进干涉仪光传播方向的轴向位移  $\Delta z$  测量中, 是限制空间引力波探测精度的重要因素之一。

针对转动-平动耦合误差问题, 本文应用了文献<sup>[49-50]</sup>所构建的耦合测量模型进行分析, 其几何原理如图 13 所示。该模型主要由入射光束、代表测试质量的反射镜、探测器及其间的反射光束构成。模型中定义了三个关键的几何偏移量:  $d_{\text{lat}}$  与  $d_{\text{long}}$  分别为初始反射点  $P_1$  到转动中心  $O$  的横向与纵向距离分量,  $d_{\text{lever}}$  为初始反射点  $P_1$  到探测器光敏面的垂直距离。

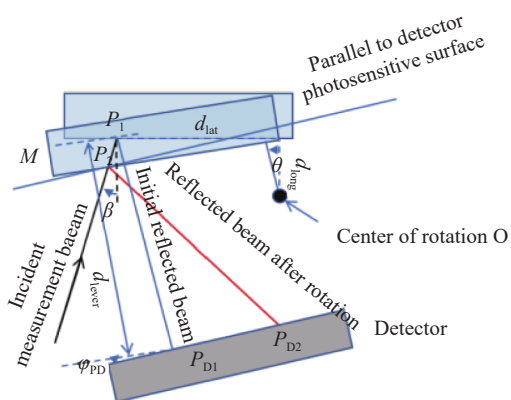


图 13 转动-平动耦合测量建模

Fig. 13 Measurement modeling of tilt-to-length coupling

$\beta$  和  $\varphi_{\text{PD}}$  分别表示转动前, 测量光入射光束相对于反射镜法线的入射角以及探测器光敏面法线与理想反射光束之间的夹角。在图 13 所示的实测光路配置中, 测量光束准直性良好, 可近似认

为其与反射镜及探测器表面垂直, 即满足  $\beta \approx 0$  且  $\varphi_{\text{PD}} \approx 0$  的条件。基于此几何模型, 并利用小角度近似与二阶泰勒展开方法进行推导, 最终得到了当测试质量发生了  $\theta$  角度的转动时, 转动-平动耦合误差  $\delta L$  的解析表达式如下<sup>[51]</sup>:

$$\delta L = \frac{1}{2} \text{OPD}(\theta) = -d_{\text{lat}}\theta + \frac{1}{2}d_{\text{long}}\theta^2 + d_{\text{lever}}\theta^2, \quad (6)$$

其中,  $\theta$  为测试质量的转动角度。

由式 (6) 可见, 转动-平动耦合误差主要受转动中心与初始反射点的水平和垂直分量、测试质量与探测器的垂直距离及转动角度  $\theta$  的影响。为便于后续分析与标定, 将转动-平动耦合误差  $\delta L$  表达为转角  $\theta$  的二项多项式函数:

$$\delta L = A\theta + B\theta^2, \quad (7)$$

其中,  $A$  为一次耦合系数,  $B$  为二次耦合系数。

#### 4.1.2 标定耦合系数 A, B

为标定转动-平动耦合表达式 (7) 中的一次耦合系数  $A$  和二次耦合系数  $B$ , 本研究设计了重复性标定实验。控制偏振镜分别绕水平  $x$  轴和垂直  $y$  轴进行幅度为  $\pm 200 \mu\text{rad}$  的三角波转动运动, 同步采集和处理转动角度  $\theta$  和其对应的转动-平动耦合误差  $\delta L$ , 所得曲线如图 14 所示。

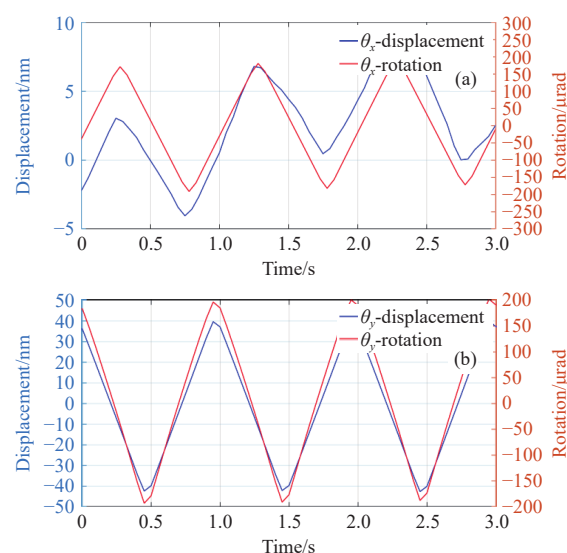


图 14 转动-平动耦合系数标定。(a) 绕  $x$  轴转动的转动角度  $\theta$  和耦合误差  $\delta L$ ; (b) 绕  $y$  轴转动的转动角度  $\theta$  和耦合误差  $\delta L$

Fig. 14 Tilt-to-length coupling coefficient calibration. (a) Rotation angle  $\theta$  and Coupling error  $\delta L$  about the  $x$ -axis; (b) Rotation angle  $\theta$  and coupling error  $\delta L$  about the  $y$ -axis

图 14 可以看出, 测试质量绕 x 和 y 轴转动时, 转动-平动耦合误差  $\delta L$  的时域曲线均紧密跟随转动角度  $\theta$  的三角波形变化, 这验证了式 (7) 所描述的二次多项式模型的有效性, 表明了转动-平动耦合误差主要由与  $\theta$  成正比的线性项和与  $\theta^2$  成正比的二次项构成。另外, 基于图 14 的原始数据, 利用最小二乘法将转动-平动耦合误差  $\delta L$  与旋转角度  $\theta$  之间的对应关系拟合至式 (7), 即可得出一次项耦合系数 A 与二次项耦合系数 B。

经过绕 x 轴和绕 y 轴两个转动方向的 5 次独立重复实验, 得到了绕 x 轴转动的平均一次耦合系数  $A_x$  和平均二次耦合系数  $B_x$  分别为  $-13.148 \pm 0.279 \mu\text{m}/\text{rad}$  和  $315.403 \pm 3.694 \text{ mm}/\text{rad}^2$ ; 绕 y 轴转动的平均一次耦合系数  $A_y$  和平均二次耦合系数  $B_y$  分别为  $176.508 \pm 4.261 \mu\text{m}/\text{rad}$  和  $-315.314 \pm 5.124 \text{ mm}/\text{rad}^2$ 。

#### 4.2 转动-平动耦合的时域补偿与抑制

本研究利用 4.1 节计算得到的一次耦合系数  $A_x$ 、 $A_y$  与二次耦合系数  $B_x$ 、 $B_y$ , 结合实时采集到的转动角度  $\theta$ , 对转动-平动耦合引入的虚假位移进行实时计算与补偿, 绕 x 轴和绕 y 轴的平动-转动耦合时域补偿公式为:

$$\delta L_{x, \text{comp}} = \delta L_{x, \text{raw}} - (A_x \theta_x + B_x \theta_x^2) \quad (8)$$

$$\delta L_{y, \text{comp}} = \delta L_{y, \text{raw}} - (A_y \theta_y + B_y \theta_y^2) \quad (9)$$

其中,  $\delta L_{x, \text{comp}}$ 、 $\delta L_{y, \text{comp}}$  是测试质量绕 x 轴、绕 y 轴补偿后的实时转动-平动耦合误差,  $\delta L_{x, \text{raw}}$ 、 $\delta L_{y, \text{raw}}$  是测试质量绕 x 轴、绕 y 轴原始的实时转动-平动耦合误差,  $\theta_x$ 、 $\theta_y$  是测试质量绕 x 轴、绕 y 轴的实时转动角度。

为验证上述补偿方法的有效性, 使测试质量分别绕 x 轴与绕 y 轴转动进行实验, 并对比补偿前后的转动-平动耦合误差信号。绕 x 轴和 y 轴转动时域补偿效果如图 15 所示。

图 15 可以看出, 绕 x 轴转动时, 原始耦合误差是蓝色曲线, 呈现与转动角度同步的周期性波动, 峰峰值约为 10.7 nm; 经式(8)补偿后得到耦合误差是绿色曲线, 误差峰峰值显著降低至 1.1 nm, 大约消减了 89.7%; 绕 y 轴转动时, 原始耦合误差是蓝色曲线, 呈现与转动角度同步的周期性波动, 峰峰值约为 75.1 nm; 经式(9)补偿后得到耦合误

差是绿色曲线, 误差峰峰值降至 5.97 nm, 大约消减了 92.1%。这些结果表明了时域补偿方法补偿对绕 x 轴和绕 y 轴转动引起的转动-平动耦合误差具有显著抑制效果。

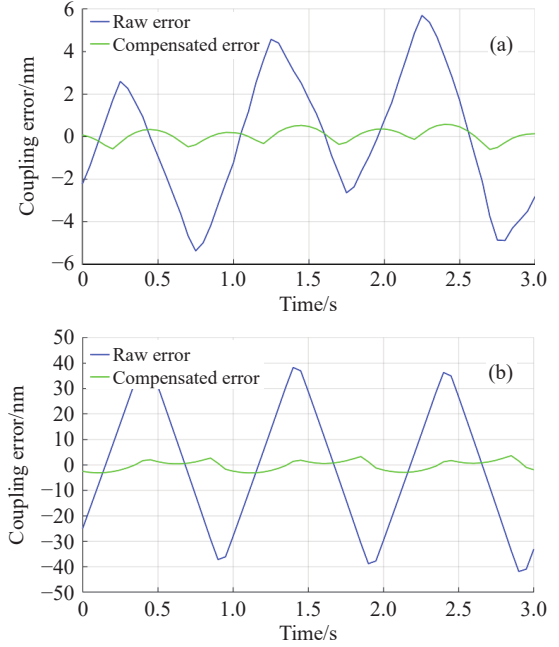


图 15 时域补偿效果。(a) 绕 x 轴转动补偿前后对比; (b) 绕 y 轴转动补偿前后对比

Fig. 15 Time-domain compensation effects. (a) Comparison before and after compensation for x-axis rotation; (b) Comparison before and after compensation for y-axis rotation

#### 4.3 频域分析法验证

为了进一步验证耦合系数标定的准确性, 本研究采用频域分析法对耦合系数 A 和 B 进行独立计算。该方法基于转动三角波信号在频域上具有明确谱线的特点, 通过傅里变换提取激励频率  $f_0$  (基频) 与二次谐波  $2f_0$  处的响应幅值, 进而计算频域一次耦合系数  $A_{\text{freq}}$  和频域二次耦合系数  $B_{\text{freq}}$ 。

在本实验中, 控制偏摆镜转动的信号为频率  $f_0=1 \text{ Hz}$ , 幅度为  $\pm 200 \mu\text{rad}$  的三角波。该信号在频域上具有显著的基频  $f_0$  与二次谐波  $2f_0=2 \text{ Hz}$  成分, 适合用于频域提取耦合系数。频域计算公式如下:

$$A_{\text{freq}} = \frac{\delta L(f_0)}{\theta(f_0)} \quad (10)$$

$$B_{\text{freq}} = \frac{\delta L(2f_0)}{\theta^2(2f_0)} \quad (11)$$

其中,  $\delta L(f_0)$  和  $\theta(f_0)$  分别为转动-平动耦合误差  $\delta L$  和转动角度  $\theta$  在基频  $f_0$  处的傅里叶幅值,  $\delta L(2f_0)$  和  $\theta^2(2f_0)$  为二次谐波  $2f_0$  处的对应幅值。

基于式(10)(11), 对绕 x 轴与绕 y 轴转动的原始转动-平动耦合误差信号分别进行频谱分析, 提取基频  $f_0$  与二次谐波  $2f_0$  处的响应幅值, 计算得到绕 x 轴和 y 轴转动频域对应的频域一次耦合系数  $A_{\text{freq}}$  和频域二次耦合系数  $B_{\text{freq}}$ 。接下来, 对补偿后的转动-平动耦合误差信号进行频谱分析, 得到绕 x 轴与绕 y 轴转动在补偿前后的频域对比结果, 如图 16 所示。

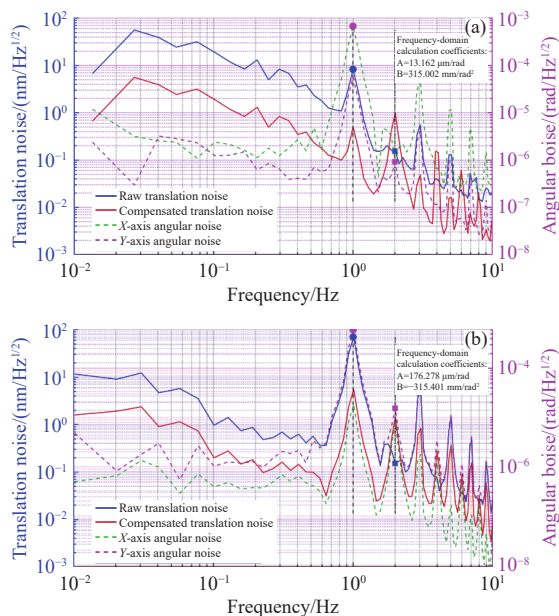


图 16 频域补偿效果 (a) 绕 x 轴转动补偿前后对比; (b) 绕 y 轴转动补偿前后对比

Fig. 16 Frequency-domain compensation effects.(a) Comparison before and after compensation for x-axis rotation; (b) Comparison before and after compensation for y-axis rotation

## 参考文献:

- [1] MING M, LUO Y X, LIANG Y R, *et al.*. Ultraprecision intersatellite laser interferometry[J]. *International Journal of Extreme Manufacturing*, 2020, 2(2): 022003.
- [2] 罗子人, 白珊, 边星, 等. 空间激光干涉引力波探测[J]. *力学进展*, 2013, 43(4): 415-447.  
LUO Z R, BAI SH, BIAN X, *et al.*. Space laser interferometric gravitational wave detection[J]. *Advances in Mechanics*, 2013, 43(4): 415-447. (in Chinese).
- [3] 王运永, 朱宗宏. 激光干涉仪引力波探测器的噪声和灵敏度[J]. *现代物理知识*, 2019, 31(3): 56-62.  
WANG Y Y, ZHU Z H. Noise and sensitivity of laser interferometric gravitational wave detectors[J]. *Modern Physics*, 2019, 31(3): 56-62. (in Chinese).
- [4] DANZMANN K. LISA-an ESA cornerstone mission for a gravitational wave observatory[J]. *Classical and Quantum*

由图 16 可以看出, 绕 x 轴和 y 轴转动频域补偿前后的转动-平动误差噪声谱降低了一个数量级。由频域计算出来的绕 x 轴转动的平均频域一次耦合系数  $A_{x,\text{freq}}$  和平均频域二次耦合系数  $B_{x,\text{freq}}$  分别为  $-13.162 \mu\text{m}/\text{rad}$  和  $315.002 \text{ mm}/\text{rad}^2$ ; 绕 y 轴转动的平均频域一次耦合系数  $A_{y,\text{freq}}$  和平均频域二次耦合系数  $B_{y,\text{freq}}$  分别为  $176.278 \mu\text{m}/\text{rad}$  和  $-315.401 \text{ mm}/\text{rad}^2$ , 与 4.1 节时域拟合得到的一次耦合系数  $A_x$ 、 $A_y$  与二次耦合系数  $B_x$ 、 $B_y$  吻合, 这表明通过系统标定与补偿可以使转动-平动耦合误差在频域上降低一个数量级。

## 5 结 论

本文搭建了可实现高精度位移角度测量的测试质量干涉仪系统, 采用“先抑制转动-转动耦合, 再抑制转动-平动耦合”的策略对转动耦合进行研究。建立了偏摆镜与探测器之间的坐标变换模型, 通过理论和实验标定方法最终确定了转动-转动最小耦合点在  $54.16^\circ$  左右, 将偏摆镜调节至该方位后, 转动-转动耦合系数降低到了约  $12.5 \text{ mrad}/\text{rad}$ ; 建立了几何光学模型分别并标定出绕 x 轴和 y 轴对应的一次耦合系数 A 和二次耦合系数 B, 并对转动-平动耦合误差进行了实时补偿, 使转动-平动耦合误差在时域上消减了约 90%, 在频域上降低了约一个数量级。将这一方法用于干涉仪系统的初步测试, 可以有效指导干涉仪系统的装调工作, 提高系统的测量本底噪声水平。由于干涉仪系统的灵敏度指标不能完全满足未来空间引力波探测计划的任务需求, 未来研究将聚焦于更加完备的误差模型和相关消减技术的探索及验证。

- Gravity*, 1997, 14(6): 1399-1404.
- [5] 罗俊, 艾凌皓, 艾艳丽, 等. 天琴计划简介[J]. *中山大学学报(自然科学版)*, 2021, 60(1-2): 1-19.  
LUO J, AI L H, AI Y L, *et al.*. A brief introduction to the TianQin project[J]. *Acta Scientiarum Naturalium Universitatis Sunyatseni*, 2021, 60(1-2): 1-19. (in Chinese).
- [6] LUO Z R, GUO Z K, JIN G, *et al.*. A brief analysis to Taiji: science and technology[J]. *Results in Physics*, 2020, 16: 102918.
- [7] WU Y L. Space gravitational wave detection in China[C]. *Presentation on First eLISA Consortium Meeting*, APC-Paris, 2012. (查阅网上资料, 未找到出版者信息, 请确认).
- [8] 李星辉, 崔璨. 光栅干涉精密纳米测量技术[J]. *光学精密工程*, 2024, 32(17): 2591-2611.  
LI X H, CUI C. Grating interferometric precision nanometric measurement technology[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2024, 32(17): 2591-2611. (in Chinese).
- [9] HECHLER F, FOLKNER W M. Mission analysis for Laser Interferometer Space Antenna (LISA)[R]. 1992. (查阅网上资料, 未找到出版地和出版者信息, 请确认).
- [10] GAO L, ZHENG L A, LU B, *et al.*. Generation of squeezed vacuum state in the millihertz frequency band[J]. *Light: Science & Applications*, 2024, 13: 294, doi: [10.1038/s41377-024-01606-y](https://doi.org/10.1038/s41377-024-01606-y).
- [11] HU W R, WU Y L. The Taiji program in space for gravitational wave physics and the nature of gravity[J]. *National Science Review*, 2017, 4(5): 685-686.
- [12] LUO J, CHEN L S, DUAN H Z, *et al.*. TianQin: a space-borne gravitational wave detector[J]. *Classical & Quantum Gravity*, 2015, 33(3): 035010.
- [13] LIU H SH, WANG J, TAO W, *et al.*. Recent development of the laser interferometer for Taiji space gravitational wave detection[J]. *Research*, 2026, 9: 1252.
- [14] 刘河山, 高瑞弘, 罗子人, 等. 空间引力波探测中的绝对距离测量及通信技术[J]. *中国光学*, 2019, 12(3): 486-492.  
LIU H SH, GAO R H, LUO Z R, *et al.*. Laser ranging and data communication for space gravitational wave detection[J]. *Chinese Optics*, 2019, 12(3): 486-492. (in Chinese).
- [15] ZHAO Y, WANG ZH, LI Y P, *et al.*. Method to remove tilt-to-length coupling caused by interference of flat-top beam and Gaussian beam[J]. *Applied Sciences*, 2019, 9(19): 4112.
- [16] 刘河山, 王娟, 高瑞弘, 等. 太极二号干涉仪系统噪声与指标分解[J]. *空间科学学报*, 2025, 45(4): 1047-1057.  
LIU H SH, WANG J, GAO R H, *et al.*. Noise and index decomposition of Taiji-2 interferometer system[J]. *Chinese Journal of Space Science*, 2025, 45(4): 1047-1057. (in Chinese).
- [17] CHWALLA M, DANZMANN K, ÁLVAREZ M D, *et al.*. Optical suppression of tilt-to-length coupling in the LISA long-arm interferometer[J]. *Physical Review Applied*, 2020, 14(1): 014030.
- [18] LUO Z R, WANG Q L, MAHRDT C, *et al.*. Possible alternative acquisition scheme for the gravity recovery and climate experiment follow-on-type mission[J]. *Applied Optics*, 2017, 56(5): 1495-1500.
- [19] ARMANO M, AUDLEY H, AUGER G, *et al.*. Sub-femto-g free fall for space-based gravitational wave observatories: LISA pathfinder results[J]. *Physical Review Letters*, 2016, 116(23): 231101.
- [20] WANNER G, KARNESIS N. Preliminary results on the suppression of sensing cross-talk in LISA pathfinder[J]. *Journal of Physics: Conference Series*, 2017, 840: 012043.
- [21] HARTIG M S, WANNER G. Tilt-to-length coupling in LISA pathfinder: analytical modeling[J]. *Physical Review D*, 2023, 108(2): 022008.
- [22] ARMANO M, AUDLEY H, BAIRD J, *et al.*. Tilt-to-length coupling in LISA pathfinder: a data analysis[J]. *Physical Review D*, 2023, 108(10): 102003.
- [23] SCHÜTZE D. *Intersatellite laser interferometry: test environments for GRACE follow-on*[D]. Hannover: Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover, 2015.
- [24] PACZKOWSKI S, GIUSTERI R, HEWITSON M, *et al.*. Postprocessing subtraction of tilt-to-length noise in LISA[J]. *Physical Review D*, 2022, 106(4): 042005.
- [25] GEORGE D, SANJUAN J, FULDA P, *et al.*. Calculating the precision of tilt-to-length coupling estimation and noise subtraction in LISA using Fisher information[J]. *Physical Review D*, 2023, 107(2): 022005.
- [26] HOUBA N, DELCHAMBRE S, HECHENBLAIKNER G, *et al.*. Time-delay interferometry infinity for tilt-to-length noise estimation in LISA[J]. *Classical and Quantum Gravity*, 2023, 40(10): 107001.

- [27] HARTIG M S, PACZKOWSKI S, HEWITSON M, *et al.*. Post-processing subtraction of tilt-to-length noise in LISA in the presence of gravitational wave signals[J]. *Physical Review D*, 2025, 111(4): 043048.
- [28] 王璐钰, 李玉琼, 蔡榕. 空间激光干涉仪光程倾斜耦合噪声抑制[J]. *光学精密工程*, 2021, 29(7): 1491-1498.  
WANG L Y, LI Y Q, CAI R. Noise suppression of tilt-to-length coupling in space laser interferometer[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2021, 29(7): 1491-1498. (in Chinese).
- [29] 叶磊巧, 杜明辉, 徐鹏, 等. 空间引力波探测“太极计划”星间姿态-光程耦合噪声迭代拟合与高精度抑制方法[J]. *中国光学(中英文)*, 2025, 18(3): 583-595.  
YE L Q, DU M H, XU P, *et al.*. Iterative estimation and precision suppression of inter-spacecraft tilt-to-length coupling noise for the Taiji space gravitational wave detection mission[J]. *Chinese Optics*, 2025, 18(3): 583-595. (in Chinese).
- [30] FAN Z CH, ZHU ZH B, JI H R, *et al.*. Pupil aberrations correction of the afocal telescope for the TianQin project[J]. *Classical and Quantum Gravity*, 2023, 40(19): 195017.
- [31] FAN W T, SONG J, HAI H W, *et al.*. Research on the tilt-to-length coupling noise suppression method inside the gravitational wave detection telescope[J]. *Optics Express*, 2024, 32(7): 12200-12212.
- [32] WANG ZH ZH, YANG SH J, WU K H, *et al.*. Postprocessing of tilt-to-length noise with coefficient drifts in TianQin using a null time-delay interferometry channel[J]. *Physical Review D*, 2025, 111(4): 042004.
- [33] SCHUSTER S, TRÖBS M, WANNER G, *et al.*. Experimental demonstration of reduced tilt-to-length coupling by a two-lens imaging system[J]. *Optics Express*, 2016, 24(10): 10466-10475.
- [34] TRÖBS M, SCHUSTER S, LIESER M, *et al.*. Reducing tilt-to-length coupling for the LISA test mass interferometer[J]. *Classical and Quantum Gravity*, 2018, 35(10): 105001.
- [35] 王娟. 面向空间激光干涉引力波探测的干涉仪噪声消减技术研究[D]. 北京: 中国科学院大学, 2023. (查阅网上资料, 未找到本条文献信息, 请确认).  
WANG J. *Research on interferometer noise reduction technology for space laser interferometric gravitational wave detection*[D]. Beijing: University of Chinese Academy of Sciences, 2023. (in Chinese).
- [36] 王娟, 齐克奇, 王少鑫, 等. 面向空间引力波探测的激光干涉技术研究进展及展望[J]. *中国科学: 物理学 力学 天文学*, 2024, 54(7): 270405.  
WANG J, QI K Q, WANG SH X, *et al.*. Advance and prospect in the study of laser interferometry technology for space gravitational wave detection[J]. *SCIENTIA SINICA Physica, Mechanica & Astronomica*, 2024, 54(7): 270405. (in Chinese).
- [37] BARKE S. *Inter-spacecraft frequency distribution for future gravitational wave observatories*[D]. Hannover: Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover, 2015.
- [38] XIAO G Z, KUANG T F, HE Y T, *et al.*. Giant enhancement of nonlinear harmonics of an optical-tweezer phonon laser[J]. *eLight*, 2024, 4(1): 17.
- [39] CUI C, GAO L Y, ZHAO P B, *et al.*. Towards multi-dimensional atomic-level measurement: integrated heterodyne grating interferometer with zero dead-zone[J]. *Light: Advanced Manufacturing*, 2025, 6: 40.
- [40] XU X, LIU H SH, TAN Y D. Verification of laser heterodyne interferometric bench for Chinese spaceborne gravitational wave detection missions[J]. *Research*, 2024, 7: 0302.
- [41] SCHULDT T. *An optical readout for the LISA gravitational reference sensor*[D]. Berlin: Humboldt-Universität zu Berlin, 2010.
- [42] MESHKSAR N, MEHMET M, ISLEIF K S, *et al.*. Applying differential wave-front sensing and differential power sensing for simultaneous precise and wide-range test-mass rotation measurements[J]. *Sensors*, 2020, 21(1): 164.
- [43] 梁浴榕. 外差激光干涉仪中的高精度相位测量研究[D]. 武汉: 华中科技大学, 2013.  
LIANG Y R. *High precision phase measurement for heterodyne laser interferometer*[D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2013. (in Chinese).
- [44] 刘河山. 面向空间引力波探测的激光差分干涉相位计研究[D]. 北京: 中国科学院大学, 2015. (查阅网上资料, 未找到对应英文翻译信息, 请确认).  
LIU H SH. *Research on laser differential interferometric phase meter for space gravitational wave detection*[D]. Beijing: University of Chinese Academy of Sciences, 2015. (in Chinese).
- [45] SCHWARZE T S. *Phase extraction for laser interferometry in space: phase readout schemes and optical testing*[D]. Hannover: Institutionelles Repositorium der Leibniz Universität Hannover, 2018.

- [46] YANG R, LIU H SH, LUO Z R. Optimization design of decimation filter for the phasemeter in the space gravitational wave detection[J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2024, 73: 7006508.
- [47] YANG R, LUO Z R, LIU H SH. Limitations and improvements in low-frequency performance of phasemeter for space gravitational wave detection[J]. *Measurement*, 2026, 260: 119825.
- [48] 张强涛, 刘河山, 罗子人. 面向空间激光干涉的多通道相位测量系统[J]. *中国光学(中英文)*, 2023, 16(5): 1089-1099.  
ZHANG Q T, LIU H SH, LUO Z R. Multi-channel phase measurement system for the space laser interferometry[J]. *Chinese Optics*, 2023, 16(5): 1089-1099. (in Chinese).
- [49] HARTIG M S, SCHUSTER S, WANNER G. Geometric tilt-to-length coupling in precision interferometry: mechanisms and analytical descriptions[J]. *Journal of Optics*, 2022, 24(6): 065601.
- [50] HARTIG M S, SCHUSTER S, HEINZEL G, *et al.*. Non-geometric tilt-to-length coupling in precision interferometry: mechanisms and analytical descriptions[J]. *Journal of Optics*, 2023, 25(5): 055601.
- [51] 徐欣. 面向空间引力波探测的激光干涉平动转动测量技术研究[D]. 北京: 清华大学, 2023. (查阅网上资料, 未找到本条文献信息, 请确认).  
XU X. *Research on laser interferometric translational and rotational measurement technology for space gravitational wave detection*[D]. Beijing: Tsinghua University, 2023. (in Chinese).

作者简介:



王悦(1995—), 女, 陕西商洛人, 中国科学院大学杭州高等研究院 2023 级硕士研究生, 研究方向为引力波探测。E-mail: [303314132@qq.com](mailto:303314132@qq.com)



王娟(1995—), 女, 山西古交人, 博士, 特别研究助理, 2023 年于中国科学院大学获得博士学位。主要从事空间引力波探测干涉仪噪声消减方面的研究。E-mail: [wangjuan@imech.ac.cn](mailto:wangjuan@imech.ac.cn)