

## 基于光束轨道角动量扫描的齿轮目标缺齿检测的研究

陈冠旭 赵丁帆 王泓洋 吴迪 张子静 赵远

### Research on missing tooth detection of gear-shaped targets based on beam orbital angular momentum scanning

CHEN Guan-xu, ZHAO Ding-fan, WANG Hong-yang, WU Di, ZHANG Zi-jing, ZHAO Yuan

引用本文:

陈冠旭, 赵丁帆, 王泓洋, 吴迪, 张子静, 赵远. 基于光束轨道角动量扫描的齿轮目标缺齿检测的研究[J]. 中国光学, 优先发表. doi: 10.37188/CO.2026-0056

CHEN Guan-xu, ZHAO Ding-fan, WANG Hong-yang, WU Di, ZHANG Zi-jing, ZHAO Yuan. Research on missing tooth detection of gear-shaped targets based on beam orbital angular momentum scanning[J]. *Chinese Optics*, In press. doi: 10.37188/CO.2026-0056

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.37188/CO.2026-0056>

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

#### 涡旋光束轨道角动量的十字线检测法

Crosshair detection method for orbital angular momentum of vortex beams

中国光学 (中英文). 2025, 18(4): 803 <https://doi.org/10.37188/CO.2024-0209>

#### 涡旋光轨道角动量的拓扑荷差值法测量

Measurement of orbital angular momentum of vortex beam by topological charge difference

中国光学 (中英文). 2025, 18(2): 216 <https://doi.org/10.37188/CO.2024-0141>

#### 标签分布不平衡的涡旋光束轨道角动量识别

Recognition method for vortex beams orbital angular momentum with imbalanced label

中国光学 (中英文). 2025, 18(2): 207 <https://doi.org/10.37188/CO.2024-0155>

#### 杂化偏振涡旋合成光束阵列的轨道角动量谱

Orbital-angular-momentum spectra in coherent optical vortex beam arrays with hybrid states of polarization

中国光学 (中英文). 2023, 16(6): 1501 <https://doi.org/10.37188/CO.EN-2023-0010>

#### 均匀偏振cosh-Pearcey-Gauss光束的远场坡印廷矢量, 自旋与轨道角动量

The Poynting vectors, spin and orbital angular momentums of uniformly polarized cosh-Pearcey-Gauss beams in the far zone

中国光学 (中英文). 2023, 16(5): 1195 <https://doi.org/10.37188/CO.EN.2022-0022>

#### 含非正则涡旋对的部分相干光束的空间相关奇点与轨道角动量谱

Spatial correlation singularities and orbital angular momentum spectra of partially coherent beams with noncanonical vortex pairs

中国光学 (中英文). 2025, 18(5): 1243 <https://doi.org/10.37188/CO.EN-2025-0001>

# 基于光束轨道角动量扫描的齿轮目标 缺齿检测的研究

陈冠旭<sup>†</sup>, 赵丁帆<sup>†</sup>, 王泓洋<sup>1</sup>, 吴迪<sup>1</sup>, 张子静<sup>1\*</sup>, 赵远<sup>1</sup>

(1. 哈尔滨工业大学物理学院, 黑龙江 哈尔滨 150001)

<sup>†</sup> 共同第一作者

**摘要:**传统基于轨道角动量强度谱的检测方法虽能判断齿轮是否存在缺陷, 却因相位信息丢失而无法识别缺齿的具体方位。针对这一局限, 本文通过模拟发射不同拓扑荷值的涡旋光束扫描完好及缺陷齿轮, 结合理想平面波四步相移处理, 构建出包含螺旋相位信息的 OAM 复数谱, 提取了各齿轮的方位角信息, 从而实现了缺齿方位及序号的准确判定。本文扩展了非简单扇形目标如齿轮的基圆参数和齿高对缺陷测量影响的研究, 发现缺损位置信号与相邻正常齿轮信号相对幅度差距大小与齿轮参数有关, 在固定基模束腰半径为 6 mm 时, 其中信号幅度差值随齿高从 2 mm 逐渐提升到 4 mm 而提升, 随基圆从 10 mm 逐渐提升到 14 mm 时而降低。本研究为基于 OAM 扫描的无接触、高精度齿轮缺陷定位中提供了初步探索和应用途径。

**关键词:** 涡旋光束; 四步相移法; 轨道角动量光束扫描; 方位角谱; 齿轮缺陷检测

中图分类号: O436

文献标志码: A

doi: 10.37188/CO.2026-0056

CSTR: 32171.14.CO.2026-0056

## Research on missing tooth detection of gear-shaped targets based on beam orbital angular momentum scanning

CHEN Guan-xu<sup>†</sup>, ZHAO Ding-fan<sup>†</sup>, WANG Hong-yang<sup>1</sup>, WU Di<sup>1</sup>, ZHANG Zi-jing<sup>1\*</sup>, ZHAO Yuan<sup>1</sup>

(1. School of Physics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, Heilongjiang, China)

<sup>†</sup> These authors contributed equally to this work

\* Corresponding author, E-mail: xxxxxxxx

**Abstract:** Conventional detection methods based on OAM intensity spectra can identify the presence of gear defects but fail to determine the specific azimuthal positions of missing teeth due to the loss of phase information. To address this limitation, this study simulates the scanning of intact and defective gears using vortex beams with varying topological charges. By incorporating a four-step phase-shifting algorithm based on ideal

收稿日期: 2026-04-07; 修订日期: xxxx-xx-xx

**基金项目:** 本研究得到国家自然科学基金(No. 62575089); 黑龙江省优秀青年科学基金项目(No. YQ24F012); 以及中央高校基本科研业务费专项资金(No. FRFCU5710050722, No. FRFCU5770500522, No. FRFCU9803502223, No. FRFCU5770600723)的部分资助。

This work was supported by National Natural Science Foundation of China (Grant No. 62575089); Natural Science Foundation of Heilongjiang Province for Excellent Young Scholars (No. YQ2024F012); Fundamental Research Funds for the Central Universities (No. FRFCU5710050722, No. FRFCU5770500522, No. FRFCU9803502223, No. FRFCU5770600723)

plane waves, we construct an OAM complex spectrum that retains helical phase information. This spectrum extracts the azimuthal characteristics of the gear, enabling the accurate determination of both the position and the index of missing teeth. Furthermore, this study investigates the impact of base circle parameters and tooth height on defect measurements in non-trivial sector targets. The results demonstrate that the relative amplitude difference between defective and adjacent intact gear signals is highly dependent on these geometric parameters. Specifically, when the fundamental mode waist radius is fixed at 6 mm, increasing the tooth height from 2 mm to 4 mm enhances the signal amplitude difference, whereas increasing the base circle radius from 10 mm to 14 mm diminishes it. Ultimately, this research provides preliminary insights and a viable pathway toward high-precision, non-contact gear defect localization based on the OAM scanning.

**Key words:** vortex beam; four-step phase shift method; orbital angular momentum beam scanning; azimuth spectrum; gear defect detection

## 1 引言

在光学测量领域,携带有轨道角动量 (orbital angular momentum, OAM) 的光束,涡旋光束<sup>[1-3]</sup>因其独特的螺旋相位结构而受到广泛关注。携带 OAM 的光束近年来在量子模拟<sup>[4]</sup>,光学通信、量子通信<sup>[5-8]</sup>与成像<sup>[9]</sup>,水下信号传输<sup>[10]</sup>,光学操纵<sup>[2]</sup>及旋转测速<sup>[11-13]</sup>领域展现出巨大潜力。基于 OAM 谱分析的目标识别技术逐渐受到关注。目前,主流的方法仍然主要依赖基于成像的方法进行缺陷识别。然而,这种方法在许多应用场景中无法充分满足需求。例如,远距离的小目标仅占据少数像素甚至单个像素,或受尺寸和功耗限制而需要单点探测的系统。此外,主流基于 OAM 谱的测量仍然主要聚焦于 OAM 强度谱进行各个拓扑荷模式峰值之间的间距获取目标信息<sup>[14-17]</sup>,但这种基于 OAM 强度谱的测量方式本身也有一些缺陷和局限性。传统基于 OAM 强度谱的检测方法难以确定缺齿的具体位置。这一局限性主要源于强度信息对相位分布的丢失。而涡旋光束的螺旋相位同时包含拓扑荷与方位角两类关键信息,为同时实现对目标的对称性判断与方位解析提供了物理基础。2017 年, Xie 等人同时验证了单叶扇形目标的 OAM 强度谱和相位谱<sup>[18]</sup>,实现了目标角度和方位的同时测量。2023 年, Xu 等人提出了一种基于 OAM 相位谱傅里叶逆变换的目标方位角测量方法<sup>[19]</sup>,可以通过非成像的方式高精度测量目标方位角。次年该团队研

究了倾斜入射对测量结果的影响<sup>[20]</sup>。然而,目前研究大多是探测无限延展的扇形目标所在方位角,并没有用于研究如齿轮这样具有基圆的目标。

首先基于传统相位解调法<sup>[14]</sup>模拟不同齿轮回波信号的 OAM 谱,随后基于四步相移的理论以及方法<sup>[19]</sup>,模拟发射不同拓扑荷值的涡旋光束对完好或缺陷齿轮目标进行扫描,并利用不同相位的理想平面波四步相移处理,得到含有螺旋相位信息的 OAM 复数谱  $H(l)$ ,并将结果进行傅里叶逆变换,从而提取出携带各个齿方位角,缺陷齿编号细节。除基于工业 CT 技术的齿轮检测外<sup>[21]</sup>,本文为基于涡旋光束的精密齿轮无接触缺陷检测提供了初步探索。

## 2 利用 OAM 光束检测缺齿位置原理与仿真模型

### 2.1 OAM 谱理论与 OAM 强度谱测量原理

首先的 OAM 强度谱测量原理<sup>[14]</sup>,由于不同拓扑荷数  $l$  的 OAM 态是彼此正交的,因而可以用  $\exp(il\varphi)$  对任意的光束进行展开,其中  $a_l$  为展开系数:

$$E(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{l=-\infty}^{+\infty} a_l(r, z) \exp(il\varphi) \quad , \quad (1)$$

$$a_l(r, z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{2\pi} E(x, y, z) \exp(-il\varphi) d\varphi \quad . \quad (2)$$

对展开系数在整个区域内积分,可以得到该

螺旋谐波上的能量:

$$C_l = \int_0^{\infty} |a_l(r, z)|^2 r dr \quad (3)$$

该值和  $z$  坐标无关, 因而可以得到该成分的相对能量:

$$R_l = \frac{C_l}{\sum_{q=-\infty}^{+\infty} C_q} \quad (4)$$

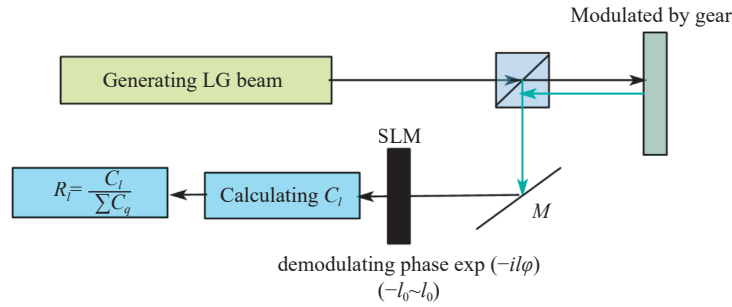


图 1 利用相位解调法测量齿轮回波信号 OAM 强度谱的模拟算法流程图

Fig. 1 Flowchart of the simulation algorithm for measuring the OAM intensity spectrum of echo signals of gear using the phase demodulation method

## 2.2 OAM 复数谱测量原理

OAM 相位谱可以测量目标所在具体方位。然而, 目前关于 OAM 相位谱的应用大多是探测无限延展的扇形目标所在方位角, 对齿轮这样具有基圆的目标探测的情况研究较少。

我们将发射不同拓扑荷的涡旋光束扫描得到的光强结果进行四步相移处理获得具有光场螺旋相位的 OAM 复数谱, 并进行傅里叶逆变换操作, 获得齿轮各齿所在的方位角谱, 从而同时得到缺齿方位、编号以及数量。本文采用的四步相移法获得 OAM 相位谱的原理已由文献<sup>[19]</sup>给出, 考虑处于  $\varphi_0$  的单点目标, 在近距离忽略古伊相移等相位变化的情况, 将处于某一 OAM 模式  $l$  下的目标散射光和平面光分别简化为以下形式:

$$E_1 = A_1 \exp(il\varphi_0) \quad (5)$$

$$E_2 = A_2 \quad (6)$$

其中,  $A_1$  为散射光的振幅,  $A_2$  为平面光的振幅。当回波信号光分别与平面光  $E_2$  以  $0, \pi/2, \pi$  和  $3\pi/2$  的相移发生干涉时, 探测器依次可得到光强  $I_1, I_2, I_3$  和  $I_4$ 。基于这些光强信息, 我们可以计算出回波信号携带的螺旋相位信息的  $H(l)$ , 在单点

基于相位解调的 OAM 强度谱测量模拟流程

图如图 1 所示, 利用空间光调制器 (Spatial light modulator, SLM) 产生 OAM 光束<sup>[22-23]</sup>, 被待测齿轮目标反射后, 我们可以用 SLM 加载螺旋相位来解调回波光场, 从而得到基于公式 (1)(2) 的 OAM 强度谱。

目标情况下, 我们有:

$$H(l) = (I_1 - I_3) + i(I_4 - I_2) = 4A_1A_2e^{il\varphi_0} \quad (7)$$

我们可以看出四步相移处理的结果包含着目标所在方位角信息, 为简便, 在本文中直接将式 (7) 计算得到的  $H(l)$  称为 OAM 复数谱, 其幅值  $|H(l)|$  称为 OAM 谱, 值得注意的是, 与相位解调法不同, 通过四步相移法测量得到的  $|H(l)|$  并不是严格意义上的 OAM 强度谱。我们可以通过将  $H(l)$  在 OAM 域中进行傅里叶变换来获取方位角谱<sup>[19]</sup>, 从而确定目标的方位角:

$$\begin{aligned} f(\omega) &= \sum_{-l_0}^{l_0} H(l) \exp(-il\omega) \\ &= \sum_{-l_0}^{l_0} A(l) \exp(il(\varphi_0 - \omega)) \quad (8) \end{aligned}$$

式中  $\omega$  代表方位角谱变量, 当  $\omega = \varphi_0$  时, 求和项内的相位因子完全抵消, 所有模态分量在复平面上实现同相叠加, 使幅值达到理论最大值; 一旦  $\omega$  偏离  $\varphi_0$ , 各分量间将产生随阶数线性变化的相位差并引发相消干涉, 导致合成幅值迅速衰减。因此, 该函数仅在处形成唯一的主峰, 从而精确表征了

目标的方位信息。对于多齿齿轮目标的情况,可以视为多点目标,其总 OAM 复数谱  $H(l)$  可以视为所有单个齿信号的叠加,故复数谱的傅里叶变换结果可以视为每个齿所对应的信号峰值相加和,每个齿所在方位都会有一个峰值,而缺陷齿轮所对应的方位角(也可以称为缺陷齿轮编号)本应该出现的峰值就会相较于其他峰有较为明显的凹陷。

### 2.3 仿真设置以及信号处理流程

根据以上步骤和原理,如图 1 所示为基于四步相移法的 OAM 相位谱测量原理的模拟验证流程图,具体模拟算法如下:首先我们用生成用于扫描的发射光束,假设扫描范围为 $-20$  到  $20$  生成对应的拉盖尔-高斯光束  $E_l$ ,将  $E_l$  分别与四个相位为  $0, \pi/2, \pi$  和  $3\pi/2$  的的拓扑荷为 0 的参考光叠加形成叠加态光场(为了简化问题,突出四步相移法物理过程,在局部区域内,本文模拟将参考光近似为理想平面波,实验中只要保证发射涡旋光与参考光形成高衬比度相干叠加且能清晰得到明暗相间的花瓣状光场即可)形成四组复振幅干涉场,分别对应四个相位差,在实际检测中,首先我们可以搭建马赫曾德尔干涉仪,参考光一路可以用扩束镜扩束,或利用空间光调制器产生平顶光束,并用光强衰减片调节衬比度;第二种是用空间光调制器,通过 (Gerchberg-Saxton, GS) 算法等可以灵活加载全息图,从而可以产生任意特征的光场。将上述每一组干涉场照射待测齿轮目标。并用分光镜将每次经齿轮目标调制后的调制场,即回波光场,经接收系统进入光强探测器,计算总光强  $I_1, I_2, I_3, I_4$ 。整个过程共采集 164 个光强计算结

果,对不同发射拓扑荷的四光强  $I_1, I_2, I_3, I_4$  通过基于 (7) 式的数学处理可以得到待测齿轮回波信号的 OAM 复数谱  $H(l)$ ,最后对 OAM 复数谱  $H(l)$  结果进行傅里叶逆变换,即可以得到多目标所在方位角。

本文我们发射模块采用归一化拉盖尔高斯光束 (LG) 与平面波叠加。是最典型和常用的涡旋光束。柱坐标系下归一化 LG 光束在自由空间沿  $z$  方向传输的表达式为:

$$E(r, z) = \sqrt{\frac{2p!}{\pi(p+|l|)!}} \frac{1}{\omega(z)} \left[ \frac{\sqrt{2}r}{\omega(z)} \right]^{|l|} \exp\left(\frac{-r^2}{\omega^2(z)}\right) L_p^{|l|}\left(\frac{2r^2}{\omega^2(z)}\right) \times \exp\left[i(2p+|l|+1)\tan^{-1}(z/z_R) - \frac{ikr^2z}{2(z^2+z_R^2)}\exp(il\phi)\right], \quad (9)$$

其中  $p$  为径向指数,  $l$  为涡旋光束的拓扑荷数,  $\omega(z)$  为束腰半径,  $r$  为光束到传播轴的距离,  $L_p^{|l|}$  为拉盖尔多项式,  $z_R$  为瑞利距离,  $k$  为光波的波数,  $\phi$  为方位角, 为古伊相移,  $z$  为沿传播轴传输的距离, 在本文由于是近距离探测, 由传输引起的古伊相移等相位变化可以忽略不计。

为了验证我们对于四步相移仿真验证流程的合理性,我们首先先做一个简单的验证,首先我们先考虑一个处于  $72^\circ$  位置的小扇形目标,我们用基于图 2 的流程图对回波信号进行处理得到  $H(l)$ ,并展示了其相位谱,以及其傅里叶变换的结果如图 3 所示,我们发现相位谱的斜率等于方位角也就是  $2\pi/5$ , 且傅里叶变换的结果是一个类 sinc 函数<sup>[19]</sup>, 峰值在  $72^\circ$  左右。这说明峰值位置至于目标所在方位角,也就是 OAM 相位谱有关。

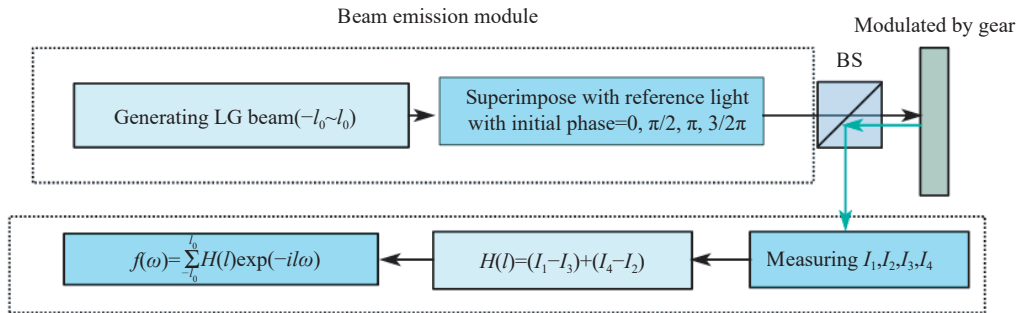


图 2 利用四步相移法测量齿轮缺齿情况的模拟算法流程图

Fig. 2 Flowchart of the simulation algorithm for measuring the gear missing-tooth condition using the four-step phase-shifting method

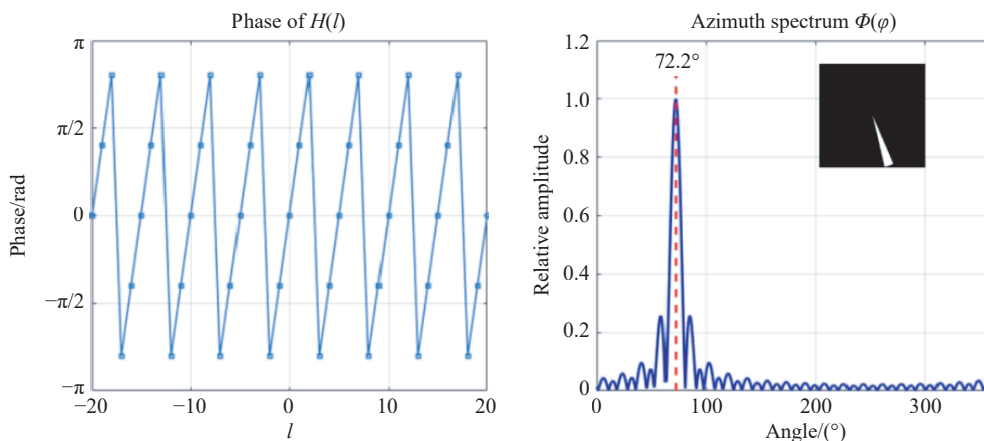


图 3 72°目标所对应 OAM 相位谱, 以及 OAM 复数谱傅里叶变换的结果

Fig. 3 OAM phase spectrum corresponding to the 72° target and OAM complex spectrum Fourier transform result

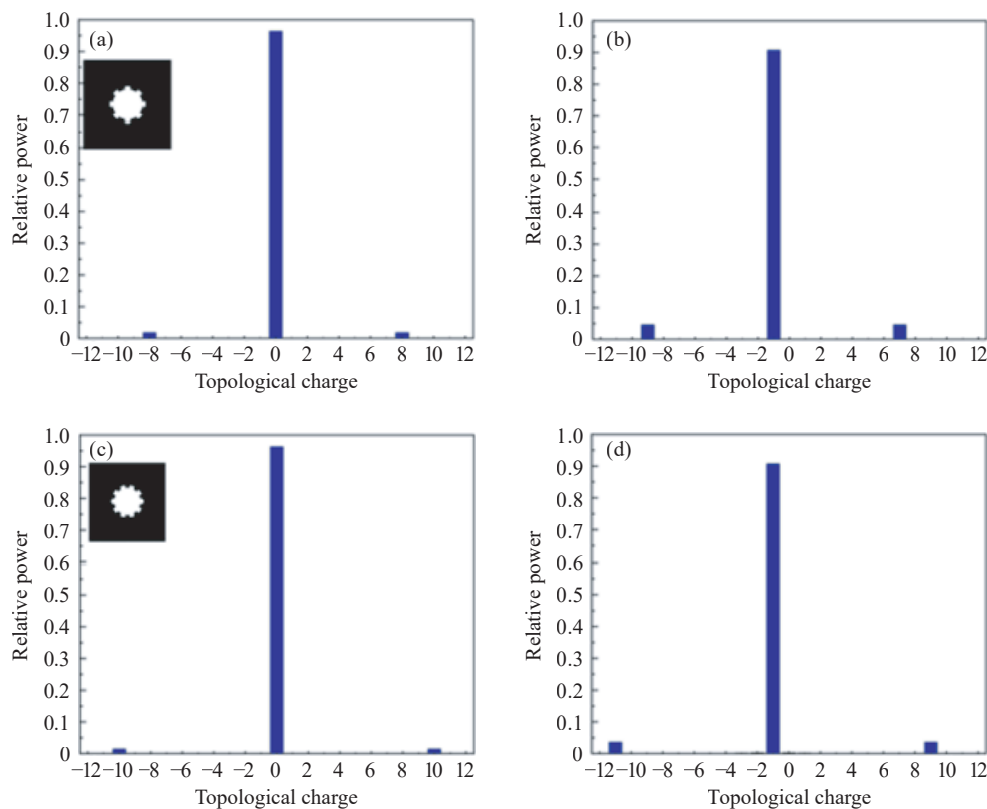


图 4 基于相位解调法测量拓扑荷为 (a) $l=0$ , (b) $l=-1$  的涡旋光束照射八齿齿轮 OAM 强度谱; (c) 拓扑荷为 (c) $l=0$ , (d) $l=-1$  的涡旋光束照射十齿齿轮 OAM 强度谱

Fig. 4 OAM intensity spectra using phase demodulation method of 8-tooth gear illuminated by vortex beams with (a)  $l=0$  and (b)  $l=-1$ ; OAM intensity spectra of 10-tooth gear illuminated by vortex beams with topological charges of (c)  $l=0$  and (d)  $l=-1$ .

### 3 基于涡旋光束扫描对齿轮结构的探测仿真

#### 3.1 基于 OAM 强度谱的齿数识别

本研究构建的齿轮平面模型是对圆柱直齿轮

的合理简化, 旨在简化模型以便于讨论其物理原理。该模型的合理性在于其完整保留了决定轨道角动量散射特征的核心几何要素: 基圆部分被简化为内半径为 0.01 m 的完整基圆; 轮齿部分则被等效为若干个均匀分布的矩形块, 每个齿的具有高度和角向宽度, 如齿高 2 mm、角向宽度为

20°。这些关键尺寸与周期性角向调制特征足以主导光场与齿轮平面相互作用时的拓扑荷耦合行为,该简化模型可以更直观体现出凹陷对方位角谱的畸变影响规律,且更方便后续参数讨论。首先我们研究了基于相位解调测量齿轮齿数结果,我们发现通过回波信号的 OAM 强度谱,可以有效反应齿轮旋转对称性,具体而言, OAM 谱仅在  $l=l_0+km$  有特征峰,其中  $l_0$  发射光束的拓扑荷,  $k$  为整数,  $m$  为齿轮齿数,如图所示,比如入射拓扑荷为 0 的高斯光束至八齿(十齿)齿轮时,

OAM 强度谱在  $\pm 8, (\pm 10)$  有特征峰。接下来我们将齿轮上的每一个齿进行编号,角度为 0 度的齿为 1 号,沿顺时针方向依次 2、3 号增加进行命名排列。进一步研究了齿轮缺齿对测量结果的影响,如图 5 所示我们发现 OAM 谱不能很好地直观反应缺齿现象,只是改变了特征峰的幅值且对齿轮缺齿所在位置不敏感。所以我们只能通过相位解调法测量的 OAM 强度谱确定齿轮齿数,且低效地判别是否缺齿,但不能确定缺齿所在位置。

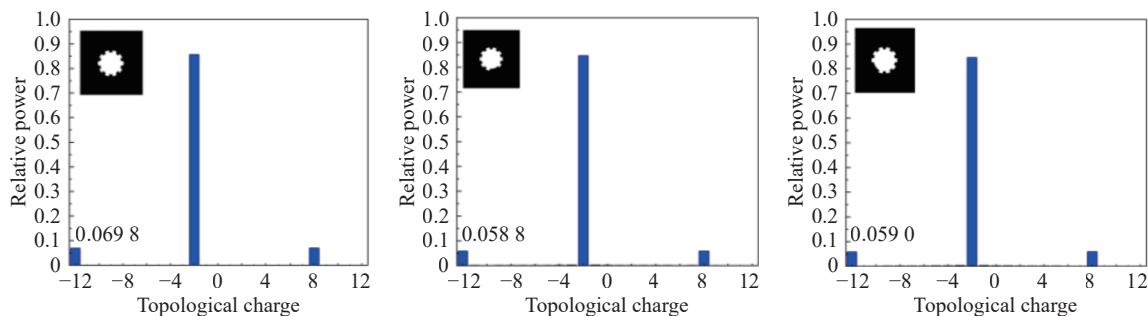


图 5 基于相位解调法测量拓扑荷为-2 的涡旋光束照射,无缺陷(左),三号齿缺陷(中),五号齿缺陷(右)十齿齿轮的 OAM 强度谱

Fig. 5 Measurement of the OAM intensity spectrum for a ten-tooth gear with no defect (left), missing tooth #3 (middle), and missing tooth #5 (right) illuminated by a vortex beam with a topological charge of -2 using the phase demodulation method

### 3.2 基于 OAM 复数谱的齿数识别

下面我们来利用四步相移法测量齿轮缺陷。我们主要关注的涡旋光的相位和振幅,而平面波的振幅对齿轮缺陷方位角的测量较小,其与涡旋光相叠加形成的光场如图 6 所示,为拓扑荷为

8 的涡旋光与平面波叠加的光场图。我们发现花瓣数等于 8,这因为  $l=8$  (对应涡旋光束)与  $l=0$  (对应平面波)发生干涉时,其叠加光场会在圆周内呈周期分布,其周期即为他们的差值。

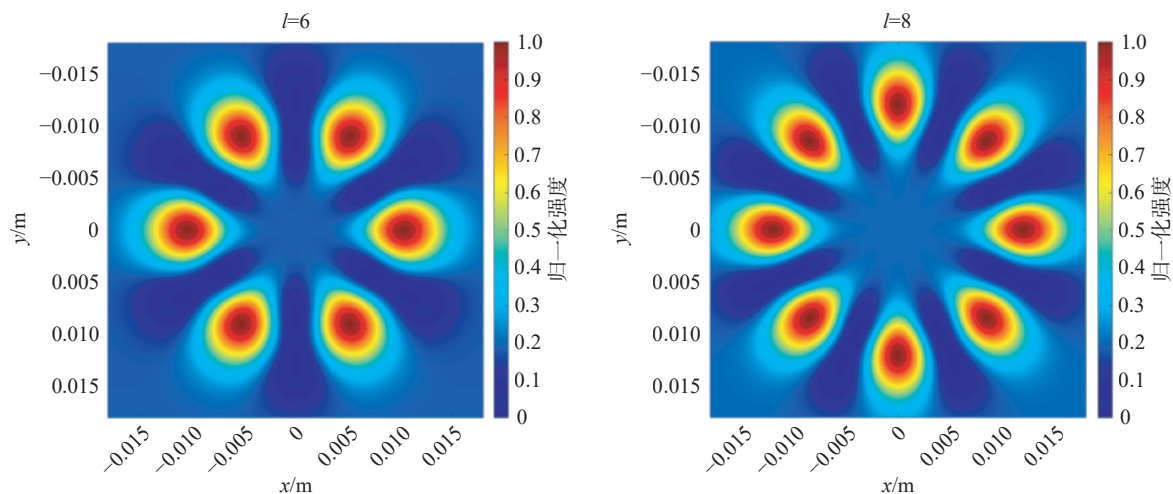


图 6 不同阶数涡旋光束与平面波叠加态光强分布示意图

Fig. 6 Schematic diagram of the intensity distribution of the superposition state of vortex beams of different orders and reference beams

选取拓扑荷不同, 基模束腰半径都为 6 mm 的涡旋光束, 取齿轮基圆半径为 10 mm, 齿高为 2 mm, 分别对八齿、十齿和十二齿完整齿轮进行探测得到对应的 OAM 谱, 再利用不同相位的理想平面波四步相移处理, 得到含有螺旋相位信息的 OAM 复数谱  $H(l)$ , 采用最大值归一化并将结果直接进行傅里叶逆变换, 建立一个极坐标轴以水平向右为起点, 顺时针方向为角度增加方向的极坐标系, 得到齿轮当中所有齿的角度分布信息。其结果如图 7 所示。从图 7 可以看出, 不同

拓扑荷数的涡旋光扫描齿轮的 OAM 谱(即  $H(l)$  的绝对值)除去拓扑荷为 0 的峰值外, 其余两个特征峰所在的拓扑荷数的绝对值与齿轮的齿数相等。齿轮的角度分布谱中, 每一个最大峰值的角度与齿轮每一齿所在的方位角重合。如图 8 所示, 以 12 齿齿轮为例, 当逐步齿高时, 特征峰的相对强度随之上升, 这也表明与齿数相等拓扑荷数的光场与齿有更大接触面积, OAM 谱反应的对称性也越明显。

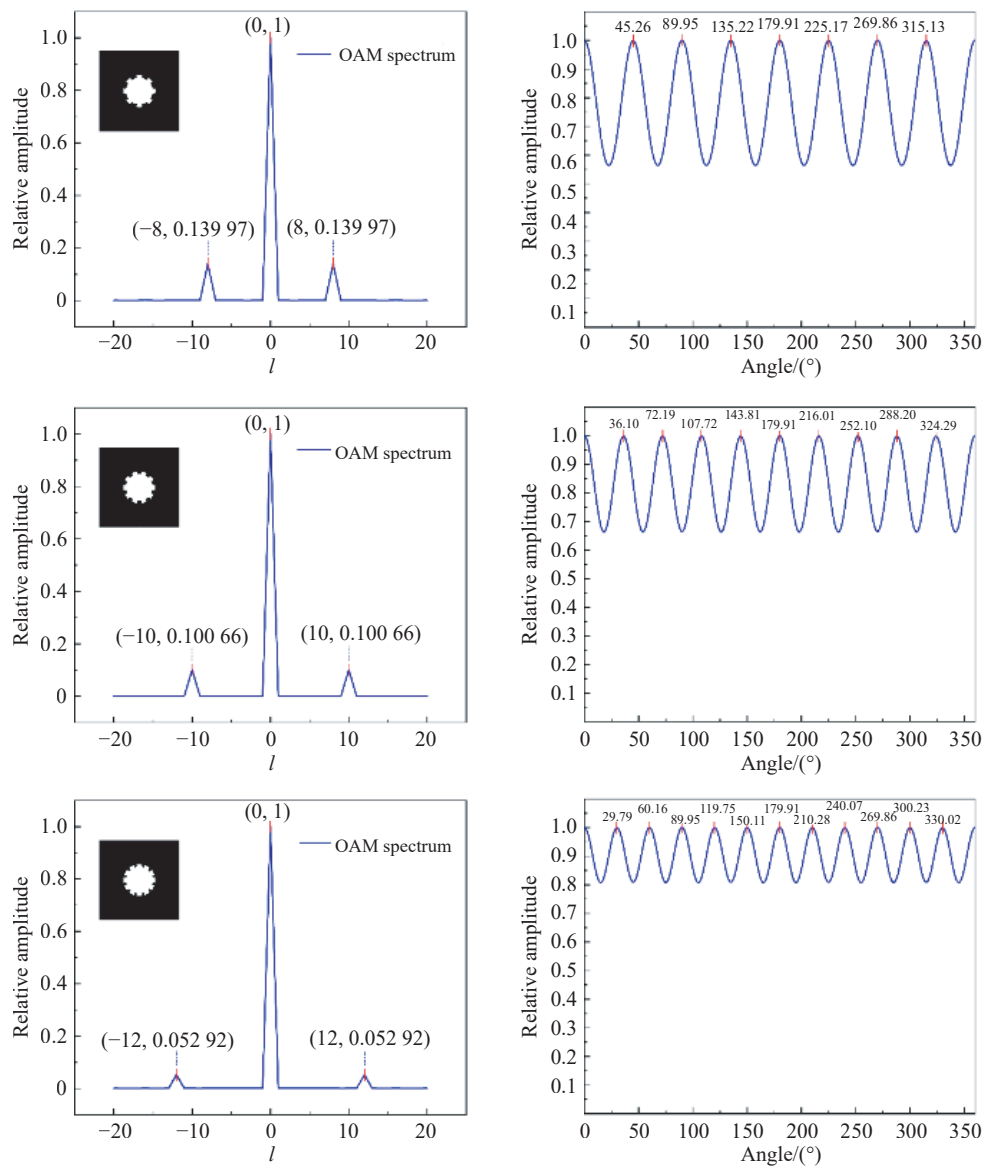


图 7 八齿(上)、十齿(中)与十二齿(下)的完整齿轮被不同拓扑荷涡旋光的扫描的 OAM 谱以及 OAM 复数谱傅里叶变换结果

Fig. 7 OAM spectra and the OAM complex spectrum Fourier transform for complete gears with eight (top), ten (middle), and twelve (bottom) teeth scanned by vortex beams with different topological charges

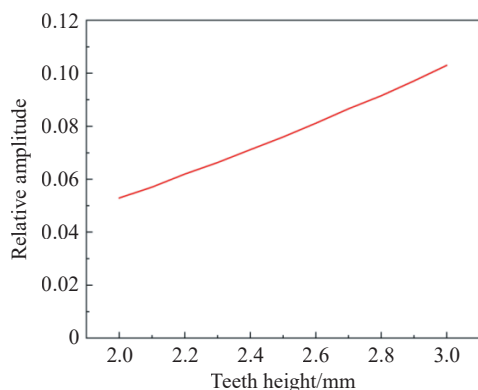


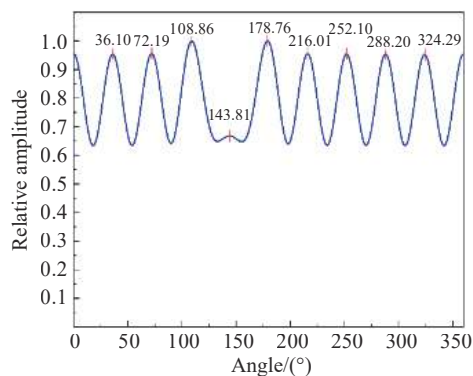
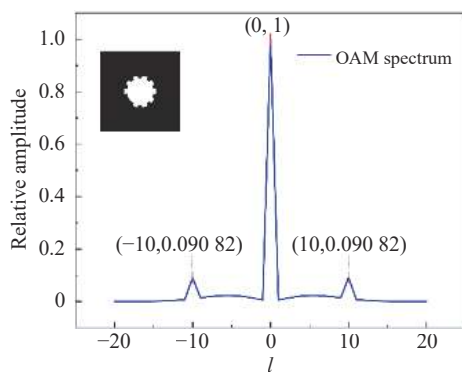
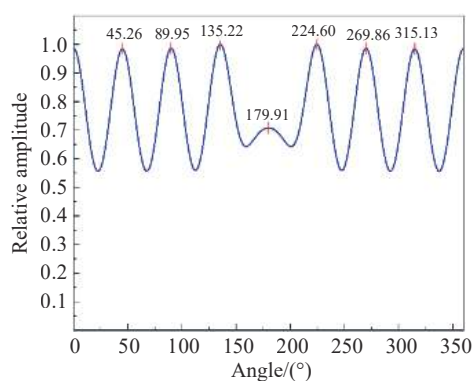
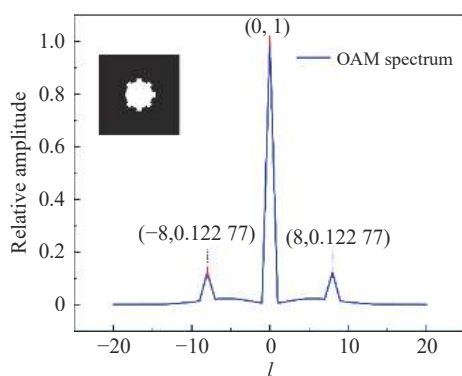
图 8 OAM 谱特征峰的大小随齿高的变化

Fig. 8 Variation of the OAM spectral characteristic peak magnitude with tooth height

### 3.3 基于 OAM 复数谱的缺齿识别

令上述同样八齿、十齿和十二齿这三个齿轮的 5 号齿缺失,再重复以上操作,得到的结果如图 9 所示。缺齿齿轮的 OAM 谱与完整齿轮的 OAM 谱相同的情况是,峰值对应的拓扑荷数绝对值依然与齿数相同,我们仍然能根据 OAM 谱判断出应有齿数,但不同的是在中心峰与两个小峰之间其他模式出现了展宽,这些展宽说明原完好齿轮对称性被破坏,包含缺齿信息。而齿轮的角度分布谱中,可以看到与齿轮完整的情况时相比,

三个齿轮分别在  $179.91^\circ$ 、 $143.81^\circ$  与  $119.75^\circ$  的角度上出现了凹陷,这与理论上三个齿轮的 5 号所在方位角几乎一致,误差仅与方位角采样精度有关,只需增加方位角采样精度即可使误差趋于 0。与此同时,我们发现八齿与十齿的凹陷中心出现一个微弱的峰值,这是各个齿目标的信号峰值旁瓣相互叠加的结果,这个相较于两侧相邻齿轮明显较低的极值点必然对应着缺齿位置。定位缺齿编号过程中,在通过 OAM 谱已经确定齿数的情况下,各齿之间的方位角都可以确定,我们只需找出正常本应出现的齿轮编号所对应的方位角的异常即可,若其幅度明显低于两侧相邻齿轮,即可判断出该齿缺失。值得指出的是,最大扫描拓扑荷范围只决定可探测齿数最大值,实际上我们只需要通过调节保证小于等于齿数各阶花瓣光场与齿有足够的接触。当扫描的拓扑荷数较大时,相同基模束腰半径下,其主要花瓣光场半径将远大于齿轮尺寸,这将导致其对方位角谱贡献失效。但在我们只知道齿轮齿数大概范围而不能确定齿轮具体齿数时,我们仍然要保证扫描拓扑荷范围大于齿轮含有的齿数。



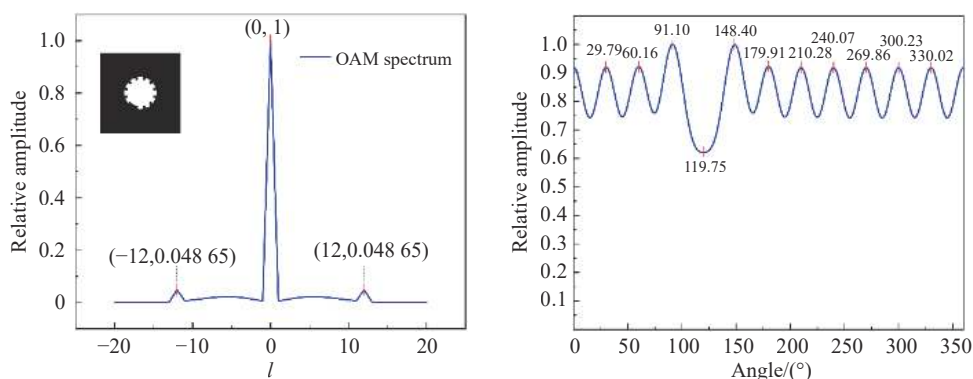


图 9 八齿(上)、十齿(中)与十二齿(下)的缺齿齿轮被不同拓扑荷涡旋光的扫描的 OAM 谱以及 OAM 复数谱傅里叶变换结果

Fig. 9 OAM spectra and the OAM complex spectrum Fourier transform results for missing tooth gears with eight (top), ten (middle), and twelve (bottom) teeth scanned by vortex beams with different topological charges

下面我们分析该方法对更多齿数齿轮的识别性能,对于更多齿数齿轮,比如 20 齿齿轮,我们通过增大扫描拓扑荷范围 ( $-25 \sim 25$ ),并调节基模束腰半径 5 mm,齿宽为  $10^\circ$ 。本方法也展现了较好

的缺陷识别性能,如图 10 所示,然而在面对齿轮大于 30 的情况时,本方法的虽然也能定位到缺齿位置,但测得方位角谱可能发生畸变。后续工作会聚焦于改进光场从而提高可用于探测的齿数。

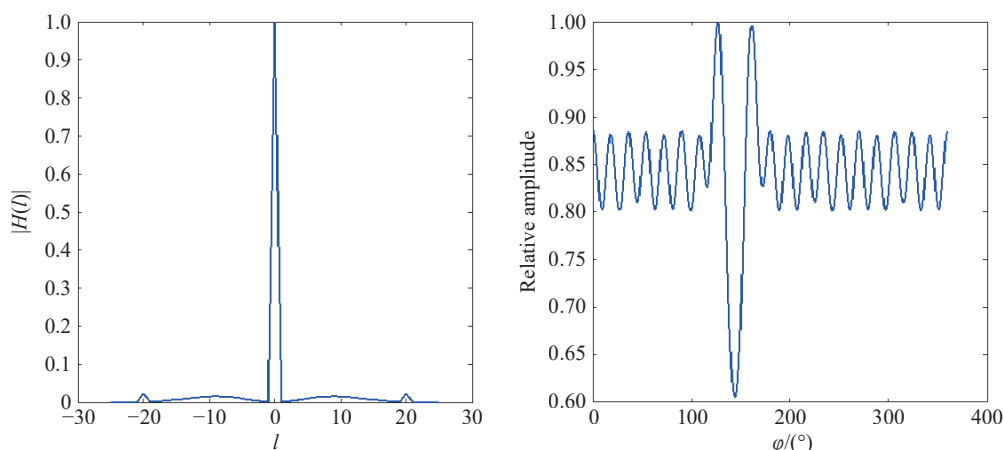


图 10 二十齿齿轮探测结果,归一化 OAM 谱(左),以及方位角谱(右)

Fig. 10 Detection results of a 20-tooth gear: Normalized OAM spectrum (left) and azimuthal spectrum (right).

### 3.4 齿轮参数对缺齿识别的影响

在实际检测中,若不同型号待测齿轮参数在一定范围区间内变化,此时缺齿与正常齿之间的差异也将发生变化。我们固定光场参数不变,选取默认齿高为 2 mm,基圆半径 10 mm 的十二齿齿轮,保持其余变量不变,在一定范围内小幅度增加齿高和基圆,测量缺齿处信号幅度与相邻完好齿峰值之差随齿高以及基圆半径的变化,得到如图 11 结果。这里我们不讨论基圆和齿轮尺寸过小时的情况,因为此时齿轮结构处于大部分扫描阶数的涡旋光中空部分,探测结果没有意义。本

文幅度差的单位与之前讨论的方位角谱幅度相同,为归一化幅度。

由图 11 可知,对于待测十二齿齿轮,缺齿处信号幅度之差随着齿高增加到 4 mm 呈现出上升曲线,这是因为目标齿与光场主要面积接触增大,也就是说有齿的方位角与无齿方位角回波光强之差变大,如图 12(b) 所示;而随基圆半径逐渐增加到 14 mm,缺齿处峰值之差减小,这说明若基圆面积过大,展宽模式中较低阶光场(如 10 阶)主要区域将被基圆直接反射,失去包含缺齿的信息,如图 12(c) 所示。不同基圆参数导致 OAM 谱中反

应齿数的特征峰幅值变化并不直接决定缺齿与两侧正常齿幅度差。在利用涡旋光束对齿轮缺齿情况进行探测时,应尽量调节光基模束腰半径,增加与齿数相等及以下各阶光场花瓣区域与齿的接触

面积,尽量保证如 5 阶等中低阶花瓣光场主要区域不被基圆覆盖;也不可使齿轮完全处于涡旋光中空区域,否则会使探测失效。

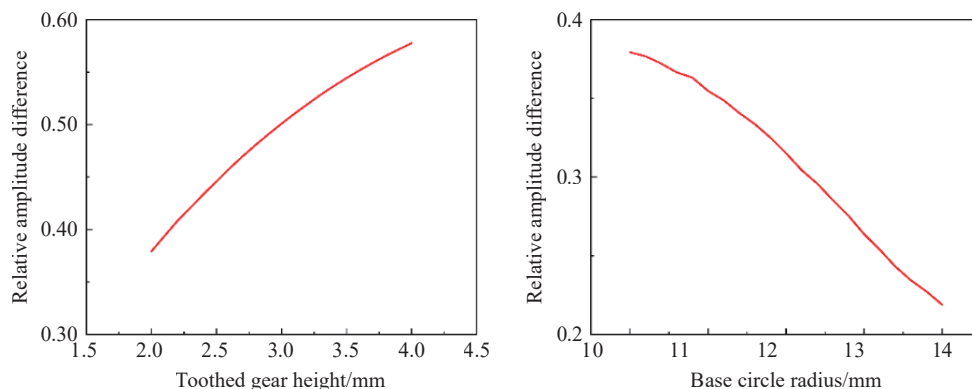


图 11 十二齿齿轮缺齿所在方位角的幅度差随齿轮高度(左)和基圆半径(右)变化的曲线

Fig. 11 Curve of the amplitude difference corresponding to the azimuthal angle of the missing tooth varying with tooth height (left) and base circle radius (right) for a twelve-tooth gear

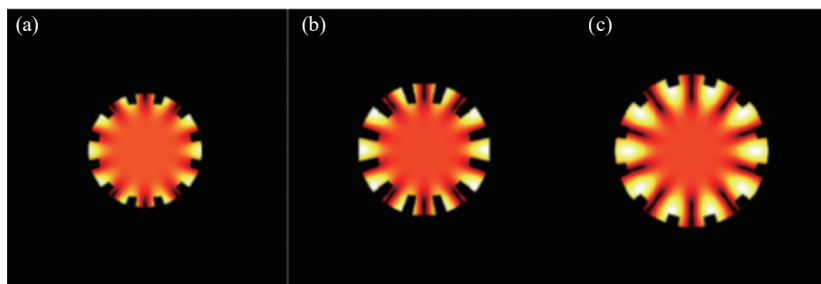


图 12 涡旋光叠加态照射齿高为 (a)2 mm(b)4 mm 齿轮,以及(c)基圆为 14 mm 齿轮光场振幅图示

Fig. 12 Schematic diagram of the optical field amplitude distribution of superimposed vortex beams illuminating gears with tooth heights of (a) 2 mm and (b) 4 mm, and (c) base circle of 14 mm.

#### 4 对基于 OAM 复数谱缺陷检测的鲁棒性和适用性的讨论

本节我们对齿轮缺陷检测进行鲁棒性和适应性分析。除信号后处理中方位角采样精度带来的误差以外,光场中心与齿轮中心不对准,以及齿轮微小整体转动也会带来误差,本节研究主要验证四步相移法对这些影响因素的鲁棒性。如图 13 所示,我们发现,在微小的扰动下,齿轮对光场的轻微中心偏移与齿轮轻微整体旋转均不会对缺陷齿轮的编号定位产生实质性影响。如图所示,以 12 齿轮,基圆为 10 mm,尺高为 2 mm,9 号缺齿为例,中心偏移会对方位角谱造成一定畸变。当中心偏移量分别达到  $0.1 w_0$ ,  $0.2 w_0$  时,探测到的缺

陷所在方位角与理论对准值  $240^\circ$  之间的偏差均控制在  $10^\circ$  以内。由于相邻齿轮之间的角间距为  $30^\circ$ ,该偏差范围远小于单齿所占的角度区间,因此不会导致缺陷齿轮的误判。同时我们只需准确定位到发生缺陷的具体齿轮编号即可,小范围的中心偏移并不会影响缺齿编号的判断,这说明该方法对中心偏移有一定鲁棒性。但如果偏移过大各信号峰也会明显畸变,可能干扰缺齿的定位,在测量过程中我们尽量要保证偏移在  $0.1 w_0$  以内。同理,齿轮的整体旋转仅会引起方位角谱的整体平移,这种全局性的相位偏移不会改变各齿之间的相对角位置关系,因而同样不影响对缺陷齿轮编号的确定。

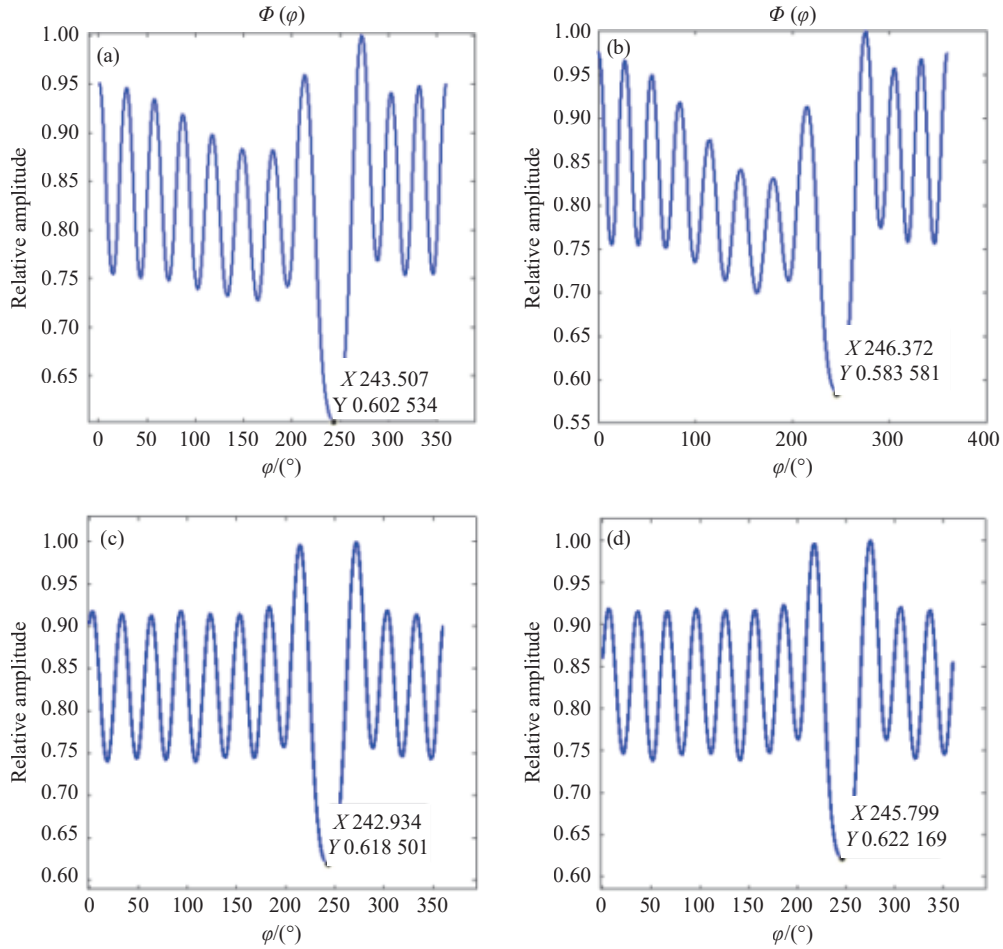


图 13 中心偏移 (a)0.1(b)0.2 个基模束腰半径下测量第 9 齿缺齿齿轮方位角谱; 齿轮总体有 (c)3°(b)6°旋转下测量第 9 齿缺齿齿轮方位角谱

Fig. 13 Azimuthal spectra of the 9th missing-tooth gear measured under center offsets of (a)  $0.1w_0$  and (b)  $0.2w_0$ , and overall gear rotations of (c)  $3^\circ$  and (d)  $6^\circ$ .

下面我们考虑噪声的影响, 由于噪声随机性较大种类较多, 本文首先考虑常见的均匀背景光带来的噪声。本方法受恒定背景光噪声影响较小, 这是因为该方法的抗噪逻辑核心在于利用四步相移干涉方法, 即在信号采集端, 利用差分运算  $I_1 - I_3$ , 如式 (7) 所示, 这样做差有效剔除背景光等常见噪声。其次本文比较不同水平高斯白噪声对探测结果的影响, 我们将受到高斯噪声扰动的四步相移光强简化为  $I_{\text{notaty}} = I + \sigma \cdot n$ , 其中  $\sigma$  为噪声系数,  $n$  为正态分布的随机变量。本节中我们取 12 齿齿轮, 基圆半径为 10 mm, 尺高为 3 mm, 并增大参考光和涡旋光幅值为原来的两倍以减少噪声的影响, 并保持衬比度不变。由于噪声具有随机性, 我们很难绝对量化探测到方位角随噪声水平的偏移程度, 所以本文展示了受到不同层次噪声扰动的方位角谱畸变程度, 方位角谱在噪声系

数达到 0.1 时发生了较严重畸变, 对探测精确度造成一定影响。当噪声系数小于 0.05 时凹陷值保持在  $120^\circ$  左右, 且其他正常齿轮所在方位角的峰都仍然明显, 我们仍然能准确判断 5 号齿轮缺失, 如图 14 所示。在本节中我们采用增大信号光强的方法减弱噪声的干扰, 在实际探测时, 我们也可以使用低噪声探测器, 即降低噪声系数等方法, 尽量达到本文中  $\sigma \ll 0.05$  的水平, 从而尽可能消除随机噪声对探测结果的影响。

进一步, 将本方法与传统视觉检测进行对比分析, 传统视觉检测依赖于目标在成像传感器上占据足够多的像素以形成清晰轮廓。然而, 在目标尺寸极小, 且成像效果较差时, 基于图像处理的缺陷识别失效。本方法基于非成像探测原理, 利用涡旋光束的螺旋相位结构与目标旋转对称性的敏感响应, 仅需通过分析回波的一维 OAM 复数

谱,即可提取缺陷的方位与编号信息。即便目标无法形成有效图像,本方法依然能够实现高精度

的缺陷定位,突破了传统视觉检测对成像质量的要求。

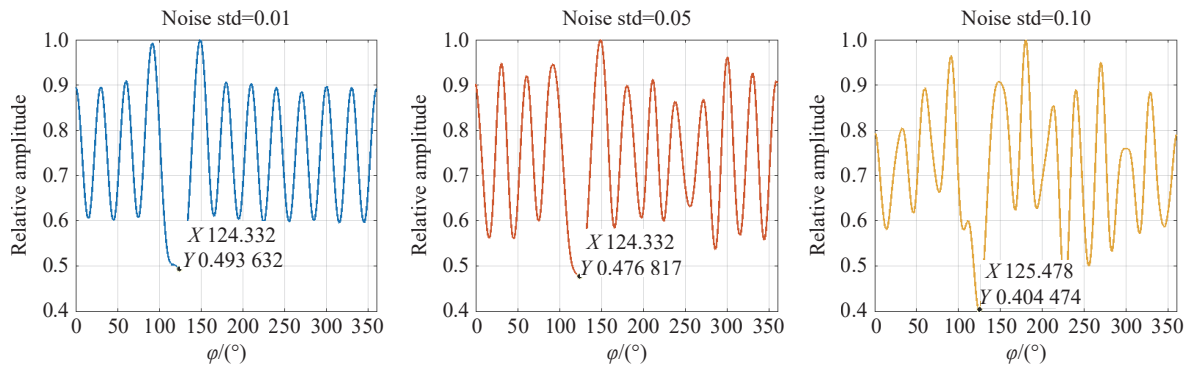


图 14 不同噪声水平下畸变的方位角谱

Fig. 14 Distorted azimuthal spectra under varying noise levels

## 5 结 论

本文基于传统相位解调法,首先对不同齿轮回波信号所携带的轨道角动量谱进行了仿真分析。其次研究中通过模拟发射具有不同拓扑荷值的涡旋光束,分别对完好及存在缺陷的齿轮目标进行扫描,并结合理想平面波的四步相移,成功构建出包含螺旋相位分布信息的 OAM 复数谱  $H(l)$ ,在无需遮挡基圆的情况下,验证和实现对缺齿方位及编号的准确判定。同时我们也发现,齿轮结构对缺齿方位角定位没有影响,但齿轮齿参数以及基圆参数会影响测量的  $H(l)$  的绝对值,从而影响缺齿方位所对应信号与两侧正常齿信号

的差值。通过对两种方案的仿真比较分析表明,四步相移法克服了传统 OAM 强度谱在识别具体齿轮缺陷编号上的局限性。然而在面对齿轮数极多的情况时,虽然也能定位到缺齿位置,但测得方位角谱可能发生畸变,且更可能受中心偏移和噪声的影响,后续研究将聚焦于提升齿轮缺齿检测的最大齿数,拓展研究齿轮表面具有较大起伏时的情况。本文模拟主要假定在噪声较低可忽略的情况下,后续研究也将聚焦于解决和抑制噪声对测量结果的影响。本研究为涡旋光束在精密齿轮制造领域中的应用提供了初步探索和可行性分析,展现出在无接触、高精度缺陷检测方面的潜力。

## 参考文献:

- [1] LIAN Y D, QI X, WANG Y H, *et al.*. OAM beam generation in space and its applications: a review[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2022, 151: 106923.
- [2] LI M M, YAN SH H, ZHANG Y N, *et al.*. Orbital angular momentum in optical manipulations[J]. *Journal of Optics*, 2022, 24(11): 114001.
- [3] PADGETT M, BOWMAN R. Tweezers with a twist[J]. *Nature Photonics*, 2011, 5(6): 343-348.
- [4] CAO Q, ZHANG N J, CHONG A, *et al.*. Spatiotemporal photonic emulator of potential-free Schrödinger equation[J]. *eLight*, 2025, 5(1): 17.
- [5] WILLNER A E. OAM light for communications[J]. *Optics and Photonics News*, 2021, 32(6): 34-41.
- [6] GUO ZH Y, GONG CH F, LIU H J, *et al.*. Research advances of orbital angular momentum based optical communication technology[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2020, 47(3): 190593.
- [7] ZHANG Z L, KONG L Y, ZHANG L H Y, *et al.*. Structured light meets machine intelligence[J]. *eLight*, 2025, 5(1): 26.
- [8] FENG F, LI X L, ZHANG Z Y, *et al.*. High-speed all-optical neural networks empowered spatiotemporal mode multiplexing[J]. *Light: Science & Applications*, 2025, 14(1): 342.
- [9] LIU K, CHENG Y Q, LIU H Y, *et al.*. Computational imaging with low-order OAM beams at microwave

- frequencies[J]. *Scientific Reports*, 2020, 10(1): 11641.
- [10] HU Y Y, ZHANG M, DOU J T, *et al.*. Influences of salinity and temperature on propagation of radially polarized rotationally-symmetric power-exponent-phase vortex beams in oceanic turbulence[J]. *Optics Express*, 2022, 30(23): 42772-42783.
- [11] LAVERY M P J, SPEIRITS F C, BARNETT S M, *et al.*. Detection of a spinning object using light's orbital angular momentum[J]. *Science*, 2013, 341(6145): 537-540.
- [12] HAN F, WANG W J, LIU T, *et al.*. Symmetry detection of rotating patterns based on rotational Doppler effect of light[J]. *Chinese Optics Letters*, 2022, 20(12): 122601.
- [13] LIANG Y T, LI R J, ZHAO J, *et al.*. Rotational Doppler effect of composite vortex beams with tailored OAM spectra[J]. *Photonics Research*, 2024, 12(8): 1665-1672.
- [14] CUI CH SH, WANG H Y, ZHANG Z J, *et al.*. Enhancing target recognition rate in atmospheric turbulence using orbital angular momentum spectra of vortex beams[J]. *Physica Scripta*, 2024, 99(12): 125514.
- [15] YU W T, LI X CH, YIN L F, *et al.*. Effect of roughness on object identification using OAM spectrum[J]. *Optics Communications*, 2025, 579: 131534.
- [16] WANG ZH X, XIE Y CH, ZHOU H, *et al.*. Identifying the symmetry of an object based on orbital angular momentum through a few-mode fiber[J]. *Chinese Physics Letters*, 2019, 36(12): 124207.
- [17] EMILE O, EMILE J, BROUSSEAU C, *et al.*. Rotational Doppler shift of the light transmitted behind a rotating object with rotational symmetries: rotational Doppler shift of the transmitted light[J]. *The European Physical Journal D*, 2022, 76(1): 8.
- [18] XIE G D, SONG H Q, ZHAO ZH, *et al.*. Using a complex optical orbital-angular-momentum spectrum to measure object parameters[J]. *Optics Letters*, 2017, 42(21): 4482-4485.
- [19] XU L Y, REN Y, CHEN L L, *et al.*. Azimuth measurement based on OAM phase spectrum of optical vortices[J]. *Optics Communications*, 2023, 530: 129170.
- [20] XU L Y, LIN Z ZH, DING Y, *et al.*. Object azimuth measurement based on optical orbital angular momentum phase spectrum under tilted irradiation condition[J]. *Optics & Laser Technology*, 2024, 179: 111314.
- [21] 李京忱, 汤洁, 石照耀. 工业 CT 小模数塑料齿轮齿距偏差测量数据处理方法[J]. *光学精密工程*, 2025, 33(12): 1889-1901.
- LI J CH, TANG J, SHI ZH Y. Pitch deviation measurement of small module plastic gears using industrial CT[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2025, 33(12): 1889-1901. (in Chinese).
- [22] LIU X P, HUANG S J, XIE W C, *et al.*. Topological charge parallel measurement method for optical vortices based on computer-generated holography[J]. *Journal of Optical Technology*, 2022, 89(2): 94-100.
- [23] HECKENBERG N R, MCDUFF R, SMITH C P, *et al.*. Generation of optical phase singularities by computer-generated holograms[J]. *Optics Letters*, 1992, 17(3): 221-223.

#### 作者简介:



张子静(19XX—), 男, 哈尔滨工业大学物理学院教授、博士生导师, 黑龙江省优青, 龙江学者青年学者, 哈尔滨工业大学青年科学家工作室负责人哈尔滨工业大学青年拔尖选聘计划。任光电新技术研究所副所长。主要从事量子人工智能增强的激光探测、单光子微弱信号检测以及新型体制激光雷达等领域的研究。