中国光学（中英文） Chinese Optics 核心期刊

相位计噪声的物理信息残差网络分析与解耦

潘玟琦 李俊祥 杨然 李磐 董鹏

Analysis and Decoupling of Phasemeter Noise Based on a Physics-Informed Residual Network

PAN Wen-qi, LI Jun-xiang, YANG Ran, LI Pan, DONG Peng

引用本文:
潘玟琦, 李俊祥, 杨然, 等. 相位计噪声的物理信息残差网络分析与解耦[J]. 中国光学, 优先发表. doi: 10.3724/CO.2026-0081
PAN Wen-qi, LI Jun-xiang, YANG Ran, *et al*. Analysis and Decoupling of Phasemeter Noise Based on a Physics-Informed Residual Network[J]. *Chinese Optics*, In press. doi: 10.3724/CO.2026-0081

在线阅读 View online: https://doi.org/10.3724/CO.2026-0081

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

空间引力波探测中超低附加相噪频综研究

Ultralow residual phase noise frequency synthesizer for space gravitational wave detection

中国光学（中英文）. 2025, 18(3): 661 https://doi.org/10.37188/CO.2025-0015

空间引力波探测“太极计划”星间姿态-光程耦合噪声迭代拟合与高精度抑制方法

Iterative estimation and precision suppression of inter-spacecraft tilt-to-length coupling noise for the Taiji space gravitational wave detection mission

中国光学（中英文）. 2025, 18(3): 583 https://doi.org/10.37188/CO.2025-0042

面向空间激光干涉的多通道相位测量系统

Multi-channel phase measurement system for the space laser interferometry

中国光学（中英文）. 2023, 16(5): 1089 https://doi.org/10.37188/CO.2022-0258

空间引力波探测航天器光学测距噪声链路指标优化

Optimization of optical metrology noise link metrics for space-based gravitational wave detection spacecraft

中国光学（中英文）. 2025, 18(3): 568 https://doi.org/10.37188/CO.2024-0185

基于贝叶斯神经网络的相位梯度计算方法

Phase gradient estimation using Bayesian neural network

中国光学（中英文）. 2024, 17(4): 842 https://doi.org/10.37188/CO.2023-0168

探测器噪声对光斑中心定位精度的影响分析及实验验证

Analysis and experimental verification of the influence of detector noise on the precision of spot center positioning

中国光学（中英文）. 2025, 18(3): 650 https://doi.org/10.37188/CO.2025-0021

文章编号　2097-1842(xxxx)x-0001-17

相位计噪声的物理信息残差网络分析与解耦

潘玟琦[1,2,3], 李俊祥[1,2,3], 杨　然[4], 李　磐[4*], 董　鹏[1*]
（1. 国科大杭州高等研究院基础物理与数学科学学院, 杭州 310024;
2. 中国科学院大学, 北京 100049;
3. 中国科学院国家授时中心, 西安 710600;
4. 中国科学院力学研究所, 北京 100190）

摘要: 高精度相位计是空间激光干涉测量与引力波探测系统的核心载荷, 其低频相位噪声水平直接制约测量灵敏度极限。针对纯解析物理模型难以表征硬件非线性扰动、纯数据驱动深度网络易产生频谱偏倚且缺乏物理可解释性的问题, 本文提出一种傅里叶特征增强的物理约束残差网络(Physics-Informed Residual Network with Fourier Features, PIResNet-FF)。该网络采用双支路协同架构, 以嵌入确定性噪声演化方程的物理支路作为全局基准, 并利用傅里叶特征增强的残差支路补偿局部频谱畸变, 通过两阶段优化实现物理参数与残差网络的协同学习。实验结果表明, PIResNet-FF 对振幅谱密度的平均绝对百分比误差为 3.52%, 优于经典物理模型、标准物理信息神经网络和纯数据驱动网络。进一步采用多载波控制变量实验, 利用时钟抖动与等效白噪声不同的载波频率响应增加参数估计中的独立物理约束, 从而改善两类平坦噪声在单载波条件下的结构可辨识性。不同参考时钟条件下, 模型得到的时钟相关等效参数呈现与参考时钟稳定度变化一致的响应方向, 为时钟相关噪声分量的辨识提供了补充实验支持。该方法可为高精度相位计噪声谱建模、条件等效参数提取和噪声分析提供参考。

关　键　词: 空间引力波探测; 相位计; 噪声分析; 物理信息残差神经网络
中图分类号: XXX　　**文献标志码:** A　　**doi:** 10.3724/CO.2026-0081　　**CSTR:** 32171.14.CO.2026-0081

Analysis and Decoupling of Phasemeter Noise Based on a Physics-Informed Residual Network

PAN Wen-qi[1,2,3], LI Jun-xiang[1,2,3], YANG Ran[4], LI Pan[4*], DONG Peng[1*]
（1. *School of Fundamental Physics and Mathematical Sciences*, *Hangzhou Institute for Advanced Study*, *UCAS*, *Hangzhou* 310024, *China*;
2. *University of Chinese Academy of Sciences*, *Beijing* 100049, *China*;
3. *National Time Service Center*, *Chinese Academy of Sciences*, *Xi'an* 710600, *China*;
4. *Institute of Mechanics*, *Chinese Academy of Sciences*, *Beijing* 100190, *China*）
* *Corresponding author*, *E-mail*: *lipan@imech.ac.cn*; *dongpeng@ucas.ac.cn*

Abstract: High-precision phasemeters are core payloads in space laser interferometry and gravitational-wave

收稿日期: xxxx-xx-xx; **修订日期:** xxxx-xx-xx
基金项目: 国家重点研发计划资助项目(No. 2024YFC2206902, No. 2021YFC2202903)
Supported by the National Key Research and Development Program (No. 2024YFC2206902, No. 2021YFC2202903)

detection systems, and their low-frequency phase-noise performance directly limits the achievable measurement sensitivity. To address the limited capability of purely analytical physical models in describing hardware-induced nonlinear disturbances, as well as the spectral bias and lack of physical interpretability of purely data-driven deep networks, this study proposes a Physics-Informed Residual Network with Fourier Features (PIResNet-FF). The proposed network adopts a dual-branch architecture, in which a physics branch embedding deterministic noise equations provides the global spectral baseline, while a Fourier-feature-enhanced residual branch compensates for local spectral distortions. A two-stage optimization strategy is employed to jointly learn the physical parameters and residual corrections. Experimental results show that PIResNet-FF achieves a mean absolute percentage error of 3.52% in amplitude spectral density modeling, outperforming the classical physical model, a standard physics-informed neural network, and a purely data-driven network. Multi-carrier control experiments are further introduced to exploit the different carrier-frequency responses of clock-jitter noise and equivalent white noise, thereby providing additional independent physical constraints for parameter estimation and improving the structural identifiability of the two flat-noise components under single-carrier conditions. Under different reference-clock conditions, the clock-related equivalent parameter estimated by the model exhibits a response consistent with the relative change in reference-clock stability, providing supplementary experimental support for the identification of the clock-related noise component. The proposed method provides a useful approach for noise-spectrum modeling, conditional equivalent parameter estimation, and noise analysis of high-precision phasemeters.

Key words: Space gravitational wave detection; Phasemeter; Noise analysis; Physics-informed residual neural network

1 引 言

随着空间科学和天体物理学的不断进步与飞速发展，空间引力波探测已经成为各国争相研发的前沿热点。由于低频引力波信号探测有着非常严苛的技术要求，而地面环境噪声干扰难以满足条件，因此发展出对空间引力波探测技术研发的需求。中国的太极计划，天琴计划，欧美的 LISA（Laser Interferometer Space Antenna，激光干涉空间天线计划），便是空间引力波探测计划的典型代表[1-4]，虽然科学目标不尽相同，但卫星载荷构成和技术手段大多相同，而在整套引力波探测系统中，相位计是非常关键的探测设备。由于引力波引起的信号变化极其微弱，为了实现高精度的测量，相位计必须在微弱的信号中分辨出由引力波引起的微小变化，因此对相位计的精度和稳定性要求极高[5-8]。

相位计集成了模拟信号调制、高速采样量化和数字滤波抽取等多个物理环节，其数模混合架构使噪声来源不再服从单一的统计分布，而是呈现出复杂的频率相关性和非线性耦合特性。相位计噪声水平需优于 2π μrad/ $\sqrt{\text{Hz}}$，任何单一来源的超标都可能制约系统整体灵敏度[6,9]。因此，建立兼具物理可解释性与高拟合精度的相位计本底噪声模型，不仅是载荷性能评估的理论基础，更是噪声源精准溯源与针对性优化的工程前提。

现有的相位计噪声建模方法大致分为两类。第一类是以 Gerberding 等人工作为代表的经典物理模型。Gerberding 等建立了基于线性叠加假设的全数字锁相环（All-Digital Phase-Locked Loop, ADPLL）噪声分析框架，识别出时钟抖动、ADC 量化截断、加性噪声转换及二次谐波寄生耦合等关键噪声机制[9]；2015 年进一步在实验中实现了微弧度级精度的低频相位涨落测量[10]。Bode 在其博士学位论文中对 LISA 相位计各噪声源进行了系统性量化分析，进一步细化了噪声贡献的评估方法[11]。然而，经典模型的线性功率叠加结构难以兼容谐振耦合、非理想滤波等非线性效应，拟合实测频谱时在部分高频窄带区域，预测与实

测的幅度比可达 1.5~2 倍。针对 ADPLL 的最新研究表明, 多普勒频移等动态效应会引入额外的相位噪声分量, 实际系统噪声特性比经典描述更为复杂[12]。第二类是以深度学习为代表的数据驱动方法, 其通过端到端学习可逼近复杂频谱映射, 但缺乏物理归纳偏置, 在有限样本下易出现过拟合, 且产生的预测可能违背物理规律。近年来, 深度学习方法已被引入引力波数据处理, 例如将卷积神经网络与时间延迟干涉测量相结合以扣除倾斜-长度耦合噪声[13], 以及利用深度神经网络实现引力波信号去噪与并合时间预测[14], 展现了数据驱动方法的潜力, 但其物理可解释性和泛化能力仍有待提升。

物理信息神经网络(Physics-Informed Neural Networks, PINN)为平衡物理可解释性与数据驱动灵活性提供了新途径。Raissi 等的开创性工作证明了将偏微分方程约束嵌入神经网络的可行性[15]。面向电子学系统, Kim 和 Lee 利用 PINN 实现了忆阻器噪声的随机建模, 建立了噪声特性与器件物理的关联[16,17]; Lee[18] 将径向基函数人工神经网络与改进的噪声等效电路模型相结合, 通过嵌入热沟道噪声空间分布和散粒噪声 Fano 因子等物理先验信息, 实现了准弹道金属-氧化物-半导体场效应晶体管(Metal-Oxide-Semiconductor Field-Effect Transistor, MOSFET)高频噪声非线性特性的预测; 噪声自适应物理信息神经网络(noise-adaptive Physics-Informed Neural Network, naPINN)方法通过嵌入能量基模型学习残差分布, 增强了含噪数据下的物理反演稳健性[19]; 傅里叶特征增强残差堆叠网络(Fourier feature-enhanced Residual Stacking network, FRES)则利用傅里叶特征增强与残差堆叠策略, 有效克服了深度网络处理多尺度问题时的谱偏倚和训练不稳定[20]。然而, 上述研究或聚焦于信号提取与噪声分离, 或面向通用器件建模, 尚未在引力波探测相位计这种极端灵敏度场景下构建一个兼顾噪声演化规律、非线性残差补偿以及主要噪声分量等效参数估计的深度混合模型。

针对上述问题, 本文构建了傅里叶特征增强的物理约束残差网络。该方法不进行简单的曲线拟合, 而是将确定性噪声物理方程嵌入物理支路作为全局基准, 由残差支路捕获传统模型无法覆盖的硬件非理想响应。为解决神经网络处理宽频带噪声谱数据时的频谱偏倚问题, 引入傅里叶特征映射提升模型对高频量化噪声细节的表征能力。该模型面向空间引力波探测相位计的在轨状态评估需求。通过在地面常温恒温条件下建立噪声模型, 后续可结合迁移学习和域自适应技术扩展至温度波动、多普勒频移和电磁干扰等空间运行工况, 为相位计在轨噪声监测与异常判断提供方法基础。

全文结构安排如下: 第二部分介绍相位计系统噪声物理模型; 第三部分对数据处理和数据采集条件进行介绍; 第四部分对网络结构进行详细介绍; 第五部分从模型精度对比、参数分析等方面评估方法性能; 第六部分总结全文、讨论局限性并展望未来研究方向。

2　相位计噪声模型

在空间引力波探测任务中, 相位计作为外差干涉测量的核心读出单元, 其本底噪声直接决定了整个链路的测距灵敏度极限。为对实测噪声谱进行定量诊断与参数提取, 需要建立一个具有明确物理可解释性的噪声合成模型。本节在前人的经典建模工作基础上[9,11], 将相位测量中的总噪声视为多个统计独立、产生机制各异的随机过程之和, 并给出各项噪声功率谱密度(Power Spectral Density, PSD)或振幅谱密度(Amplitude Spectral Density, ASD)的解析表达式。

本章阐述的噪声模型主要描述单一测量通道内的绝对相位噪声特性。而本文后续的实验和分析, 均基于双通道差分(零测试)方法, 通过计算两个通道相位测量值的差 $\Delta\phi(t)=\phi_1(t)-\phi_2(t)$ 来抑制共模噪声。在此框架下, 差分相位信号的本底噪声模型, 由两个通道的绝对相位噪声经过差分解算后共同决定。因此, 在利用本文数据集进行参数反演时, 我们重点关注的是差分测量能够有效激发的噪声分量, 而对于可能被共模抵消的噪声源(如环境温度漂移的共模部分), 其贡献能力将被相应弱化。本章后续模型为理解各噪声源的物理本质提供了理论依据, 第 4 节的参数反演与讨论均在此差分测量框架下进行。

总幅度谱密度定义为各噪声源功率谱密度求

和后的平方根，并加入一个微小正则项以避免数值奇异：

$$S_{\phi}^{\frac{1}{2}}(f)=\sqrt{\sum_i S_i(f)+\varepsilon}\quad , \tag{1}$$

其中f为傅里叶频率，ε为正则项，对物理结果影响可忽略。下面分别解释各项噪声物理来源与物理机制。

2.1 时钟抖动噪声

模数转换器（Analog-to-Digital Converter, ADC）的采样时钟并非理想的等间隔脉冲序列，其边沿时刻存在随机的抖动。对于频率为f_{in}的准单频正弦输入信号，采样时刻的微小偏移δt将直接转化为采样值的相位误差$\delta\phi=2\pi f_{\mathrm{in}}\delta t$。若以振幅谱密度$\tau_{\mathrm{jit}}$表征时钟抖动的统计强度，则该项噪声贡献的相位噪声振幅谱密度可表示为:

$$S_{\mathrm{jitter}}^{\frac{1}{2}}(f)=2\pi f_{\mathrm{in}}\cdot\tau_{\mathrm{jit}}\quad . \tag{2}$$

该噪声在观测频带内近似呈现平坦的白噪声谱，其幅度与傅里叶频率无关，但与待测信号的载波频率成正比。这意味着在 LISA 等任务所要求的 2 MHz~25 MHz 外差频率范围内，高频端对时钟参考源的稳定性提出了更为苛刻的要求。地面测试中，当采用高稳时钟同步驱动信号源与相位计时，时钟抖动的贡献可被有效压低，但由 ADC 通道间布线差异导致的差分抖动仍可能成为残余噪声的来源，这也是引入导频（pilot tone）校正的物理基础。

2.2 ADC 幅值量化噪声

ADC 将模拟信号转换为有限位宽的数字量，这一过程中不可避免引入量化误差。在理想情况下，量化噪声可视为与输入信号幅值无关、均匀分布的白噪声。若 ADC 的有效位数为 N，采样频率为f_s，则量化噪声的相位振幅谱密度为：

$$S_{\mathrm{quant}}^{\frac{1}{2}}(f)=\frac{\sqrt{2}}{2^N A\sqrt{6f_s}}\quad , \tag{3}$$

其中$A=\dfrac{V_{\mathrm{in}}}{V_{\mathrm{ref}}}$为输入信号峰值 ADC 满量程峰值之比。在实际实现中，通过采用较高位数的 ADC 并结合过采样与抽取滤波技术，该项噪声的本底通常可被压制至远低于任务指标的水平。在某些设计中，为了抑制与采样频率相关的杂散，还会引入三角波抖动，此时等效白噪声基底会略有增加，但可消除离散谱线，其振幅谱密度变为$\sqrt{3}S_{\mathrm{quant}}^{1/2}(f)$。

2.3 加性噪声的混频转换

模拟前端电路，如运算放大器、电阻网络、阻抗匹配电路等自身产生的热噪声和有源器件的电子噪声，会以加性分量的形式叠加在待测信号上。在锁相环的鉴相过程中，输入信号与本地数控振荡器（Numerically Controlled Oscillator, NCO）生成的参考信号进行混频，这一非线性操作会将加性噪声转换至基带相位误差通道。若信号幅值为 A，加性噪声幅度谱密度为$\tilde{a}_{\mathrm{in}}(f)$，则等效相位噪声谱密度可表示为：

$$S_{\mathrm{add}}^{\frac{1}{2}}(f)=\frac{\sqrt{2}\tilde{a}_{\mathrm{in}}(f)}{A}\cdot|H(f)|\quad , \tag{4}$$

其中$H(f)=G(f)/(1+G(f))$为闭环传递函数，$\tilde{a}_{\mathrm{in}}(f)$为输入加性噪声的幅度谱密度，$A$为输入信号的归一化幅度，$\sqrt{2}$因子源于混频过程中上下边带噪声的叠加效应，加性噪声的环路误差方差可通过降低环路带宽来压制。

2.4 直达相位噪声

不同于加性噪声，直达相位噪声在信号进入环路之前以相位噪声的形式存在，从锁相环的角度来看它与真实信号无法区分，会被环路直接跟踪。典型的直达相位噪声包括 ADC 时钟抖动和模拟前端中温度诱发的相位噪声。传递关系为，输出相位噪声等于输入相位噪声乘以闭环传递函数$H(f)$，而未被跟踪的部分由误差函数$E(f)=1/(1+G(f))$描述。未跟踪的相位噪声贡献到鉴相器误差的方差为：

$$\sigma_{\mathrm{in}}^2=\int_0^{\frac{f_s}{2}}|\overline{\phi}_{\mathrm{in}}(f)|^2|E(f)|^2df\quad . \tag{5}$$

表明对于直达相位噪声，较高的环路带宽有助于抑制其影响。

2.5 NCO 量化噪声

数控振荡器输出信号同样受有限位宽的限制。其量化误差可建模为 NCO 输出上的加性白噪声。与输入信号加性噪声类似，该噪声在鉴相器转换为相位噪声，并受闭环传递函数整形。等效相位噪声振幅谱密度为：

$$S_{\mathrm{NCO}}^{\frac{1}{2}}(f)=2\sqrt{2}|H(f)|\tilde{a}_{\mathrm{NCO}}\quad , \tag{6}$$

其中$\tilde{a}_{\mathrm{NCO}}$为 NCO 输出量化噪声的幅度谱密度。

对于采用查找表(Look-Up Table, LUT)实现正弦/余弦输出的 NCO, LUT 的有限位宽同样会产生量化噪声, 其幅度谱密度可归入$\tilde{a}_{\mathrm{NCO}}$中, 并由相同的闭环传递函数$H(f)$整形。当 NCO 的相位累加器位宽和 LUT 位宽均足够时, 此项噪声贡献通常远低于系统本底。

2.6　截断噪声与噪声整形

在 FPGA(Field-Programmable Gate Array, 现场可编程门阵列)内部定点运算过程中, 为节约逻辑资源而对信号进行位宽截断, 可以建模为在原信号上叠加了一个均匀分布的白噪声。截断噪声的线性谱密度为:

$$\tilde{k}_{\mathrm{tr}} = \sqrt{\frac{2^{-2m_2} - 2^{-2m_1}}{6 f_s}} \quad , \tag{7}$$

其中m_1、m_2分别为截断前后的位宽。为了避免相干截断产生的杂散频谱分量, 常在截断前加入三角波抖动, 抖动后等效噪声谱密度变为$\sqrt{3}\cdot\dfrac{2^{-2m_2}}{\sqrt{6 f_s}}$。

当截断发生在相位增量寄存器(Phase Increment Register, PIR)处时, 该噪声经过环路积分器和误差传递函数$E(f)$整形后变为相位噪声。PIR 截断引入的是白频率噪声, 经相位累加器积分后相位噪声谱密度正比于$1/f^2$, 再经误差传递函数$E(f)$整形, 最终输出相位噪声振幅谱密度正比于f的噪声。由于锁相环在低频段提供f^2抑制, PIR 截断噪声在测量频带内被大幅度衰减, 其典型贡献远低于实测本底。

2.7　模拟前端$1/f$噪声

在相位计实测相位噪声谱中, 低频段往往观测到典型的$1/f$型 ASD。这一特征主要物理来源是模拟前端的闪烁噪声以及环境温度漂移等慢变扰动。闪烁噪声产生于有源器件中载流子数的随机涨落, 其功率谱密度正比于$1/f^{\alpha}$。为在建模中吸收这些低频扰动, 引入一个唯象$1/f$噪声分量:

$$S_{\frac{1}{f}}^{\frac{1}{2}}(f) = \frac{P_{\mathrm{base}}}{f^{\alpha}} \quad , \tag{8}$$

其中α为振幅谱密度在双对数坐标下的斜率, P_{base}为噪声系数。这一处理方法与 Bode 将低频噪声归因于模拟链路的结论一致。

除闪烁噪声外, 在极低频段(通常低于 1 mHz)还可能存在产生-复合噪声(g-r 噪声)和散粒噪声等物理随机过程噪声。但在本文关注的频率范围内, 这些噪声源的功率谱密度往往远低于闪烁噪声和白噪声基底。以典型 JFET 输入运算放大器为例, 其散粒噪声在 1 mHz 处的等效相位噪声 ASD 约为10^{-10} rad/ $\sqrt{\mathrm{Hz}}$量级, 低于本系统测量本底, 故暂不单独建模。后续若将频段扩展至更低频率, 则需重新评估这些噪声源的贡献。

2.8　二次谐波寄生耦合

鉴相过程的非线性特性会引发额外的寄生效应。混频器在产生基带误差信号的同时, 也会生成频率为输入信号两倍的二次谐波分量。理想情况下, 该谐波会被环路低通滤波器大幅衰减。然而实际滤波器的阻带抑制能力有限, 且数字环路中存在固有的群延迟。残余的二次谐波经 NCO 路径重新耦合回基带, 形成寄生相位调制。当输入信号频率存在动态变化时, 这一效应表现为与频率变化率相关的附加相位噪声, 该效应的最大相位噪声贡献为:

$$\tilde{\phi}_{2f,\max}(f) \approx |G(2f_{\mathrm{inst}})|\cdot\tilde{\omega}_{\mathrm{inst}}(f)\cdot\tau_g \quad , \tag{9}$$

其中, 开环传递函数在二次谐波处的相位幅值为$G(2f_{\mathrm{inst}})$, 输入角频率波动的谱密度为$\tilde{\omega}_{\mathrm{inst}}(f)$, 群延迟为$\tau_g$。二次谐波会引起高频噪声向测量频带的下混频, 当载波频率较高时, 此项噪声不可忽略。

2.9　混叠噪声

在相位计的多级抽取滤波过程中, 混叠效应是限制低频性能的关键因素。当信号以新的、更低的采样频率f_{sn}重采样时, 原始信号中所有高于f_{sn}的频率成分都会折叠到 [0, f_{sn}/2] 频带内。Bode 给出了混叠后幅度谱密度的通用计算公式:

$$A(f,F,\tilde{x}) = \sqrt{\sum_{k=0}^{R-1}\left(|F^{(k)}(f)|\cdot\tilde{x}^{(k)}(f)\right)^2} \quad , \tag{10}$$

其中 R 为抽取因子, F 为滤波器的传递函数, $\tilde{x}$为输入信号的 ASD。本相位计的模拟前端设计有截止频率约 25 MHz 的二阶无源低通滤波器, 用于抑制高于采样频率的噪声。该滤波器可有效衰减 40 MHz 以上的频率成分。同时, 数字抽取滤波本身也具有带外抑制特性, 能够进一步衰减混叠频率分量。本文单载波基准实验采用 10 MHz 载波, 多载波控制变量实验采用 2、6、10、14 和 20 MHz 载波, 均低于奈奎斯特频率, 并处于模拟

前端低通滤波器的有效工作范围内。高于采样频率的噪声在进入 ADC 前已受到模拟滤波器抑制，数字抽取滤波器进一步提供带外衰减。因此，在本文实验条件下，混叠噪声的残余贡献低于系统测量本底，未进行独立参数化建模。

2.10 抽取滤波器的量化噪声

在抽取滤波过程中，浮点或定点运算会引入额外的量化噪声。对于浮点有限长脉冲响应（Finite Impulse Response, FIR）滤波器，由乘法、加法及输出缩放引起的量化噪声方差上界为：

$$\sigma_{\mathrm{fir}}^2 = \sigma_{\mathrm{mult}}^2 + \sigma_{\mathrm{add}}^2 + \sigma_{\mathrm{scale}}^2 \quad . \tag{11}$$

相应的幅度谱密度为$\tilde{k}_{\mathrm{fir}} = \sqrt{2\sigma_{\mathrm{fir}}^2 / f_s}$。该噪声转化为相位噪声后表现为$1/f$形状，采用定点滤波器或更精细的浮点累加策略可有效降低此项贡献。

2.11 小矢量噪声：串扰与反射

在模拟前端和多通道系统中，串扰和阻抗不匹配引起的信号反射会产生寄生小信号叠加在主信号上，形成小矢量噪声。设主信号幅度为 A，寄生信号幅度为 B，两者相位差为$\Delta\phi(t) = \phi_{\mathrm{para}}(t) - \phi_{\mathrm{sig}}(t)$，则小矢量噪声耦合产生的相位误差为：

$$\phi_{\mathrm{err}}(t) \approx \frac{B}{A}\sin(\Delta\phi(t)) \quad . \tag{12}$$

当$\Delta\phi(t)$的频率处于测量频带内时，该误差会直接污染相位读出。串扰耦合系数是频率的函数，包含幅度$c(f_B)$和相位$\phi_c(f_B)$，最关键的耦合发生在两个通道具有相同载波频率且$\Delta\phi(t)$变化缓慢的情况下。此外，信号链中阻抗不匹配引起的反射会产生延迟 τ 的寄生信号，其诱发的相位噪声可近似为$\phi_{\mathrm{err}} \approx r_{\mathrm{in}} r_{\mathrm{out}} \sin(2\dot{\phi}_s \tau)$。

2.12 模拟前端热耦合噪声

在相位计模拟前端中，各元器件的传递函数均呈现有限的相位响应，当环境温度发生涨落时，电阻、电容等元器件的参数将随之变化，导致信号路径的相位产生漂移。这种温度波动与相位输出之间的耦合效应，在低频测量频带内尤为显著，是制约相位计低频性能的关键因素之一。该噪声由电路拓扑、元器件温度系数以及印刷电路板（Printed Circuit Board, PCB）布局等因素共同决定。当相位计工作于恒温环境时，热耦合噪声可被有效抑制；但在空间运行中，受控温能力限制，此项噪声可能成为低频段的主要限制因素之一。实际应用中，可通过采用宽带器件以获取平坦的相位响应，以及对整个模拟前端实施主动温控等策略来有效抑制该噪声。本文实验数据均在恒温环境（25±0.5 ℃）中采集，通过实验室空调和隔离措施控制温度波动，从而有效抑制了热耦合噪声的影响。

2.13 锁相环非线性与周跳

当输入信号的信噪比比较低或动态范围较大时，误差信号可能超出线性区，导致环路增益下降甚至反号，从而引发周跳，即相位跟踪误差跳变为 2π 的整数倍。周跳引入的频率噪声幅度谱密度近似为：

$$\tilde{f}_{\mathrm{slip}}(f) = \frac{\sqrt{2R_{\mathrm{cs}}}}{f} \quad , \tag{13}$$

其中R_{cs}为单位时间内的周跳次数。在相位测量中，任何周跳都会破坏测量数据，因此必须将环路带宽优化至使误差信号的均方根值最小化，从而使环路始终工作在线性区。本文的实验中未在数据中观察到明显的周跳效应。

2.14 模型参数化

在实际拟合中，由于单一 ASD 曲线的信息量有限，且部分噪声源，如 NCO 量化、PIR 截断等噪声在典型参数下贡献远低于本底，部分频谱形状与已建模分量高度重叠，因此本文选取对实测 ASD 全局形态贡献显著的等效噪声分量构建低维物理参数模型。模型包含 ADC 时钟抖动幅度（τ_{jit}）、等效白噪声基底（A_{white}）、低频 *1/f* 噪声系数（$A_{1/f}$）及其幂指数（α），用于描述测量频谱的整体包络。

对于双通道零差数据，ADC 时钟抖动引起的相位噪声在观测频带内近似表现为平坦谱，其幅度与载波频率及时间抖动幅度相关；模拟前端和量化过程形成的等效白噪声同样表现为平坦谱。在载波频率 f_c 固定时，两类平坦噪声共同决定观测频谱中的平坦噪声水平，可表示为$A_{\mathrm{white}}^2 + 4\pi^2\tau_{\mathrm{jit}}^2 f_c^2$，因此，不同的$\tau_{\mathrm{jit}}$与$A_{\mathrm{white}}$组合可以对应相近的平坦频谱包络，二者在当前实验条件下存在结构耦合。等效平坦噪声水平直接受到实测频谱约束，对进一步分解结合物理先验搜索范围确定，其结果用于描述与当前测量数据相容的一组条件等效

参数。

低频 *1/f* 噪声具有明显的频率依赖特征, 其噪声系数及幂指数能够由低频频谱形态提供独立约束。二次谐波寄生耦合、混叠噪声、PIR 截断等其他机制, 其贡献经量级评估低于当前系统测量本底, 或与已参数化分量具有高度重叠的频谱形态, 因此未进行独立参数化; 解析模型与实测 ASD 之间剩余的局部谱形偏差由残差支路进行补偿。上述参数化方式在模型复杂度、参数可辨识性和数据拟合能力之间保持平衡。

3　数据预处理与基准谱构建

在实际的空间引力波探测系统中, 原始测量数据不可避免地受到电子学噪声、环境扰动以及系统非理想效应的共同影响, 使得直接从时域相位差序列中提取稳定、可比较的噪声频谱特征有一定困难。为获得与物理模型相匹配的频域表征, 本文采用基于对数频域一致性插值与稳健的谱估计方法, 确保测量数据可以在统一频率网格上进行相同比对。

数据采集搭建了专门用于测试相位计的测试环境, 该环境搭建于洁净间内, 并采用主动温控将环境温度稳定在 25±0.5 °C, 提供恒温、低振动、无尘且电磁屏蔽的测量环境, 从而有效抑制外部干扰对相位计本底噪声的影响。所需要的实验设备有铷钟, 信号发生器, 相位计, 直流稳压电源, PC 和配套软件, 采集装置如图 1 所示。

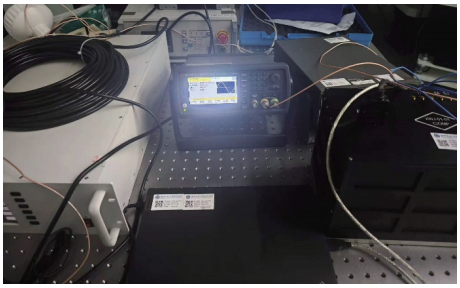


图 1　数据采集装置图

Fig. 1　Experimental setup for data acquisition

在单载波基准实验中, 共采集 18 个独立数据段, 原始数据经过去趋势、分段 Welch 谱估计及对数域插值处理后, 采用逐频点中位数构建基准目标谱。为进一步增加参数反演中的独立物理约束, 在保持外部参考时钟和测量链路配置不变的条件下, 将输入载波频率依次设置为 2、6、10、14 和 20 MHz, 获得不同载波条件下的相位噪声谱, 并用于后续多载波联合反演。测试数据工况和实验设备型号如表 1 和表 2 所示。

表 1　测试数据工况汇总

Tab. 1　Summary of test data conditions

Parameter	Value
ADC sampling frequency/MHz	80
Output sampling rate/Hz	60
Acquisition duration/s	1 800
External reference clock frequency/MHz	20
Ambient temperature/°C	25 ± 0.5
Carrier frequency/MHz	2, 6, 10, 14, 20

表 2　数据采集设备型号

Tab. 2　Data acquisition equipment models

Equipment	Manufacturer	Model
Temperature measurement	YOWEXA	Platinum resistance thermometer
Signal generator	KEYSIGHT	33500B
External clock source	Xi'an Hongtai Time-Frequency	Rubidium atomic clock
DC power	KEITHLEY	2231A-30-3

首先对原始相位差序列进行去趋势与分段处理。设双通道相位测量值分别为$\phi_1(t)$与$\phi_2(t)$, 差分后得到$\Delta\phi(t)=\phi_1(t)-\phi_2(t)$。为消除缓变漂移的影响, 采用一阶多项式拟合去除线性趋势得到相位波动序列。考虑到数据采集时长与增加样本数量的需求, 将整段序列分为两个子区间, 分别计算其幅度谱密度以评估谱估计的稳定性, 每个子序列选择 Welch 方法进行谱估计, 采用汉宁窗, 窗口长度 16 384, 重叠率 50%。

由于不同文件的数据长度存在差异, 为实现多组数据间的直接比较与融合, 需将所有曲线插值到同一对数频率网格上。设目标频率网格为$\{f_i\}_{i=1}^{N_f}$, 在10^{-3} Hz 到 1 Hz 范围内按对数等间隔取点。对于每个原始 ASD 曲线, 采用对数域线性插值:

$$\log_{10}\tilde{S}_{\mathrm{interp}}(f_i)=\mathrm{interp}\left(\log_{10}f_k^{(\mathrm{orig})},\log_{10}\tilde{S}\left(f_k^{(\mathrm{orig})}\right),\log_{10}f_i\right), \tag{14}$$

其中 interp 表示一阶线性插值算子。对数域插值

能够有效保持幂律型噪声谱的形态特征，避免线性插值在低频段引入的畸变。插值完成后，采用窗口长度为 3 的中值滤波剔除由偶发电磁干扰引起的孤立尖刺。为验证该处理对窄带精细结构的保真度，构造了中心频率 0.5 Hz、半高宽 0.02 Hz、峰值背景比为 3 的高斯型窄带峰叠加于幂律背景的仿真 ASD 曲线。应用窗口长度为 3 的中值滤波后，峰值区域的平均绝对相对误差（Mean Absolute Relative Error, MARE）为 8.69%，全局 MARE 为 0.16%。结果表明，该处理在有效压制偶发尖峰的同时，对窄带精细结构的幅值保持率超过 91%，且全频段频谱形态几乎无畸变。

为消除偶发性电磁干扰或测量异常对基准谱的污染，本文引入基于重构残差的异常检测机制，若某数据段在任意频率点的标准化残差超出 3σ 的预设阈值，则将该数据段标记为异常并剔除。

对于同一温度条件下的多个数据段，取所有平滑后 ASD 曲线的逐频点中位数作为该温度的基准目标谱，采用中位数而非均值的原因在于，中位数对离群值有天然的稳健性，可有效避免个别受强干扰的数据段扭曲整体频谱特征，由此获得的基准目标谱即为后续物理约束神经网络拟合的参考值。该数据处理流程能在保持物理可解释性的前提下，最大程度消除测量随机性对噪声建模的影响。

4 傅里叶特征增强物理约束残差网络

本文提出的 PIResNet-FF 采用物理嵌入双支路架构。与标准 PINN 将物理方程作为软约束加入损失函数不同，物理支路直接生成解析频谱作为预测主干，残差支路单独使用傅里叶特征映射学习局部畸变。两阶段优化策略先独立预热物理参数，再以差异化学习率联合微调。

4.1 双支路协同架构

在复杂相位计噪声的高精度表征任务中，传统方法始终面临物理可解释性与数据拟合能力之间的矛盾。经典物理模型基于确定性的噪声微分方程，数学结构清晰且每一个参数都具有明确的物理量纲。然而，这类模型难以兼容实际系统中普遍存在的非线性扰动，如谐振耦合、非理想滤波器边带、数字逻辑串扰等，导致在局部窄带结构处出现显著拟合偏差。另一方面，纯数据驱动的神经网络虽然具备强大的函数逼近能力，却缺乏领域归纳偏置，直接对宽动态范围的对数频谱进行回归时极易过拟合或生成违反物理规律的外推结果。针对上述困境，本文提出傅里叶特征增强的物理约束残差网络[15,20]（PIResNet-FF），其核心是通过双支路协同设计，将确定性物理演化方程作为全局基准，利用残差支路补偿难以参数化的局部畸变[20-21]，从而在保持全局物理约束的基础上，实现对实测频谱精细特征的重建。

图 2 展示了 PIResNet-FF 的整体架构。网络输入为归一化对数频率 $\tilde{f}$，该输入同时馈入两个并行支路。其一是物理约束支路，该支路维护一个可学习的物理参数向量 θ，依据噪声合成模型生成解析振幅谱密度 $\hat{S}_{\mathrm{phys}}(f;\theta)$，为预测提供全局物理基准。其二是残差支路，该支路首先通过傅里叶特征映射将低维输入投影至高维振荡空间，再经全连接层生成无量纲对数谱形修正量 $\Delta(\tilde{f})$，用于补偿解析模型未能描述的局部谱形偏差。物理支路输出的对数 ASD 与该无量纲修正量相加，得到最终预测的振幅谱密度 $\hat{S}_{\mathrm{total}}(f)$。该架构与标准物理信息神经网络（PINN）[15] 将物理方程作为损失函数软约束的做法有本质区别，本文将解析物理模型直接嵌入网络预测结构，其输出作为全局物理基准直接参与最终预测，且通过后续的分层优化策略确保其在融合中的主导地位。

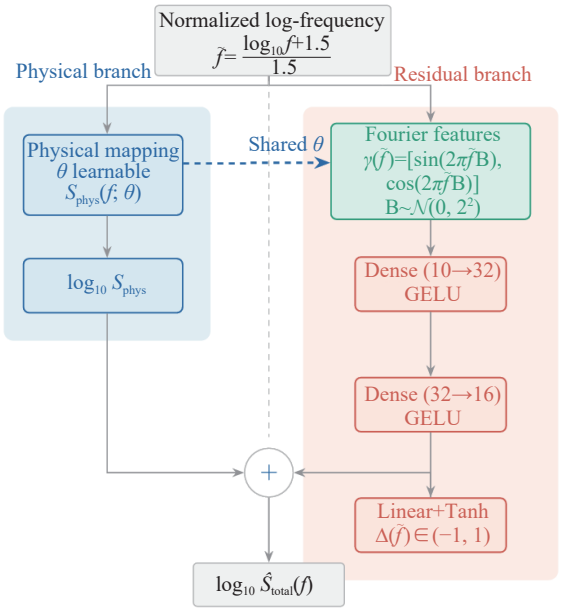


图 2 PIResNet-FF 结构图

Fig. 2 Schematic diagram of the PIResNet-FF architecture

4.2　物理参数化与等效参数估计

与常规神经网络使用随机权重不同, 物理约束支路直接维护一个具有明确物理意义的可学习参数向量。该向量中的每个分量均对应具体的噪声源, 包括 ADC 时钟抖动幅度、等效白噪声基底、$1/f$噪声系数以及幂指数。各参数均限定在根据器件特性、已有文献及相位计典型噪声水平确定的物理可行搜索范围内, 并通过解析噪声模型映射为振幅谱密度预测。该参数化方式遵循物理信息神经网络中利用物理方程约束未知参数求解的思想[15]。噪声项依据 Gerberding 等[9] 与 Bode[11] 建立的相位计噪声模型进行参数化。

在固定载波频率的双通道零测试条件下, 不同参数具有不同的频谱可辨识特征。$1/f$噪声系数及幂指数通过低频幂律谱形受到约束; ADC 时钟抖动和等效白噪声在观测频带内均表现为近似平坦谱, 其参数映射存在显著相关性。因此, 物理支路首先利用解析模型约束频谱的全局形态, 并提取当前实验条件下能够稳定表征的等效物理特征。对于具有结构耦合的参数, 在给定物理搜索范围内求取与实测频谱相容的条件等效参数组合。

物理支路生成的解析频谱直接构成 PIResNet-FF 的全局物理基准, 残差支路用于补偿解析模型尚未覆盖的局部频谱结构。该设计使网络在获得较高频谱拟合能力的同时保持全局噪声演化规律的物理约束。

4.3　傅里叶特征增强

标准多层感知机(Multilayer Perceptron, MLP)在拟合包含多种频率成分的宽频带信号时存在频谱偏倚(Spectral Bias)[22-24], 即网络倾向于优先学习低频光滑成分, 而对高频振荡或局部尖锐特征的收敛速度极慢。该现象的本质在于 MLP 的神经正切核(Neural Tangent Kernel, NTK)的特征值在低频方向衰减远慢于高频方向[24]。而傅里叶特征映射将输入坐标投影到高维空间, 使神经正切核变为平稳核, 从而能够学习高频成分。为克服这一物理局限性, 本文在残差支路中引入了傅里叶特征映射作为前置变换[22]。

具体操作如下, 首先生成一个固定的随机矩阵$\mathbf{B}\in\mathbb{R}^{1\times 5}$, 其元素独立同分布于高斯分布 $\mathcal{N}(0,2^2)$; 然后对归一化对数频率$\tilde{f}$进行变换:

$$\gamma\left(\tilde{f}\right)=\left[\sin\left(2\pi\tilde{f}B\right),\cos\left(2\pi\tilde{f}B\right)\right]\in\mathbb{R}^{2D}\quad .\quad (15)$$

该映射将低维标量输入投影到由 10 个不同频率的正余弦基函数构成的高维特征空间。在此空间中, 物理模型预测与实测之间的残差被展开为这些基函数的线性组合。由于基底本身包含了丰富的高频成分, 后续的全连接层可以更高效地学习残差中的局部精细结构。Song 与 Wang 等[25] 已证实此类傅里叶特征策略在多尺度物理模拟中的有效性。

映射得到的 10 维特征向量依次通过两个全连接隐藏层, 第一层包含 32 个神经元, 第二层包含 16 个神经元, 激活函数均采用平滑的高斯误差线性单元(Gaussian Error Linear Unit, GELU)以维持梯度流动的稳定性。输出层通过线性单元产生标量, 并经过 Tanh 饱和非线性激活, 将无量纲残差修正项 $\Delta(\tilde{f})$ 的幅值严格限制在 $(-1,1)$ 范围内, 因此, 相对修正因子被限制在 0.1~10 之间, 用于约束残差支路对物理基准 ASD 的局部相对校正幅度:

$$\log_{10}\left[\frac{\hat{S}_{\mathrm{total}}(f)}{S_{\mathrm{ref}}}\right]=\log_{10}\left[\frac{\hat{S}_{\mathrm{phys}}(f)}{S_{\mathrm{ref}}}\right]+\Delta\left(\tilde{f}\right)\quad ,(16)$$

其中$\hat{S}_{\mathrm{phys}}(f;\theta)$和$\hat{S}_{\mathrm{total}}(f)$均表示相位噪声振幅谱密度, 单位为rad/$\sqrt{\mathrm{Hz}}$, S_{ref}为具有相同量纲的固定参考 ASD, $\Delta\left(\tilde{f}\right)$为无量纲的对数谱形修正项。第 2 节所述统计独立噪声源仍在 PSD 域线性合成; 式 (17) 描述的是解析物理基准形成后的经验性相对谱形校正, 不用于表示两个统计独立噪声 PSD 之间的合成关系。该限幅设计用于限制数据驱动谱形修正相对于物理基准的幅度, 降低局部修正对全局物理趋势的过度改变。傅里叶特征映射仅应用于残差支路, 主要学习解析模型与实测 ASD 之间的局部形态差异。

4.4　两阶段分层优化

在优化策略上, PIResNet-FF 的训练突破传统单一误差反传机制, 设计了一套层次化两阶段优化方案, 旨在消除物理参数与残差网络权重在联合优化时因梯度动力学耦合而陷入非物理局部极小的风险。

第一阶段为物理参数独立预热, 此时仅激活物理分支的参数向量 θ, 残差网络的所有权重保持冻结。预热优化器采用 AdamW, 初始学习率高达 0.1, 迭代约 200 至 300 步即可使物理模型在无残差偏置干扰的条件下先行收敛至目标频谱包络附近, 从而为后续联合微调提供物理上合理且

数值稳定的初值。较低的参数空间维度和强物理导向使得预热过程高效且稳定。

第二阶段为联合微调，此时同时优化物理参数与残差网络权重，但采取差异化的学习率策略：物理参数的学习率被显著压低至全局学习率的十分之一，以保证其作为全局趋势基准的稳定性；残差网络则维持较高的学习率 2×10^{-3} 并施加 1×10^{-4} 的权重衰减，以便其充分捕捉频谱中的局部精细结构。优化器使用 AdamW，并引入 ReduceLROnPlateau 自适应调度机制——若监控损失在连续 30 个训练周期内未下降，学习率自动减半，最低可降至 10^{-6}。这一策略有效平衡了全局收敛与局部细节的学习，避免了残差支路过度修正而破坏物理基线，有效抑制了过拟合趋势。

4.5 复合损失与正则化

训练过程优化的复合损失函数专门针对双支路架构的特点被设计为多目标形式[26,27]：

$$\mathcal{L}=\frac{1}{|I_N|}\sum_{i\in I_N}\left(\log_{10}\hat{S}_{\text{total}}(f_i)-\log_{10}S_{\text{target}}(f_i)\right)^2+\lambda_1\mathcal{L}_{\text{reg}}+\lambda_2\mathcal{L}_{\text{smooth}}+\lambda_3\mathcal{L}_{\text{bound}}\quad,\quad(17)$$

其中主项为对数域均方误差，确保预测与实测频谱在全局尺度上的高度吻合。残差正则项 $\mathcal{L}_{\text{reg}}=\frac{1}{N_f}\sum_i\Delta_i^2$ 通过系数 $\lambda_1=0.01$ 施加约束，压制残差修正的冗余幅度，避免数据支路对物理基准进行不必要的全局性偏移；平滑正则项 $\mathcal{L}_{\text{smooth}}=\frac{1}{N_f-1}\sum_i(\Delta_{i+1}-\Delta_i)^2$ 以 $\lambda_2=1.0$ 的权重强制修正量在频率方向上的连续性，防止引入非物理的高频振荡或尖刺；边界惩罚项 $\mathcal{L}_{\text{bound}}$ 对任何超出预设物理边界的参数分量施加线性惩罚，系数 $\lambda_3=10.0$，维持解算结果始终位于物理合理区间。上述损失函数与两阶段优化策略共同保证了 PIResNet-FF 在物理可解释性与拟合精度之间的平衡。上述正则化设计有助于限制非物理解，并提高模型在物理可行域内的优化稳定性[28]。

5 性能评估与结果分析

5.1 模型频谱重构

为评估 PIResNet-FF 在基准噪声谱建模中的性能，基于 10 MHz 单载波基准实验数据，将其与经典物理模型、纯数据驱动网络及标准 PINN 进行比较。

经典物理模型基于线性功率叠加假设，无法表征谐振耦合、非理想滤波等非线性效应，在全频段的平均绝对百分比误差为 22.66%，偏差集中于高频细节区域。

纯数据驱动网络使用与 PIResNet-FF 残差支路相同的傅里叶特征与全连接结构，但不引入任何物理先验。该方法在有限数据下容易过拟合，预测曲线在局部频段出现非物理波动，平均绝对百分比误差为 6.35%。虽然精度较物理模型有显著提升，但缺乏对低频幂律渐近行为和高频白噪声基底的物理保障。

标准 PINN 将物理模型的残差作为软约束加入损失函数，平均绝对百分比误差为 9.40%。软约束虽改善了外推能力，但由于相位计噪声模型结构复杂，约束强度难以自适应平衡，拟合精度与物理一致性均弱于将参数直接嵌入网络的方法。

PIResNet-FF 采用物理嵌入双支路架构。物理支路根据可学习参数直接生成解析频谱，提供全局趋势基准；残差支路使用傅里叶特征映射补偿局部畸变，且该映射仅作用于残差支路以避免干扰低频物理特征。Tanh 限幅与多重正则化确保修正量不会颠覆物理主干。两阶段优化策略先独立预热物理参数，再差异化联合微调，有效解耦梯度耦合。

实验结果表明，PIResNet-FF 的平均绝对百分比误差为 3.52%，相比经典物理模型误差降低 84.5%，相比纯数据驱动网络降低 44.6%，相比标准 PINN 降低 62.6%。图 3 的损失曲线与图 4 的频谱对比显示，PIResNet-FF 在全频段紧密跟随目标谱，尤其在低频幂律衰减区与高频窄带峰处均未出现明显偏离。该方法在保持物理可解释性的同时，实现了较高的频谱拟合精度，并能够在物理约束下进行等效参数估计。

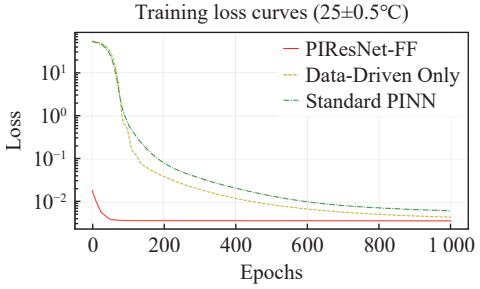


图 3 模型损失曲线图

Fig. 3 Comparison of training loss curves for different models

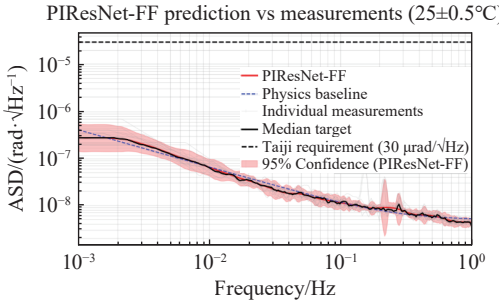


图 4　模型拟合效果对比图

Fig. 4　Comparison of model fitting results

表 3　模型频谱重构精度对比

Tab. 3　Comparison of spectral reconstruction accuracy

Model	MAPE
Classical physical model	22.66%
Data-driven network	6.35%
Standard PINN	9.40%
PIResNet-FF	3.52%

5.2　单载波参数耦合与结构分析

PIResNet-FF 得到的单载波条件等效参数估计结果如表 4 所示。表中的参数范围依据器件数据手册、已有文献中的典型噪声水平以及双通道零测试条件下的物理量级确定，用于限定参数优化的物理可行域。表 4 中的 95% 置信区间主要反映固定模型结构、预设搜索边界及当前数据条件下参数估计的统计重复性。ADC 时钟抖动与等效白噪声在观测频带内均表现为近似平坦谱，因此单载波数据主要约束二者共同形成的总平坦噪声水平，表中对应结果应理解为与当前实测频谱相容的条件等效参数组合。

参数估计的可靠性从统计稳定性和结构可辨识性两个层面进行评价。统计稳定性反映在给定模型结构和实验数据条件下，参数估计对测量随机波动以及训练初始化的敏感程度；结构可辨识性则考察不同物理参数在当前实验条件下能否由观测频谱提供充分独立的约束。本节首先在单载波条件下讨论参数的可辨识性特征，并指出τ_{jit}与A_{white}因频谱形态相似而存在的结构耦合，5.3 节进一步通过多载波实验改善该耦合条件下的参数辨识能力。

表 4　单载波条件下的条件等效参数估计及统计重复性

Tab. 4　Conditional equivalent parameter estimates and statistical repeatability under the single-carrier condition

Parameter	Physical meaning	Single-carrier estimate	95% confidence interval	Optimization search bounds
τ_{jit}/(s/ $\sqrt{\mathrm{Hz}}$)	ADC equivalent differential clock jitter	4.01×10^{-17}	$[3.98, 4.05]\times10^{-17}$	10^{-17}-10^{-15}
A_{white}/(rad/ $\sqrt{\mathrm{Hz}}$)	Equivalent white-noise component	2.88×10^{-9}	$[2.85, 2.89]\times10^{-9}$	10^{-9}-10^{-8}
$A_{1/f}$/(rad·Hz$^{\alpha}$/ $\sqrt{\mathrm{Hz}}$)	Equivalent coefficient of \(1/f\) noise and thermal drift	1.60×10^{-9}	$[1.53, 1.71]\times10^{-9}$	5×10^{-10}-3×10^{-9}
α	Flicker-noise power exponent	0.806	[0.790, 0.822]	0.5-1.5

根据时钟抖动模型，在载波频率f_c固定时，ADC 时钟抖动引起的相位噪声 ASD 在观测频带内近似表现为平坦谱，其幅度与$2\pi f_c\tau_{\mathrm{jit}}$成正比。模拟前端噪声、ADC 量化噪声及其他近似白噪声共同形成的等效白噪声基底同样表现为平坦谱。因此，本文实验条件下的平坦噪声功率可写为$\left(2\pi f_c\tau_{\mathrm{jit}}\right)^2+A_{\mathrm{white}}^2$。固定$f_c$后，$\tau_{\mathrm{jit}}$与$A_{\mathrm{white}}$的不同组合能够产生相近的平坦频谱包络，因此二者存在明显的结构相关性。

在 10 MHz 载波频率条件下，时钟抖动对应的等效相位噪声水平为$2\pi f_c\tau_{\mathrm{jit}}\approx2.52\times10^{-9}$ rad/ $\sqrt{\mathrm{Hz}}$，由时钟抖动和等效白噪声共同形成的平坦噪声水平约为$\sqrt{(2\pi f_c\tau_{\mathrm{jit}})^2+A_{\mathrm{white}}^2}\approx3.82\times10^{-9}$rad/ $\sqrt{\mathrm{Hz}}$，该量直接表征当前单载波实验频谱中的平坦噪声总贡献。在当前模型与实验条件下反演得到的等效白噪声水平与单通道模拟前端理论噪声估计保持相同量级，同时双通道差分测量会引入两个通道不相关噪声的合成功率贡献，因此总体平坦噪声水平与当前相位计硬件噪声水平具有较好的量级自洽性。

低频$1/f$噪声分量的估计结果与幂指数对应的 95% Bootstrap 置信区间分别为 [1.53,1.71]×10^{-9} 和 [0.790,0.822]。$1/f$噪声具有区别于平坦噪声的明显频率依赖特征，其参数主要受到低频谱形约束。所得幂指数位于典型闪烁噪声经验范围 0.5~1.5 内[29]，与模拟前端闪烁噪声和缓慢环境扰动形成低频幂律谱的物理特征一致。α 的 95% 置信区间 [0.790, 0.822] 远窄于预设的物理

先验范围 [0.5, 1.5]，说明该参数主要由低频谱形数据驱动，而非先验边界限制。

为进一步评价参数估计的统计稳定性，本文从单载波基准实验的 18 条独立有效数据段中以完整 ASD 曲线为基本抽样单元进行 100 次 Bootstrap 重采样，每次重新执行物理参数优化，并利用参数分布的 2.5% 和 97.5% 分位数构造 95% 置信区间。完整 ASD 曲线级抽样保留了 Welch 谱估计所产生的频率点内部相关结构，有利于降低将各频点视为完全独立样本所带来的不确定度估计偏差。同时进行了 20 次不同初始化条件下的重复训练，各参数估计的标准差均小于对应均值的 6%；对初始猜测值施加±20% 的随机扰动后，最终参数变化幅度小于 2%。上述结果表明，在当前模型结构、实验数据和物理先验条件下，参数优化过程具有较好的重复性和初始化稳定性。对于 ADC 时钟抖动与等效白噪声，两者在单载波条件下仍存在明显的参数相关性，因此其单独估计值不应解释为硬件噪声源的唯一确定值。两项平坦噪声分量的进一步辨识仍需依赖后续多载波和参考时钟控制变量实验提供的额外物理约束。

ADC 时钟抖动与等效白噪声的进一步辨识需要引入额外实验维度。采用不同稳定度的参考时钟可以直接改变时钟相关噪声贡献；改变输入载波频率同样能够提供有效控制变量，因为时钟抖动引起的相位噪声随载波频率变化，而等效白噪声不具有相同的载波频率依赖关系。基于这一差异，第 5.3 节进一步采用多载波控制变量实验，对单载波条件下两项平坦噪声参数的结构耦合进行检验。

对于二次谐波寄生耦合、混叠残留等未独立参数化机制，其量级及频谱重叠特征已在第 2.14 节进行了讨论。解析模型与实测 ASD 之间剩余的局部谱形差异由残差支路进行经验补偿。如表 5 所示，移除残差支路后频谱重构误差明显增加，表明残差支路输出的无量纲对数谱形修正量有助于描述解析模型未覆盖的局部形态差异。

表 5　PIResNet-FF 消融实验结果

Tab. 5　Ablation study results of PIResNet-FF

Model	MAPE	Physical MAPE
Full PIResNet-FF	3.52%	11.79%
Without Fourier features	12.94%	14.55%
Without residual network	10.83%	10.83%
Without Tanh constraint	3.89%	12.10%

5.3　多载波频率下的抖动-白噪声可辨识性分析

为进一步改善 ADC 采样抖动与等效白噪声在单载波条件下的结构可辨识性，在保持采样率、信号幅值、数据处理方法和网络结构不变的条件下，对 2、6、10、14 和 20 MHz 五种载波频率的相位噪声谱进行联合分析。总平坦噪声功率可表示为：

$$A_{\mathrm{flat}}^2(f_c) = A_{\mathrm{white}}^2 + 4\pi^2\tau_{\mathrm{jit}}^2 f_c^2 \quad . \qquad (18)$$

同一时钟条件下，τ_{jit} 与 A_{white} 在不同载波之间共享。其中，抖动噪声功率随 f_c^2 增长，而等效白噪声功率近似保持不变。两种不同的载波响应为分离两个平坦噪声参数提供了独立约束。

图 5 给出了 PIResNet-FF 多载波联合反演后的噪声分量重构结果。反演得到的 A_{white} 在五载波条件下保持近似不变，与等效白噪声分量对载波频率不敏感的模型假设一致。而时钟抖动分量随载波频率增加呈单调增长，符合其与载波频率成正比的物理预期。在 0.1~1 Hz 平坦频段内，由两项参数合成得到的平坦噪声水平与实测中位数 ASD 的平均相对偏差为 3.7%，且所有载波条件下该偏差均小于 6.2%，表明所得条件等效参数能够较好描述不同载波条件下的平坦噪声频谱贡献。

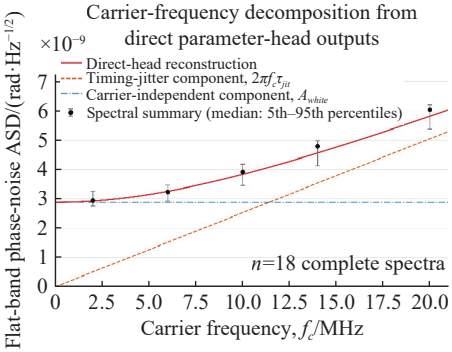


图 5　多载波噪声分量重构

Fig. 5　Multi-carrier noise-component reconstruction

为检验上述参数辨识结果是否依赖某一特定载波条件，进一步采用留一载波交叉验证。每次从五个载波条件中移除一个载波，仅利用其余四个载波重新估计共享的 τ_{jit} 与 A_{white}。图 6 和图 7 分别给出了两项参数在不同留一条件下的估计结果及 95% 置信区间。不同载波被移除后，两项参数的中心估计均在有限范围内变化，未表现出随被移除载波频率变化的单调漂移。进一步计算留

一载波条件下对被移除频率的预测平均绝对百分比误差(MAPE), 五个留一实验的预测 MAPE 分别为 4.12%、3.98%、4.35%、4.01% 和 4.22%, 而五载波联合反演的全频段预测 MAPE 为 3.52%, 最大增幅仅为 0.83 个百分点。该结果表明, 即使缺失某一载波频率, 其余载波提供的约束仍能保持对平坦噪声分解的有效重建, 未出现依赖单一频率导致的预测失效。

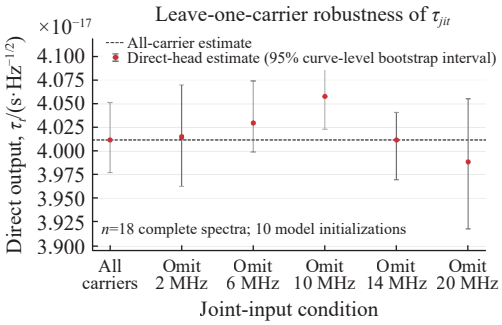


图 6　时钟抖动参数的留一载波检验

Fig. 6　Leave-one-carrier validation of τ_{jit}

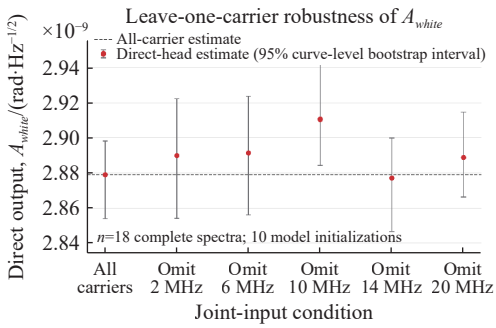


图 7　白噪声参数的留一载波检验

Fig. 7　Leave-one-carrier validation of A_{white}

此外, 为从硬件控制变量维度检验 PIResNet-FF 对时钟抖动变化的响应, 在保持载波频率、信号幅值、ADC 采样率、相位计测量链路、数据处理方法及环境条件不变的情况下, 仅改变外部参考时钟状态, 分别采用高稳定度时钟 Clock A 和稳定度相对较低的时钟 Clock B 进行对比测试。图 8 给出了 10 MHz 载波下两种时钟状态的相位噪声谱。两条曲线在低频段基本重合, 在 0.65~1 Hz 频段出现差异, 这一变化与平坦时钟抖动分量增加的频谱特征相符。图 9 比较了两种时钟状态下的时钟相关等效参数反演结果。Clock B 条件下反演得到的时钟相关等效参数高于 Clock A, 且两组 95% 置信区间不重叠, 其变化方向与两种时钟稳定度的相对差异一致。在共享 A_{white} 的约束下, 新增的平坦噪声主要反映在 τ_{jit} 的变化上, 没有被等效白噪声参数吸收。

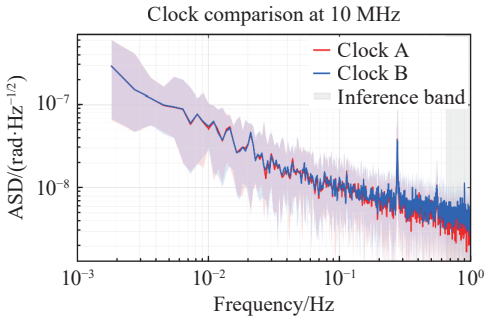


图 8　10 MHz 载波下两种参考时钟的相位噪声谱对比

Fig. 8　Comparison of phase-noise spectra for two reference clocks at a 10 MHz carrier frequency

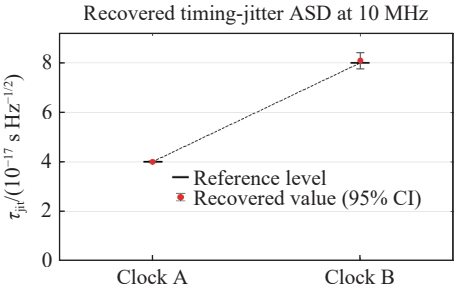


图 9　两种参考时钟条件下的时钟抖动参数估计结果

Fig. 9　Clock-jitter estimates for Clock A and Clock B

综合多载波频率响应实验与参考时钟控制实验, 多载波实验通过引入载波频率这一额外实验维度, 使时钟相关噪声与等效白噪声表现出不同的载波响应, 从而增加参数估计中的独立物理约束并改善两类平坦噪声参数的结构可辨识性; 参考时钟实验则进一步表明, 模型得到的时钟相关等效参数能够对硬件条件变化产生符合物理预期的响应。两类实验共同为平坦噪声分量的进一步辨识提供了实验支持。

5.4　残差统计分析与模型诊断

为评估 PIResNet-FF 对基准噪声谱的重构残差特征, 本文对预测结果与实测基准谱之间的对数域残差进行统计分析。图 10 给出了残差在对数域上的 Q-Q 图。若模型已充分提取数据中的确定性成分, 则剩余残差应近似服从零均值正态分布。结果表明, 残差分位数整体接近理论直线, 仅尾部存在偏离, 模型未表现出明显的连续宽频带失配。为深入探究尾部偏离的成因, 我们从频域定位、时域尖峰、Bootstrap 稳定性和分频段正态性四个方面开展补充分析。

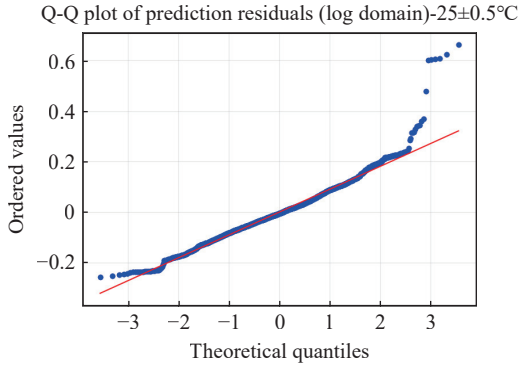


图 10 对数域残差 Q-Q 图

Fig. 10 Q–Q plot of the prediction residuals in the logarithmic domain

首先，计算每个频率点上重构残差绝对值的均值 $\overline{|r(f_i)|}$ 及其标准差 $\sigma_{|r|}(f_i)$，并标记所有满足 $\overline{|r(f_i)|} > 2\sigma_{|r|}(f_i)$ 的频率点。结果显示，共有 22 个频率点满足该条件，这些点分布离散且占比有限，表明尾部偏离源于孤立频点的局部异常，而非宽频带系统性偏差。

其次，利用数据预处理阶段存储的原始相位差时域序列采样点，检测超过4σ的瞬态尖峰约占总样本数的 0.01%。尽管尖峰比例很小，但少量大幅值的时域尖峰会在频域产生能量泄漏，导致少数频点上的谱估计出现局部偏差。这一现象与观测到的尾部偏离频点稀疏分布特征一致。此外，对重构残差矩阵进行 100 次 Bootstrap 重采样以完整 ASD 曲线为抽样单元，计算每次重采样后的残差均值，进而得到残差均值的 95% 置信区间。结果显示，该置信区间不包含零，说明残差均值在统计上显著偏离零。但进一步结合频域定位结果发现，这种偏离仅发生在少数孤立频率点，且这些点恰好对应时域尖峰引起的能量泄漏位置。因此，该统计偏移主要由少数局部异常频点贡献，并未表现为连续宽频带上的一致性残差偏移。最后，将整个频段划分为 5 个对数等间隔子频段，分别进行 Shapiro-Wilk 正态性检验。结果表明，在中间频段（0.015 8~0.063 1 Hz）残差未能拒绝正态假设（$p = 0.792$），而在低频端（<0.015 8 Hz）和高频端（0.063 1~1 Hz）均表现出显著偏离（$p \ll 0.01$）。这些偏离子频段与高残差频率点的分布范围重合，进一步印证了尾部偏离的非正态性仅局限于少数特定频段，而非整体模型失配。综合频域异常点与时域尖峰的对应关系，Q-Q 图尾部偏离与少量瞬态尖峰引起的频域能量泄漏具有一致性，其影响主要集中于少数孤立频率点，而未形成连续宽频带偏差。

此外，上述残差分析同时为参数不确定度的 Bootstrap 估计提供了合理性支撑。频谱数据各频率点间因 Welch 方法的分段加窗而存在弱相关，直接应用标准 Bootstrap 存在方差低估风险。本文采用完整 ASD 曲线作为基本抽样单元，保留每条曲线内部的谱相关结构。具体方法为从 10 MHz 单载波基准实验的 18 条有效数据段中有放回地抽取 100 组 Bootstrap 样本，分别重新优化物理参数，并计算各参数的 95% 置信区间。结果表明，各参数均具有有限的统计置信区间，结合重复训练和初值扰动分析，说明在当前模型结构、实验数据及物理先验条件下，参数估计具有较好的统计重复性。物理参数在整个训练过程中始终位于预设物理边界内部，未出现越界现象。

同时，图 11 以散点图对比了实测中位数谱与 PIResNet-FF 预测谱在各频点的对应关系。数据点紧密聚集于对角线附近，全频段 Pearson 相关系数超过 0.99。

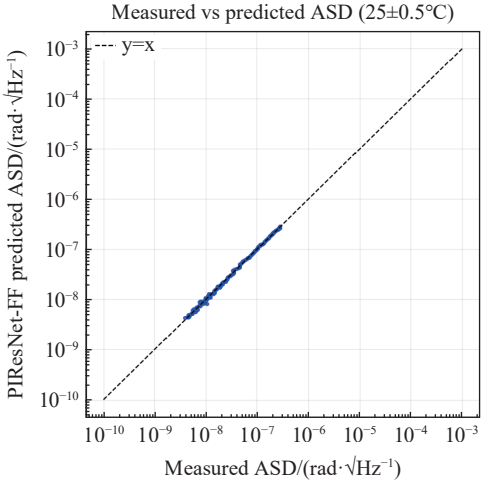


图 11 中位数与预测值 ASD 点图

Fig. 11 Scatter plot comparing the measured median ASD and predictions

6 总结与展望

在相位计高精度建模中，针对纯解析物理模型表征能力不足与纯数据驱动方法物理可解释性缺失的不足之处，提出了一种傅里叶特征增强的

物理约束残差网络。该方法将确定性噪声演化方程作为物理基准支路嵌入网络结构, 同时构建傅里叶特征映射增强的残差支路以补偿硬件非理想效应, 通过两阶段分层优化策略实现物理参数与残差网络的协同训练。实验结果表明:

(1)PIResNet-FF 在常温相位计基准噪声谱重构中实现了 3.52% 的平均绝对百分比误差, 相比经典物理模型、标准 PINN 和纯数据驱动网络具有更高的频谱拟合精度。消融实验表明, 移除傅里叶特征映射后 MAPE 升至 12.94%, 移除残差网络后 MAPE 升至 10.83%, 表明傅里叶特征映射和残差支路对于多尺度频谱结构表征具有重要作用。

(2)通过物理参数化模型, PIResNet-FF 能够稳定提取低频噪声系数、幂指数以及总平坦噪声等效水平。固定载波条件下, ADC 时钟抖动与等效白噪声均表现为近似平坦谱, 两者存在结构耦合, 因此单载波条件下得到的相关参数应理解为条件等效参数。进一步引入 2、6、10、14 和 20 MHz 多载波控制变量后, 两类平坦噪声表现出不同的载波频率响应, 增加了参数估计中的独立物理约束, 并改善了其结构可辨识性。留一载波检验表明该结果不依赖单一载波条件; 不同参考时钟实验中时钟相关等效参数的变化方向与硬件稳定度变化一致, 为该分量的辨识提供了补充支持。

(3)重构残差的频域定位及分频段统计分析表明, 模型偏差主要集中于少数孤立频率点, 整体频谱未表现出明显的宽频带系统性失配。20 次不同初始化条件下重复训练的参数标准差均小于 6.0%, 且参数估计对初始猜测扰动不敏感, 表明在当前模型结构和实验数据条件下, 等效参数估计具有较好的统计重复性和数值优化稳定性。

PIResNet-FF 在当前常温恒温实验条件下表现出良好的噪声谱建模能力。本文通过多载波控制变量实验增加了参数反演的载波频率维度, 并改善了 ADC 时钟抖动与等效白噪声在单载波条件下的结构耦合。但当前模型采用双通道差分数据, 对共模噪声的敏感度较低, 所得参数主要反映通道间不相关噪声及差分残余贡献。绝对相位测量中的共模噪声仍需结合绝对测试或三信号测试进一步分析。

后续研究将围绕以下方面展开: (1)通过迁移学习和域自适应将模型推广至变温、多普勒频移和电磁干扰等复杂环境, 并研究时变物理参数的建模方法; (2)在物理支路及损失函数中进一步加入闭环传递函数H(f)和误差传递函数E(f)的频域约束, 并探索相应的时域动态响应建模, 以增强模型对环路频率响应及瞬态过程的辨识能力; (3)针对更高维参数空间开发模块化分层反演和贝叶斯物理信息网络, 提高复杂噪声系统中的参数可辨识性及不确定度表征能力。

参考文献:

[1] 罗子人, 张敏, 靳刚, 等. 中国空间引力波探测“太极计划”及“太极 1 号”在轨测试[J]. 深空探测学报, 2020, 7(1): 3-10.
LUO Z R, ZHANG M, JIN G, *et al*.. Introduction of Chinese space-borne gravitational wave detection program “Taiji” and “Taiji-1” satellite mission[J]. *Journal of Deep Space Exploration*, 2020, 7(1): 3-10. (in Chinese).

[2] 罗俊, 艾凌皓, 艾艳丽, 等. 天琴计划简介[J]. 中山大学学报 (自然科学版), 2021, 60(1-2): 1-19.
LUO J, AI L H, AI Y L, *et al*.. A brief introduction to the TianQin project[J]. *Acta Scientiarum Naturalium Universitatis Sunyatseni*, 2021, 60(1-2): 1-19. (in Chinese).

[3] 高瑞弘, 刘河山, 罗子人, 等. 太极计划激光指向调控方案介绍[J]. 中国光学, 2019, 12(3): 425-431.
GAO R H, LIU H SH, LUO Z R, *et al*.. Introduction of laser pointing scheme in the Taiji program[J]. *Chinese Optics*, 2019, 12(3): 425-431. (in Chinese).

[4] DANZMANN K, The LISA Study Team. LISA: laser interferometer space antenna for gravitational wave measurements[J]. *Classical and Quantum Gravity*, 1996, 13(11A): A247-A250.

[5] 罗子人, 白姗, 边星, 等. 空间激光干涉引力波探测[J]. 力学进展, 2013, 43(4): 415-447.
LUO Z R, BAI SH, BIAN X, *et al*.. Gravitational wave detection by space laser interferometry[J]. *Advances in Mechanics*, 2013, 43(4): 415-447. (in Chinese).

[6] 韩爽. 空间引力波探测相位计测试系统设计与实现[D]. 长春: 中国科学院大学 (中国科学院长春光学精密机械与

物理研究所), 2022.
HAN SH. *Design and implementation of phasemeter test system for space gravitational wave detection*[D]. Changchun: University of Chinese Academy of Sciences (Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences), 2022. (in Chinese).

[7] YANG R, LIU H SH, LUO Z R. Optimization design of decimation filter for the phasemeter in the space gravitational wave detection[J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2024, 73: 7006508.

[8] LIU H SH, WANG J, TAO W, *et al*.. Recent development of the laser interferometer for Taiji space gravitational wave detection[J]. *Research*, 2026, 9: 1252.

[9] GERBERDING O, SHEARD B, BYKOV I, *et al*.. Phasemeter core for intersatellite laser heterodyne interferometry: modelling, simulations and experiments[J]. *Classical and Quantum Gravity*, 2013, 30(23): 235029.

[10] GERBERDING O, DIEKMANN C, KULLMANN J, *et al*.. Readout for intersatellite laser interferometry: measuring low frequency phase fluctuations of high-frequency signals with microradian precision[J]. *Review of Scientific Instruments*, 2015, 86(7): 074501.

[11] BODE C H. *Noise in the LISA phasemeter*[D]. Hannover: Leibniz Universität Hannover, 2024, doi: 10.15488/17997.

[12] YAO W L, SUN CH Y, LIANG X D, *et al*.. Research on ADPLL for high-precision phase measurement[J]. *Symmetry*, 2025, 17(9): 1487.

[13] CHEN H K, WANG P P, SHAO CH G. Subtracting and monitoring tilt-to-length noise under high differential wavefront sensing noise using convolutional neural networks and time delay interferometry[J]. *The Astrophysical Journal*, 2026, 998(2): 237.

[14] XU Y X, WANG H, DU M H, *et al*.. Gravitational wave signal denoising and merger time prediction with a deep neural network[J]. *Physical Review D*, 2025, 111(6): 063037.

[15] RAISSI M, PERDIKARIS P, KARNIADAKIS G E. Physics-informed neural networks: a deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations[J]. *Journal of Computational Physics*, 2019, 378: 686-707.

[16] KIM K M, LEE J. Memristor noise modeling based on physics-informed neural networks: circuit simulator application[J]. *Journal of the Semiconductor & Display Technology*, 2025, 24(1): 25-31.

[17] KIM K, LEE J. Stochastic memristor modeling framework based on physics-informed neural networks[J]. *Applied Sciences*, 2024, 14(20): 9484.

[18] LEE J. Physics-informed neural network for high frequency noise performance in quasi-ballistic MOSFETs[J]. *Electronics*, 2021, 10(18): 2219.

[19] KIM H, KANG P. naPINN: noise-adaptive physics-informed neural networks for recovering physics from corrupted measurement[EB/OL]. (2026-06-01)[2026-09-01]. https://arxiv.org/abs/2602.02547.

[20] HOU B Y, BAI Y L, JING X T, *et al*.. Fourier feature-enhanced multi-layer residual stacking network: a novel multiscale modeling approach for physics-informed neural networks[J]. *Neural Networks*, 2026, 195: 108247.

[21] HE K M, ZHANG X Y, REN SH Q, *et al*. . Deep residual learning for image recognition[C]//*Proceedings of the 2016 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, IEEE, 2016: 770-778.

[22] TANCIK M, SRINIVASAN P P, MILDENHALL B, *et al*. . Fourier features let networks learn high frequency functions in low dimensional domains[C]//*Proceedings of the 34th International Conference on Neural Information Processing Systems*, Curran Associates Inc., 2020: 632.

[23] BASRI R, JACOBS D, KASTEN Y, *et al*. . The convergence rate of neural networks for learned functions of different frequencies[C]//*Proceedings of the 33rd International Conference on Neural Information Processing Systems*, Curran Associates Inc., 2019: 428.

[24] WANG S F, WANG H W, PERDIKARIS P. On the eigenvector bias of Fourier feature networks: from regression to solving multi-scale PDEs with physics-informed neural networks[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2021, 384: 113938.

[25] SONG CH, WANG Y H. Simulating seismic multifrequency wavefields with the Fourier feature physics-informed neural network[J]. *Geophysical Journal International*, 2023, 232(3): 1503-1514.

[26] BISCHOF R, KRAUS M A. Multi-objective loss balancing for physics-informed deep learning[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2025, 439: 117914.

[27] HELDMANN F, BERKHAHN S, EHRHARDT M, *et al*.. PINN training using biobjective optimization: the trade-off between data loss and residual loss[J]. *Journal of Computational Physics*, 2023, 488: 112211.

[28] DAVINI D, SAMINENI B, THOMAS B, *et al*. . Using physics-informed regularization to improve extrapolation capabilities of neural networks[C]//*Fourth Workshop on Machine Learning and the Physical Sciences*, 2021. **(查阅网上资料, 未找到本条文献出版社信息, 请确认)**.

[29] MCDOWELL E J, CUI X Q, YAQOOB Z, *et al*.. A generalized noise variance analysis model and its application to the characterization of $1/f$ noise[J]. *Optics Express*, 2007, 15(7): 3833-3848.

作者简介:

潘玟琦(1XXX—), 硕士研究生, 主要从事空间引力波探测研究。E-mail: panwenqi24@mails.ucas.ac.cn

李　磐(1XXX—), 博士, 副研究员, 主要从事激光器及激光干涉测量技术研究, E-mail: lipan@imech.ac.cn