

扭摆地面振动响应的傅里叶特征网络重建

李俊祥 潘玟琦 齐克奇 王少鑫 董鹏

Reconstruction of torsion pendulum ground vibration response via fourier feature network

LI Jun-xiang, PAN Wen-qi, QI Ke-qi, WANG Shao-xin, DONG Peng

引用本文:

李俊祥, 潘玟琦, 齐克奇, 王少鑫, 董鹏. 扭摆地面振动响应的傅里叶特征网络重建[J]. 中国光学, 2026, 19(5): 1–16. doi: 10.3724/CO.2026–0083

LI Jun-xiang, PAN Wen-qi, QI Ke-qi, WANG Shao-xin, DONG Peng. Reconstruction of torsion pendulum ground vibration response via fourier feature network[J]. Chinese Optics, 2026, 19(5): 1–16. doi: 10.3724/CO.2026–0083

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.3724/CO.2026–0083>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

空间引力波探测中超低附加相噪频综研究

Ultralow residual phase noise frequency synthesizer for space gravitational wave detection

中国光学 (中英文). 2025, 18(3): 661 <https://doi.org/10.37188/CO.2025–0015>

空间引力波探测“太极计划”星间姿态-光程耦合噪声迭代拟合与高精度抑制方法

Iterative estimation and precision suppression of inter-spacecraft tilt-to-length coupling noise for the Taiji space gravitational wave detection mission

中国光学 (中英文). 2025, 18(3): 583 <https://doi.org/10.37188/CO.2025–0042>

太极计划时钟噪声传递的地面原理验证

Ground-based principle verification of clock noise transfer for the Taiji program

中国光学 (中英文). 2023, 16(6): 1394 <https://doi.org/10.37188/CO.2023–0012>

太极计划中的星间激光测距地面电子学验证

Ground electronics verification of inter-satellites laser ranging in the Taiji program

中国光学 (中英文). 2023, 16(4): 765 <https://doi.org/10.37188/CO.2022–0041>

多阶段偏差修正模型的检验质量磁场重建

Magnetic field reconstruction at test mass using the multi-stage bias correction model

中国光学 (中英文). 2025, 18(3): 596 <https://doi.org/10.37188/CO.2024–0181>

低灵敏度空间引力波望远镜光学系统设计

Design of optical system for low-sensitivity space gravitational wave telescope

中国光学 (中英文). 2023, 16(6): 1384 <https://doi.org/10.37188/CO.2023–0006>

文章编号 2097-1842(2026)05-0001-16

扭摆地面振动响应的傅里叶特征网络重建

李俊祥^{1,2,3}, 潘玟琦^{1,2,3}, 齐克奇^{4*}, 王少鑫⁴, 董 鹏^{1*}

(1. 国科大杭州高等研究院数理学院, 杭州 310024;

2. 中国科学院国家授时中心, 西安, 710600;

3. 中国科学院大学, 北京 100049;

4. 中国科学院力学研究所 微重力实验室 引力波实验中心, 北京 100190)

摘要:针对空间引力波探测地面验证中普通实验室环境下高 Q 值扭摆系统的信号重建问题, 提出了一种课程学习驱动的傅里叶特征网络方法(FouCLNet)。现有硬件隔振策略对场地与经费要求严苛, 难以在普通地面实验室实施。传统物理信息神经网络在高 Q 值振荡系统中存在谱偏置、梯度冲突及输出衰减至接近零等固有局限。本文采用对数间距傅里叶特征映射, 将频率参数均匀分布于 0.003–0.02 Hz 区间, 以匹配扭摆 0.007 Hz 固有频率; 构建 4 层全连接网络, 设计硬振幅约束损失函数防止微弧度量级信号衰减; 通过三阶段课程学习策略渐进引入弱物理约束, 将偏微分方程残差权重退火至 $1e-8$ 量级。以地震噪声激励下的扭摆时序响应为研究对象, 以四阶 Runge-Kutta 积分结果为真值标签, 随机抽取 80% 时间点训练, 20% 时间点做同分布验证。实验结果显示: 训练集相关系数达 0.9988, 峰值误差小于 0.4% 满量程, 振幅匹配度 100%, 功率谱密度在 0.007 Hz 共振峰处与参考解重合; 同分布离散验证集相关系数为 0.9958, 单点推理延迟仅 0.524 ms。消融实验反映, 去除傅里叶特征或硬振幅约束将引起模型性能严重退化; 纯数据驱动配置在离散验证集上精度良好, 但在连续时段重建中相关系数降至 0.511, 而完整方法保持 0.986, 表明弱物理约束对连续时序一致性具有稳定作用。时序外推实验提示, 超出训练域后相关系数降至 0.019, 出现虚假低频漂移; 且对于训练域内未参与训练的连续时段, 模型同样失效($R \approx 0.029$)。本方法不适用于超出训练时间范围的外推预测, 使用时须严格限定于训练域内的插值场景。此方法可为普通实验室环境下的扭摆系统提供训练分布内的高精度插值重建参考, 并为开发因果性实时振动抑制算法提供参考。

关键词:扭摆系统; 地面振动噪声; 傅里叶特征; 课程学习; 空间引力波探测

中图分类号: O439; P171.3; TP183 文献标志码: A doi: 10.3724/CO.2026-0083 CSTR: 32171.14.CO.2026-0083

收稿日期: 2026-04-29; 修订日期: xxxx-xx-xx

基金项目: 国家重点研发计划资助项目 (No. 2024YFC2207203)

Supported by the National Key Research and Development Program (No. 2024YFC2207203)

Reconstruction of torsion pendulum ground vibration response via fourier feature network

LI Jun-xiang^{1,2,3}, PAN Wen-qi^{1,2,3}, QI Ke-qi^{4*}, WANG Shao-xin⁴, DONG Peng^{1*}

(1. *School of Fundamental Physics and Mathematical Sciences, Hangzhou Institute for Advanced Study, UCAS, Hangzhou 310024, China;*

2. *National Time Service Center, Chinese Academy of Sciences, Xi'an 710600, China;*

3. *University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China;*

4. *Center for Gravitational Wave Experiment, National Microgravity Laboratory, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)*

* *Corresponding author, E-mail: qikeqi@imech.ac.cn; dongpeng@ucas.ac.cn*

Abstract: To address the signal reconstruction problem of high-Q torsion pendulum systems under ground seismic excitation in ordinary laboratory environments—pertinent to ground testing for space gravitational wave detection—a curriculum learning-driven Fourier feature network (FouCLNet) is proposed. Existing hardware isolation strategies impose stringent environmental requirements that are difficult to meet in ordinary ground laboratories. Traditional physics-informed neural networks suffer from spectral bias, gradient conflict, and an inherent tendency for outputs to decay toward zero in high-Q oscillatory systems. Log-spaced Fourier feature mapping is employed with frequency parameters uniformly distributed over the 0.003–0.02 Hz band to match the 0.007 Hz natural frequency of the pendulum. A four-layer fully connected network is constructed, and a hard amplitude constraint loss function is designed to prevent attenuation of micro-radian-scale signals. Through a three-stage curriculum learning strategy, weak physical constraints are progressively introduced with PDE residual weights annealed to the order of $1e-8$. Using the torsional response under seismic noise excitation as the target physical quantity and fourth-order Runge-Kutta integration results as ground-truth labels, we randomly sample 80% of time points for training and 20% for in-distribution validation. Experimental results demonstrate that the proposed method achieves a correlation coefficient of 0.9988 on the training set, peak error below 0.4% full scale, 100% amplitude matching, and power spectral density agreement at the 0.007 Hz resonance peak. The in-distribution discrete validation set achieves a correlation coefficient of 0.9958, and the single-point inference latency is merely 0.524 ms. Ablation studies indicate that removing Fourier features or hard amplitude constraints leads to severe model degradation. The pure data-driven configuration achieves good accuracy on the discrete validation set, yet its correlation coefficient drops sharply to 0.511 in continuous-segment reconstruction, whereas the full method maintains 0.986, indicating that weak physical constraints stabilize continuous temporal consistency. Temporal extrapolation beyond the training domain yields a correlation coefficient of merely 0.019, accompanied by spurious low-frequency drift. Furthermore, the model fails to generalize to continuous unseen periods within the training domain ($R \approx 0.029$). Consequently, the proposed method is unsuitable for predictive extrapolation beyond the temporal scope of the training data and should be strictly confined to interpolation scenarios within the established training domain. The method provides a high-fidelity in-distribution interpolation reconstruction reference for torsion pendulum systems in ordinary laboratory environments and offers

guidance for developing causal real-time vibration suppression algorithms.

Key words: torsion pendulum system; seismic noise; fourier feature; curriculum learning; space gravitational wave detection

1 引言

空间引力波探测(如 LISA、太极计划、天琴计划)对核心载荷引力参考传感器(GRS)提出了残余加速度噪声优于 $3 \times 10^{-15} \text{ m/s}^2/\text{Hz}^{1/2}$ 的要求^[1-4]。发射前,须在地面对 GRS 进行充分的性能测试与验证。扭摆系统因能够长时间模拟微重力环境,已成为 GRS 地面测试的核心装置^[5-6]。然而,扭摆对地面振动极为敏感:环境微震及人为活动产生的低频噪声通过悬丝悬挂点耦合,产生摇摆、倾斜及扭转寄生运动,对测试精度产生显著影响^[7]。

为抑制地面振动,国内外发展了多种硬件隔振策略:华中科技大学引力中心依托喻家山山洞实验室^[8],意大利国家核物理研究所(INFN)将扭摆置于格兰萨索地下实验室,中国科学院长春光学精密机械与物理研究所地下十米实验室^[5],Tan 等^[9]提出独立悬挂电极笼的被动隔振方案,Tu 等^[10]发展了双级控制扭摆系统。然而,这些方法对场地和经费要求很高,对于普通地面实验室难以实施。因此,有必要从信号处理与数值重建角度发展补充手段。

与此同时,数值与半物理仿真技术在空间引力波探测系统地面验证中扮演着日益重要的角色,涉及全任务流程仿真、高速高精度多场耦合(光、机、热、自引力)仿真以及高置信度地面半物理验证系统^[11]。传统数值积分(如四阶 Runge-Kutta)计算成本与积分步数成正比;在长达数万秒的高 Q 扭摆系统仿真中,为控制步进误差累积所需的小步长与线性增长的计算开销之间存在固有矛盾。因此,发展兼具精度与效率的扭摆响应数值重建方法,对地面测试数据后处理及半物理仿真平台构建均具有工程价值。

近年来,人工智能方法在地面振动分析与主动抑制方面取得了显著进展。Kelly^[12]采用 K-means 聚类对 LIGO 地震计数据进行状态识别,成功将特定地震状态与探测器“毛刺”(glitch)率升高关联;Reissel 等^[13]进一步训练 LSTM 因果

预测模型,将 LIGO 微震频段残余运动功率谱密度降低了两个数量级,显示了非线性机器学习模型在振动控制中的应用潜力。受此启发,本文尝试将深度学习引入扭摆地面振动响应重建,服务于普通实验室环境下的信号后处理与半物理仿真代理建模。

物理信息神经网络(Physics-Informed Neural Networks, PINNs)通过将控制方程嵌入损失函数,在流体力学、结构动力学等领域展现出求解偏微分方程的潜力^[14-15]。然而,现有研究表明,标准 PINNs 在高 Q 值振荡系统中存在固有局限:神经正切核理论(Neural Tangent Kernel, NTK)揭示,高频 PDE 约束与低频数据拟合在梯度更新中相互冲突^[16-17],容易导致网络输出趋近于零或陷入局部最优^[18]。进一步地,谱偏置现象——神经网络优先学习低频分量而难以捕捉高频模式——已被理论证明源于 NTK 矩阵本征值的指数衰减特性^[19],其在物理信息学习中的优化动力学影响亦得到系统研究^[20]。为缓解神经网络的频谱偏置,Tancik 等^[21]提出的傅里叶特征映射通过将输入坐标投影至高维频域空间,有效扩展了网络可学习频率范围;Wang 等^[17]进一步将该方法引入 PINNs 框架。然而,现有工作多采用固定或随机采样的频率参数,对于具有明确物理固有频率(如扭摆系统的 0.007 Hz 特征频率)的高 Q 值系统,缺乏针对性的频带嵌入策略;此外,现有工作多聚焦于标准 MSE 损失下的函数拟合,对于微弧度量级微弱信号的振幅保持问题关注不足。Sitzmann 等^[22]提出的 SIREN 网络采用正弦激活函数,虽能表示高频信号,但在高 Q 值弱阻尼系统中易出现训练不稳定与梯度爆炸现象,限制了其在精密仪器建模中的应用。

傅里叶特征映射已在神经辐射场重建与医学影像处理中得到广泛应用^[21,23-24],其通过随机采样或位置编码扩展网络的高频表示能力,有效恢复空间细节与几何结构。然而,上述应用以高频细节重建为核心目标,频率参数设计服务于像素级或体素级的精细结构恢复,网络架构与损失函数

均针对高分辨率空间信号优化。高 Q 值扭摆系统的响应集中于极低频段 (0.003–0.02 Hz), 信号幅值仅为微弧度量级, 且需保持长达数千秒的时序相位连续性。随机高频采样策略在此不仅造成计算冗余, 更可能引入无关频带噪声; 标准 MSE 损失在微弧度信号上的输出衰减现象亦未被现有工作所关注。因此, 本文不采用标准的通用傅里叶特征网络 (Fourier Feature Network, FFN), 而是针对极低频弱阻尼振荡的物理特殊性, 针对性设计了频率嵌入策略、振幅保持机制与训练动态控制方法。

针对上述挑战, 本文提出一种课程学习驱动的傅里叶特征网络 (FouCLNet), 用于高 Q 值扭摆系统地面振动响应的插值重建。主要贡献包括: (1) 频域先验嵌入: 采用对数间距傅里叶特征映射, 将频率参数精确锁定于扭摆固有频率及其邻近频带 (0.003–0.02 Hz), 改善网络在目标频段内的插值精度; (2) 硬振幅约束: 设计 Z-score 标准化与相对峰值误差惩罚的损失函数, 抑制网络在微弧度量级信号上的幅值衰减趋势; (3) 弱约束课程学习: 三阶段渐进引入 PDE 残差, 将其权重退火至 $1e-8$ 量级, 以数据驱动为主、物理正则化为辅, 避免训练初期强 PDE 残差梯度与数据拟合梯度的直接冲突。近年来, 国内空间引力波探测光学系统研究取得显著进展, 在激光干涉量子噪声^[25]、星间姿态-光程耦合噪声抑制^[26]、光学测距噪声链路优化^[27]及超低相位噪声频率合成^[28]等方面均有重要成果, 为地面测试与半物理仿真提供了技术参考。本文旨在评估 FouCLNet 在训练分布内的插值重建精度与单点推理效率, 为不具备极端隔振条件的普通实验室中扭摆系统已知历史信号的后处理提供一种数据驱动的补充参考, 并为未来开发因果实时振动抑制算法及半物理仿真系统中的高速代理模型提供参考。

2 基本原理与方法

2.1 扭摆动力学方程

为明确后续物理信息嵌入的对象, 首先给出扭摆绕悬丝轴扭转的动力学方程。考虑转动惯量 I_z 、耗散系数 γ 、系统受外力矩 $N(t)$ (本文中为地震噪声激励力矩) 作用, 其运动方程可写为:

$$I_z \phi''(t) + \gamma \phi'(t) + \Gamma \phi(t) = N(t), \quad (1)$$

式中 $\phi(t)$ 为角位移响应, Γ 为扭摆恢复力矩系数 (扭转刚度)。在频域中, 角位移 $\Phi(\omega)$ 与频域传递函数 $H(\omega) = 1/(\Gamma - I_z \omega^2 + i\gamma\omega)$ 联系。对于高 Q 值系统, 固有频率 $f_0 = (1/2\pi) \sqrt{\Gamma/I_z}$ (本文中约为 0.007 Hz) 处响应尖锐, 对地面振动极为敏感。该方程即构成后续物理信息神经网络中 PDE 残差项的控制方程。

2.2 课程学习驱动的傅里叶特征网络方法

针对高 Q 值扭摆系统地面振动响应重建中, 标准物理信息神经网络存在的谱偏置、梯度冲突及微弧度信号输出衰减等固有局限, 本文提出一种课程学习驱动的傅里叶特征网络 (FouCLNet)。该方法基于通用傅里叶特征网络及标准 PINNs 的 PDE 残差设计, 面向极低频弱阻尼振荡的物理特殊性, 从“频域表示—振幅保持—训练动态”三个维度进行针对性设计, 形成协同互补的方法论体系, 架构图如图 1 所示。具体而言, 频域先验嵌入通过对数间距傅里叶特征映射, 将网络可学习频率范围精确锁定于扭摆固有频率及其邻近频带 (0.003–0.020 Hz), 改善神经正切核矩阵在目标频段内的频率响应特性; 硬振幅约束通过 Z-score 标准化与相对峰值误差惩罚的显式解耦, 促使网络在训练初期建立微弧度量级信号的正确振幅认知, 抑制标准 MSE 损失导致的输出衰减趋势; 弱约束课程学习通过三阶段渐进式退火策略, 将 PDE 残差权重退火至 $1e-8$ 量级, 以数据驱动为主、物理正则化为辅, 避免训练初期强 PDE 残差梯度与数据拟合梯度的直接冲突。上述三个组件在统一的多任务损失函数下联合优化, 共同支撑高 Q 值扭摆系统在训练分布内的高精度插值重建。以下分三小节详述各组件的设计原理与实现细节。

2.2.1 频域先验嵌入的傅里叶特征网络架构

标准多层感知机 (MLP) 在拟合低频振荡信号时存在固有局限。Rahaman 等^[20]与 Wang 等^[17-18]的研究揭示, 深度神经网络的神经正切核 (NTK) 矩阵本征值随频率增加而快速衰减, 导致网络收敛过程中优先学习低频分量, 对高频或特定频段模式的捕捉显著滞后。高 Q 值扭摆系统的响应虽集中于低频段 (0.003–0.02 Hz), 但其长时程动力学演化涉及多尺度时间关联, 且信号幅值仅为

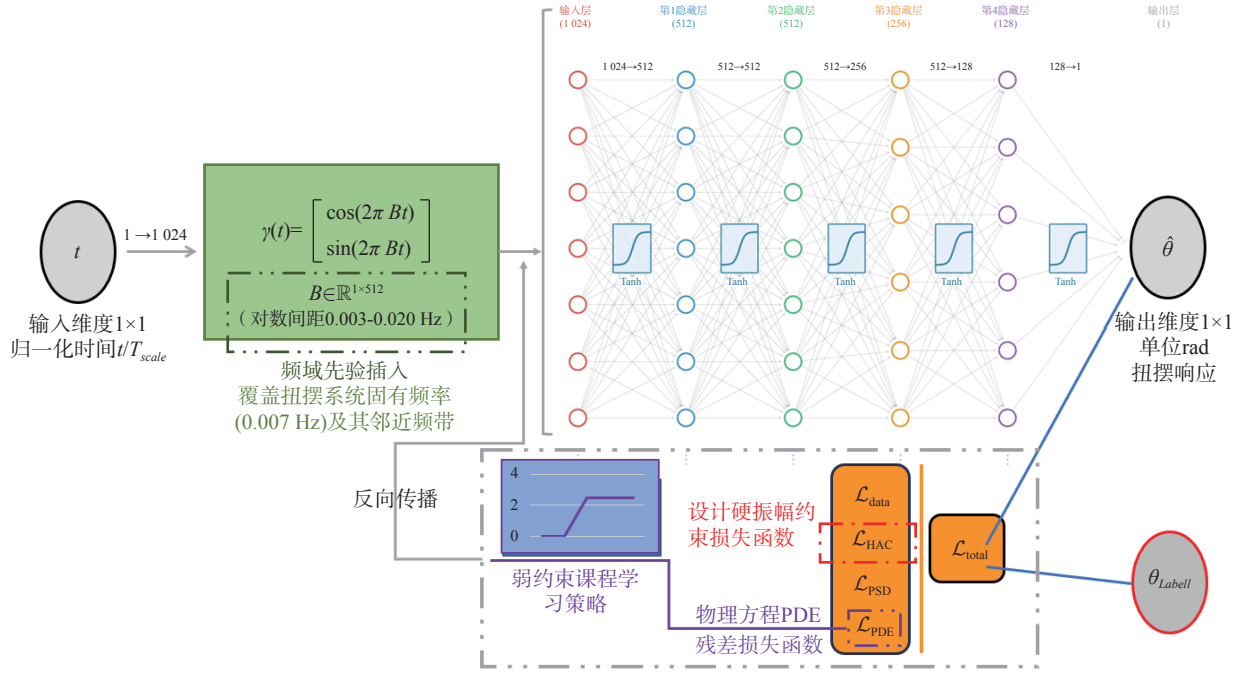


图 1 FouCLNet 架构示意图

Fig. 1 Schematic diagram of FouCLNet

微弧度量级, 标准 MLP 难以在有限训练轮次内有效建立此类弱阻尼振荡的精确表示^[16-17]。

为缓解上述谱偏置, 本文采用傅里叶特征映射将输入时间坐标投影至高维频域空间^[17,21]。映射函数定义为:

$$\gamma(t) = \begin{bmatrix} \cos(2\pi Bt) \\ \sin(2\pi Bt) \end{bmatrix}, \quad (2)$$

式中: B 为频率矩阵。本文采用对数间距 (log-spaced) 初始化策略, 将频率矩阵 B 的元素均匀分布于 $[0.003, 0.020]$ Hz 区间内, 以覆盖扭摆系统固有频率 (0.007 Hz) 及其邻近频带。该映射通过显式三角函数基将时间坐标投影至高维空间, 有助于改善 NTK 矩阵在目标频段内的频率响应特性^[17,21]。

在神经辐射场与医学影像重建中, 傅里叶特征通常采用随机采样或位置编码策略, 从高斯分布采样投影矩阵或通过超参数调节频率覆盖范围, 以无差别方式扩展网络可学习频率上限^[21,23]。上述策略面向高频细节恢复设计, 其频率参数与具体物理系统的动力学特征无显式关联。对于高 Q 值扭摆系统, 其响应具有明确的物理固有频率 (约 0.007 Hz) 及窄带环境扰动频谱 (0.003–0.02 Hz)。本文采用对数间距将 512 个频率参数均匀分布于该目标频带内, 通过显式三角函数基

将时间坐标投影至与扭摆动力学特征对齐的高维空间, 有助于神经正切核矩阵在目标频段内的频率响应特性改善, 从而在有限训练轮次内建立弱阻尼振荡的精确表示。

主干网络采用 4 层全连接隐藏层, 神经元配置依次为 512、512、256、128, 激活函数选用双曲正切 (Tanh), 输出层回归无量纲化角位移, 网络参数采用 Xavier 正态初始化。网络架构示意图如图 1 所示。

2.2.2 硬振幅约束损失函数

在扭摆系统地面测试中, 角位移响应的幅值通常为微弧度量级, 远小于典型神经网络输出范围。在此情形下, 传统均方误差 (MSE) 损失函数易导致网络输出趋近于零^[16]。若网络输出在训练初期衰减至接近零, 后续优化难以将其恢复至正确幅值。

为此, 本文设计硬振幅约束 (Hard Amplitude Constraint, HAC) 损失函数, 将波形相似度与幅值匹配解耦, 包含波形相似项与振幅匹配项:

$$\mathcal{L}_{\text{HAC}} = \left(1 - \frac{\sum (\hat{\phi} - \mu_{\hat{\phi}})(\phi - \mu_{\phi})}{\sqrt{\sum (\hat{\phi} - \mu_{\hat{\phi}})^2 \sum (\phi - \mu_{\phi})^2}} \right) + \lambda_{\text{amp}} \left| \frac{\sigma_{\hat{\phi}}}{\sigma_{\phi}} - 1 \right|, \quad (3)$$

式中, ϕ 为 RK4 参考解, $\hat{\phi}$ 为网络预测, μ 与 σ 分别为均值和标准差。波形相似项通过 Z-score 标准化消除直流偏置影响, 促使网络学习归一化后的波形形态; 振幅匹配项直接约束预测序列与参考序列的相对标准误差, 以期抑制网络输出幅度的衰减趋势。振幅项权重 λ_{amp} 取 10.0。

在神经辐射场与医学影像处理中, 像素或体素值通常处于归一化后的有限区间, 标准 MSE 损失能够有效驱动网络收敛^[23-24]。然而, 扭摆系统角位移响应幅值仅为 $10^{-6} \sim 10^{-3}$ rad 量级, 远小于典型神经网络输出范围, 标准 MSE 损失易导致网络输出在训练初期衰减至接近零, 后续优化难以恢复至正确幅值。硬振幅约束损失函数通过 Z-score 标准化与相对峰值误差惩罚的显式解耦, 促使网络在训练初期建立正确的振幅量级认知。这一设计对于微弧度量级弱信号的振幅保持尤为关键, 振幅失配将直接导致频域共振峰偏移与相位失真。

总损失函数融合数据驱动项、硬振幅约束项、频域一致性项与 PDE 残差项:

$$\mathcal{L}_{\text{total}} = \lambda_{\text{data}} \mathcal{L}_{\text{data}} + \lambda_{\text{HAC}} \mathcal{L}_{\text{HAC}} + \lambda_{\text{PDE}} \mathcal{L}_{\text{PDE}} + \lambda_{\text{PSD}} \mathcal{L}_{\text{PSD}}, \quad (4)$$

式中, λ_{data} 、 λ_{HAC} 、 λ_{PDE} 、 λ_{PSD} 为对应项的权重系数。数据驱动项 $\mathcal{L}_{\text{data}}$ 以均方误差 (MSE) 为主, 辅以系数 0.1 的平均绝对误差 (MAE) 及系数 0.01 的相对误差, 以兼顾不同误差尺度的敏感度。硬振幅约束项权重 λ_{HAC} 取 10.0, 旨在抑制微弧度量级信号的幅值衰减。频域一致性项 $\mathcal{L}_{\text{PSD}}$ 每 100 轮计算一次, 基于 4096 点快速傅里叶变换提取 0.005–0.01 Hz 频段的幅值对数误差与相位余弦距离, 权重 λ_{PSD} 取 10.0, 自第 500 轮起启用, 以匹配扭摆共振峰处的频域特性。PDE 残差项 $\mathcal{L}_{\text{PDE}}$ 采用相对残差形式 (残差除以激励力矩幅值), 以缓解量纲差异带来的梯度失衡, 其权重 λ_{PDE} 通过 2.4 节的课程学习策略渐进调整。

2.2.3 弱约束课程学习策略

标准物理信息神经网络在训练初期即施加强 PDE 约束, 易使优化景观 (Optimization Landscape) 变得复杂。Krishnapriyan 等^[16]指出, 强 PDE 约束会引发“传播失效”现象; Wang 等^[17-18]从 NTK 理论角度证明, 高频 PDE 残差约束与低频数据拟合项在梯度更新中存在显著冲突。对于高 Q 值系

统, 强物理约束往往造成网络输出趋近于零或陷入局部最优, 难以同时满足数据拟合精度与物理一致性要求^[19]。

鉴于上述观察, 本文尝试采用课程学习 (Curriculum Learning) 策略, 在训练过程中渐进式地调整损失函数构成, 而非初始阶段即施加强 PDE 约束。具体分为三个阶段:

第一阶段 (0–10000 轮): 令 $\lambda_{\text{PDE}} = 0$ 。仅通过 $\mathcal{L}_{\text{data}}$ 与 $\mathcal{L}_{\text{HAC}}$ 拟合信号波形。此阶段旨在使网络优先建立基础频域表示, 避免因 PDE 残差梯度干扰引起的训练失稳。

第二阶段 (10001–20000 轮): 逐步提升 λ_{PDE} 至 $1e-8$ 量级。该阶段旨在使网络逐步适应弱物理约束, 维持训练稳定性。

第三阶段 (20001–40000 轮): 将 λ_{PDE} 固定于 $1e-8$ 量级。该数值较传统 PINNs 中的 PDE 权重 (通常为 $1e-2$ 至 $1e-4$ 量级) 降低约 4 至 6 个数量级, 旨在缓解强物理约束对数据拟合优化的主导效应^[14,19]。

$1e-8$ 量级的最终权重为经验选择, 其最优性依赖于具体系统的动力学尺度, 未来可探索基于梯度统计的自适应权重策略。在该量级下, PDE 约束仅起弱正则化作用, 旨在轻微引导网络解空间, 而非强制满足物理方程。消融实验显示 (见第 4.5 节), 该弱正则化虽对离散验证点相关系数的提升幅度有限, 但在连续时段重建中显著改善了时序一致性: 纯数据驱动配置 (E 组) 在训练域连续时段末端出现显著相位偏移, 相关系数降至 0.511, 而完整方法 (C 组) 保持 0.986, 表明弱物理约束有助于缓解纯数据驱动策略在长期时序演化中的一致性退化。该策略实质上是以牺牲外推能力为代价, 换取训练分布内的高精度插值。由于 PDE 约束仅以极弱形式存在, 网络在训练域外难以保持物理一致性, 这一特性限制了模型在长期预测场景中的应用, 但符合高 Q 值扭摆系统地面验证中“已知历史信号重建”的工程需求。

此外, 与标准 PINNs 作为 PDE 求解器、需显式满足边界约束的范式不同, 本文模型定位为数据驱动的神经代理模型, 其训练标签由高精度 RK4 积分生成, 其中已包含初始条件与边界条件的物理信息, 故无需额外引入边界条件损失项。

3 实验设置

3.1 数据生成

为验证所提方法在高 Q 值扭摆系统建模中的有效性, 采用 Guralp 3T-360 型宽频带力平衡反馈式地震仪(频带范围 360 s–50 Hz, 灵敏度 1 500 V/m/s, 动态范围 167 dB @ 1 Hz)在实验室隔振环境下记录垂直向地面速度。原始数据以 miniseed 格式存储, 经 simpleseed 读取后, 利用转换因子 $1.627 \times 10^{-9}(\text{m/s})/\text{count}$ 将仪器计数转换为物理速度。预处理包括去均值、去线性趋势, 以及 8 阶 Butterworth 带通滤波(通带 0.003–0.02 Hz), 以保留扭摆系统固有频率(0.007 Hz)及主要环境微震扰动成分, 并滤除带外噪声。该激励源于自然环境微震, 经前述处理后作为基础激励输入扭摆系统动力学方程(1), 经四阶 Runge-Kutta(RK4)方法数值积分得到扭摆角位移响应。RK4 时间步长取 0.005 s, 在本文采用的步长下累积误差可控, 可作为高 Q 值系统长期数值仿真的参考基准。数据采样率为 200 Hz, 总时长 12 691 s, 共计 2 538 237 个数据点, 频谱覆盖 0.003–0.02 Hz 频段, 与空间引力波探测地面验证中扭摆系统所受环境扰动的频谱特性一致^[5]。

3.2 数据划分

数据划分策略如下: 将全部时间序列的前 80% 时段(0–10 152 s)作为训练域; 在其中随机抽取 80% 时间点(约 1 624 472 个点)构成训练集, 用于优化网络参数; 训练域内剩余 20% 离散时间点(约 406 118 个点)构成同分布验证集, 用于监控训练过程、防止过拟合, 并评估模型对训练分布内未见过时间点的插值行为。末 20% 连续时段(10 152–12 691 s)严格隔离为外推测试域, 在训练与验证阶段均不参与优化, 仅用于后续外推能力测试。

3.3 网络超参数与训练细节

傅里叶特征映射维度取 512, 频率参数按对数间距均匀分布于 [0.003, 0.020] Hz 区间内, 以覆盖扭摆系统固有频率(0.007 Hz)及其邻近频段。经映射后, 输入维度扩展为 1 024(正弦与余弦分量各 512 维)。主干网络采用 4 层全连接隐藏层, 神经元配置依次为 512、512、256、

128, 激活函数选用双曲正切(Tanh), 输出层回归无量纲化角位移。网络参数采用 Xavier 正态初始化。

损失函数由四项构成: 数据驱动项、硬振幅约束项、频域一致性项与 PDE 残差项, 具体形式如式(3)–(4)所述。优化器采用 AdamW(Adaptive Moment Estimation with Weight Decay), 初始学习率 $1e-3$, 按余弦退火策略调整(周期 3 000 轮, 最小学习率 $1e-6$), 权重衰减 $1e-4$ 。训练批量大小为 2048, 梯度裁剪阈值 1.0。最大训练轮数 40 000, 早停耐心 30 轮, 最小改善阈值 $1e-8$ 。

3.4 基线方法与消融实验设置

为验证各组件的必要性, 设置五组消融对照实验。所有组均从零初始化, 采用与 C 组(本文完整方法)相同的 AdamW 优化器、余弦退火学习率调度、早停策略及最大训练轮数(40 000 轮), 以确保对比的公平性。所有组使用同一训练集进行训练, 并在同一离散验证集与同一连续验证时段(500–1 500 s)上评估, 以分别考察离散点插值精度与连续时序重建一致性。

各组具体配置如下:

A 组(标准 MLP): 移除傅里叶特征映射, 直接输入归一化时间坐标, 验证谱偏置现象;

B 组(FFN 无 HAC): 保留傅里叶特征映射, 但将损失函数替换为标准 MSE, 验证硬振幅约束的必要性;

C 组(本文方法, FouCLNet): 完整配置, 即 FFN+HAC+PDE 弱正则化;

D 组(SIREN): 采用正弦激活函数替代 Tanh, 验证周期性激活在高 Q 值弱阻尼系统中的适用性;

E 组(FFN+HAC, $\lambda_{\text{PDE}}=0$): 关闭 PDE 残差项, 保留傅里叶特征与硬振幅约束, 作为纯数据驱动基准。

4 实验结果与分析

4.1 训练集拟合精度

经过 40 000 轮训练, 模型在训练集上的表现如表 1 所示。相较于传统 PINNs 在高 Q 值振荡系统中出现的预测值趋近于零现象^[16], 本文方法在波形保持与振幅匹配方面有明显改善:

表 1 训练集性能指标 (40 000 轮)

Tab.1 Performance metrics on the training set (40,000 epochs)

评价指标	数值	备注
相关系数R	0.998 829	预测值与RK4参考解
振幅匹配度	100.0%	预测与参考峰值比值
峰值误差	<0.4% F.S.	满量程百分比
平均相对误差	25.67%	归一化累计误差

注: 平均相对误差采用归一化累计误差定义, 该指标对微小相位偏差敏感, 其绝对值较大并不否定模型在波形与振幅层面的高保真度。

如图 2 所示, 时域上预测曲线与 RK4 参考解高度重合, 无系统性幅值衰减或相位漂移; 频域上 0.007 Hz 共振峰处功率谱密度与参考解接近重合, 0.02 Hz 以上高频段的功率谱密度与 RK4 参考解存在可观测偏离。为定量评估该偏离对主频

段重建的影响, 采用 Welch 法估计功率谱密度: 段长取 131 072 点 (时间跨度约 655 s, 频率分辨率约 0.001 5 Hz), 50% 重叠 (65 536 点), 汉宁窗, 线性去趋势, 功率谱密度单位为 rad^2/Hz 。通过梯形数值积分分别计算全频段与高频段 (>0.02 Hz) 能量, 结果显示 RK4 参考解与 FouCLNet 预测的高频段能量占比分别为 0.027% 与 0.030%, 对应绝对能量分别为 $1.15 \times 10^{-9} \text{ rad}^2$ 与 $1.17 \times 10^{-9} \text{ rad}^2$, 两者差异小于 $3 \times 10^{-11} \text{ rad}^2$ 。高频段能量占比低于 0.031%, 对 0.007 Hz 共振峰处的重建精度评估影响可忽略。相关系数散点图 (右上子图) 中, 数据点沿对角线密集分布, 未出现明显的趋近零值或振幅失配现象, 这表明硬振幅约束损失函数对高 Q 值系统微小信号 (微弧度量级) 具有保持作用。

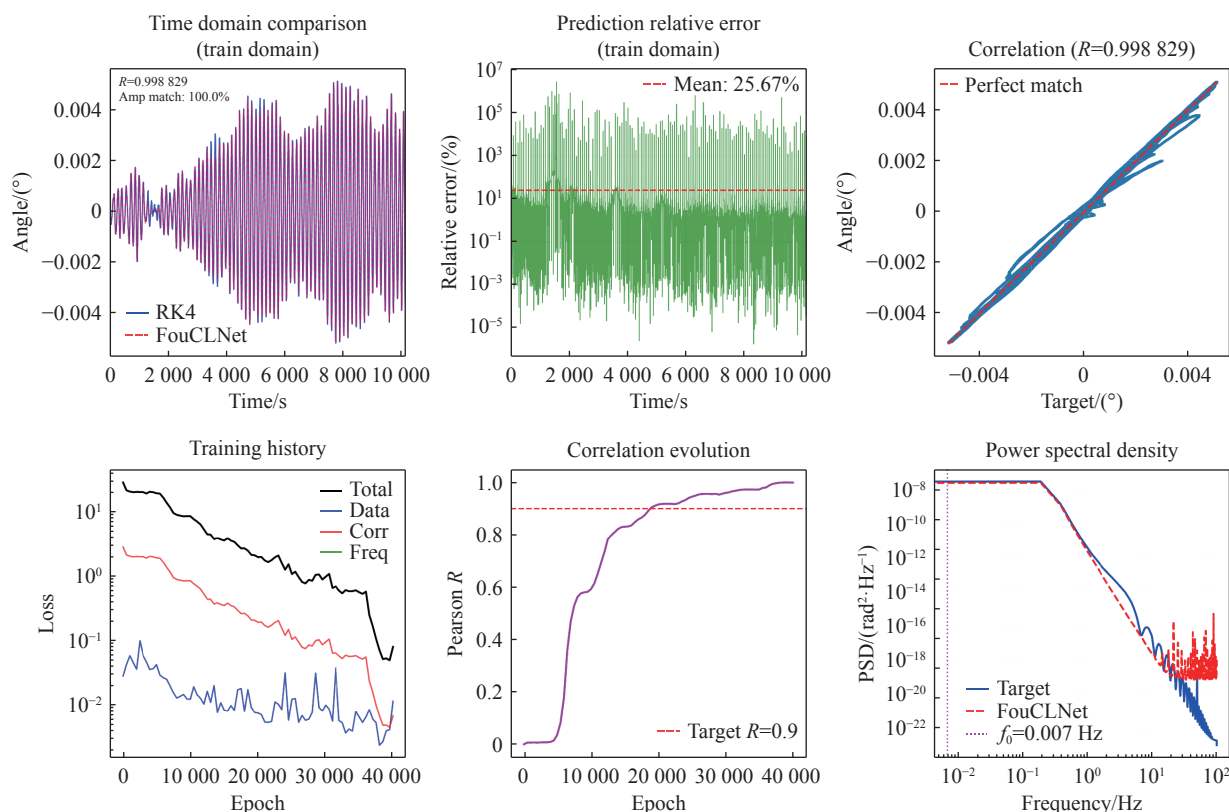


图 2 训练集时域对比与频域功率谱密度图

Fig. 2 Time-domain comparison and power spectral density of the training set

注: 功率谱密度估计采用 Welch 法 (段长 131 072 点, 50% 重叠, 汉宁窗, 线性去趋势); 高频段 (>0.02 Hz) 能量占比详见第 4.1 节。

为进一步揭示模型在微弧度量级信号上的重建细节, 选取训练域内 2 000–2 100 s 典型振荡区间作局部放大展示, 如图 3 所示。该时段内预测曲线与 RK4 参考解的平均绝对误差约

$1.14 \times 10^{-4} \text{ rad}$ ($114 \mu\text{rad}$), 互相关分析表明等效相位偏移低于 10^{-3} rad 量级; 相对误差在过零点附近因分母趋近于零而出现数值尖峰, 这是平均相对误差 (25.67%) 绝对值较高的主要来源, 并不意味着

着波形包络或振幅层面的失真。

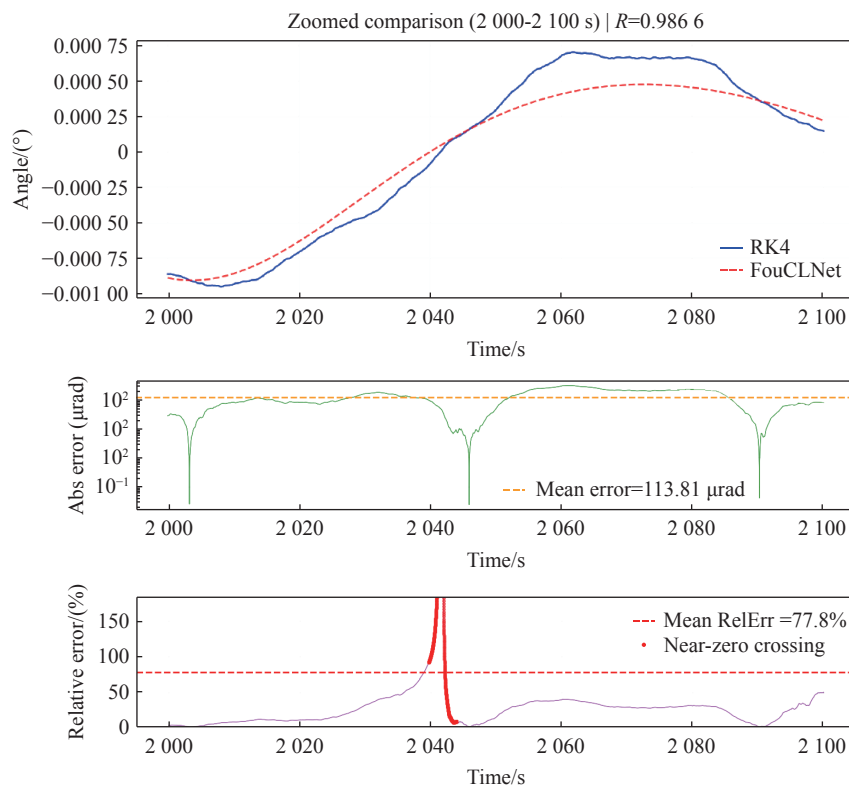


图3 局部放大时域对比图(2000–2100 s)

Fig. 3 Zoomed-in view of the time-domain comparison (2000–2100 s)

4.2 同分布验证与泛化能力

为评估模型在训练分布内的插值行为,在同分布验证集上进行验证(具体划分见3.2节)。该验证集与训练集共享相同的时间坐标域,旨在考察模型对未见过离散时间点的插值精度,其性能指标如表2所示。

表2 同分布验证性能指标

Tab. 2 In-distribution validation metrics

评价指标	数值
相关系数R	0.995 827
相对误差	44.26%

然而,逐点插值精度并不等同于连续时序重建的一致性。为严谨评估模型的连续时段重建能力,额外训练了一个严格隔离2000–3000 s的对照模型:该时段在训练阶段被完全屏蔽,任何数据点均不参与损失计算与优化器更新。

如图4所示,三个子图分别为:(a)同分布离散验证集(0–10152 s,约406 118个离散点):

相关系数 $R=0.9958$; (b)域内严格隔离段(2000–3000 s):该时段在训练阶段被硬掩码完全屏蔽,对照模型对该段的预测相关系数仅为 $R=0.029$,出现幅值约0.01 rad的虚假低频漂移; (c)域外外推段(10152–12691 s):主模型对该段的预测相关系数为 $R=0.019$,同样出现虚假低频漂移。两者失效模式与误差量级高度一致,提示模型对连续时段的预测性能不取决于时段是否位于训练域时间范围内,而主要在于该时段是否直接参与训练。

实验结果显示,该对照模型对隔离段的预测相关系数仅为 $R=0.029$,出现幅值约0.01 rad的虚假低频漂移,与主模型的域外外推失效($R=0.019$,见图4(c))相当一致。该对照实验表明,模型对连续时段的预测性能与时段是否位于训练域时间范围内无关,而主要取决于该时段是否直接参与训练。因此,本文方法应严格限定为训练域内离散点的高精度插值重建,不宜用于连续时段生成或长期预测。

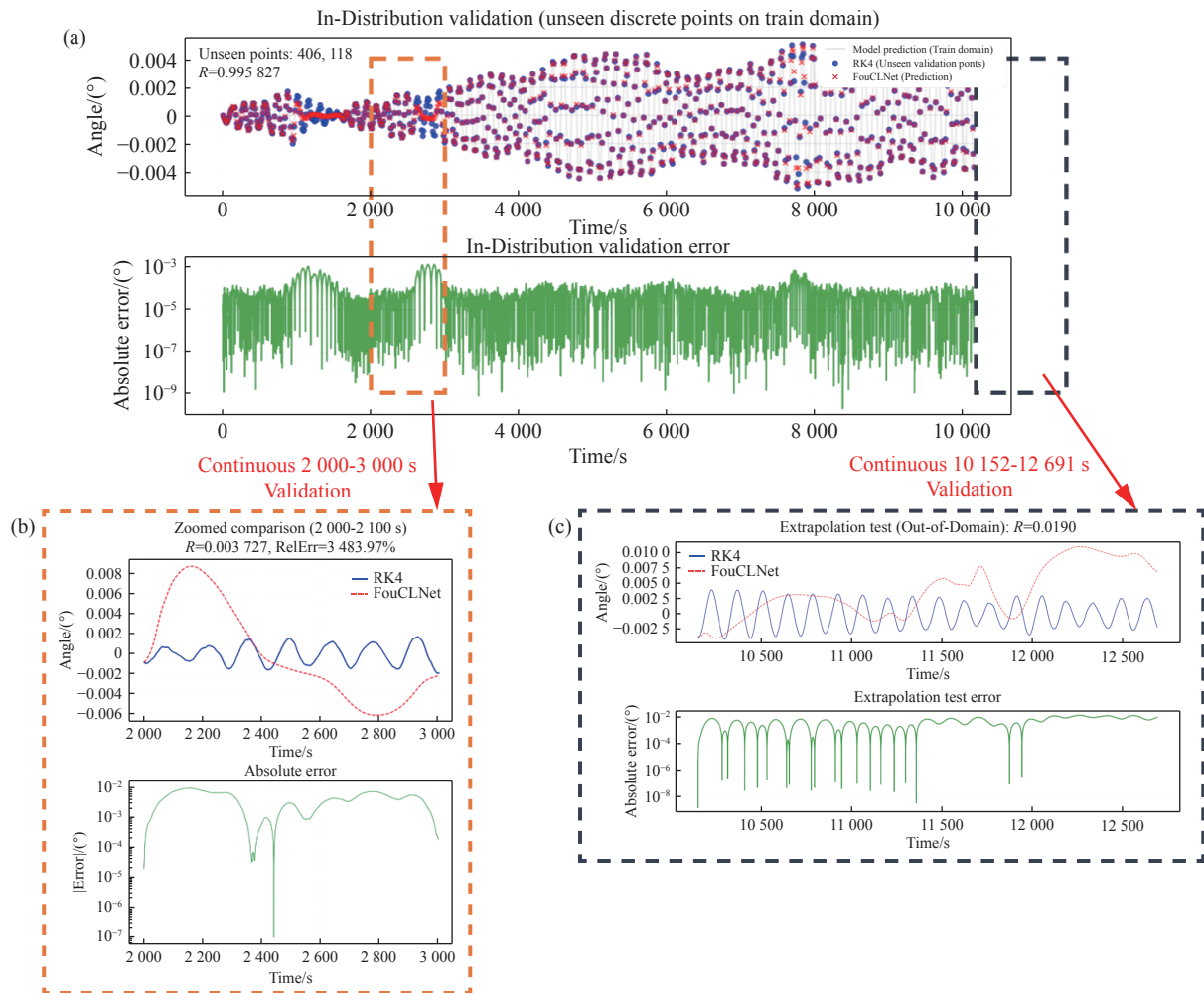


图 4 同分布验证结果

Fig. 4 In-distribution validation results

4.3 实时推理性能与对比分析

为评估模型的计算效率,将本文方法与传统 RK4 积分进行对比。RK4 方法在单次查询中需按固定步长逐步积分,其计算成本随时间跨度线性增长;而训练后的神经网络作为参数化函数,其单点推理时间基本恒定,不依赖于历史积分路径。

如表 3 所示,在随机单点访问场景下,本文方法仅需 0.524 ms,而 RK4 需从头积分至目标时刻(超过 1000 s),两者在计算特性上存在本质差异:神经网络将积分过程隐式编码于网络参数中,实现了对训练域内任意历史时刻的常数级延迟访问。这一特性使其在半物理仿真中作为代理模型时,可避免逐步积分的线性时间开销。

然而,在批量连续计算场景下(如生成完整时程曲线),RK4 可利用向量化并行计算优化,而 Python 实现的神经网络在逐点推理时难以充分发

挥并行效率。此时,本文方法的计算速度可能低于优化后的 C 语言 RK4 实现。对于大规模批量离线计算,建议采用 TorchScript 或 ONNX 导出优化,或根据具体需求选择传统数值积分方法。

表 3 多尺度计算效率对比

Tab. 3 Multi-scale computational efficiency comparison

方法	10 ⁴ 点	10 ⁵ 点	10 ⁶ 点	随机访问延迟
RK4	<0.01 s	0.03 s	0.14 s	>1000 s
本文方法	0.24	0.35	1.43	0.524 ms

注: RK4 随机访问延迟为从 $t=0$ 积分至目标时刻的累计时间;本文方法批量计算为逐点推理累加,未采用并行优化。

4.4 外推能力局限与机理分析

为考察模型在训练分布外的表现,选取超出训练时间范围的时间段(15 000–16 000 s,较训练数据延迟约 3 000 s)进行测试。该时段的激励信号统计特性与训练集基本一致,但时间坐标位于

训练域之外。

如图 5 所示, 实验结果显示, 外推段相关系数降至 0.019, 预测输出出现幅值约 0.01 rad 的虚假低频漂移。该现象与 2.4 节课程学习策略的设计预期一致: 由于 PDE 残差权重最终退火至 $1e-8$

量级的弱形式存在, 网络缺乏足够的物理一致性来约束训练域外的解行为。傅里叶特征网络的频域插值本质使其在训练域外难以保持物理上合理的动力学演化, 造成预测结果出现非物理漂移。

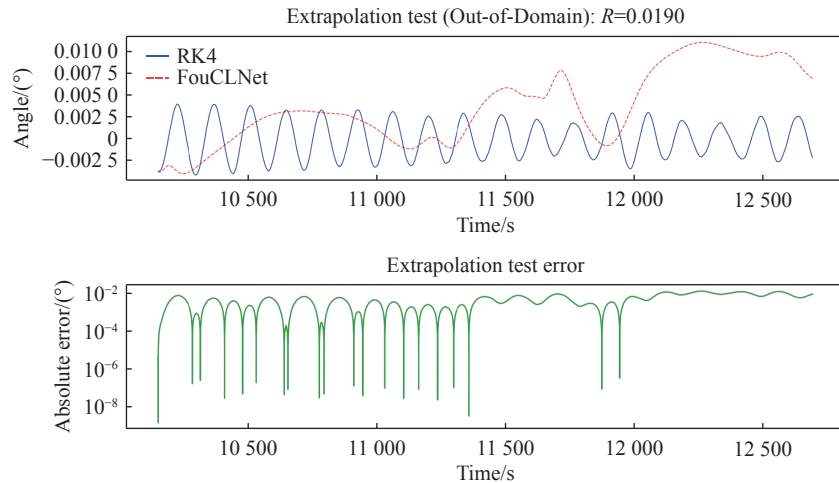


图 5 外推测试表现示意图

Fig. 5 Extrapolation test results

该结果进一步表明, 本文方法仅适用于训练分布内的插值重建, 不宜用于训练域外的长期预测。

4.5 消融实验: 组件必要性验证

在统一训练配置下(见 3.4 节), 各组消融实验于离散验证集上的结果如表 4 所示。A 组因显著谱偏置无法有效捕捉 0.007 Hz 共振, 相关系数

仅为 0.011, 振幅匹配度 1.0%^[20]; B 组虽具备傅里叶特征映射, 但输出幅值显著衰减, 呈现零输出趋势, 相关系数 0.361, 振幅匹配度 18.2%^[16]; D 组在正弦激活函数下呈现训练不稳定现象, 相关系数 0.142, 振幅匹配度 0.2%^[22]。上述三组结果验证了傅里叶特征映射与硬振幅约束是方法有效性的必要组件。

表 4 离散验证集上消融实验结果对比

Tab. 4 Comparison of Ablation Study Results on the Discrete Validation Set

组别	配置	相关系数R	振幅匹配度	主要现象
A	标准MLP	0.011	1.0%	显著谱偏置, 无法捕捉0.007 Hz共振
B	FFN无HAC	0.361	18.2%	输出幅值衰减至接近零, 零输出现象
C	本文方法	0.999	100.0%	波形与振幅均与参考解吻合
D	SIREN	0.142	0.2%	训练不稳定, 多次训练中方差值较大
E	FFN+HAC无PDE损失	0.995	100.0%	纯数据驱动, 充分训练后精度良好

在离散验证集上, E 组达到相关系数 0.995, 振幅匹配度 100.0%, 已能在训练分布内有效重建扭摆响应的波形与振幅; 本文完整方法(C 组)进一步达到 0.999。如表 5 所示, 对 C 组与 E 组各进行 15 次独立训练(不同随机种子), 以评估训练稳定性。统计结果显示: C 组(完整方法, FouCLNet)

验证集相关系数为 0.9986 ± 0.0023 , E 组(纯数据驱动, FFN+HAC 无 PDE)为 0.9953 ± 0.0110 。配对 t 检验: $t = 1.09$, $p = 0.294$; Wilcoxon 符号秩检验: $p = 0.599$; 效应量 Cohen's $d = 0.28$ (小效应量); 贝叶斯因子 $BF_{10} = 0.435$ (对应 $BF_{01} = 2.30$)。根据 Jeffreys 尺度, $BF_{01} = 2.30$ 提示数据对“无显

著差异”假设(H_0)的支持为轶事级(anecdotal),即当前样本不足以对两种配置的平均精度差异做出强结论。然而,E组验证集R值的标准差约为C组的22.6倍,Bartlett方差齐性检验提示该差异具有统计学意义($K^2 = 24.56, p = 7.2 \times 10^{-7}$),提示 $1e^{-8}$ 量级PDE弱正则化降低了训练结果对随机初始化的敏感性。本文方法对逐点插值精度的提升有限,其价值并非替代数据驱动拟合,而是作为正则化约束解空间的物理连续性。在连续时段重建中E组相关系数降至0.511,而C组保持0.986(见图7),表明PDE弱正则化对连续时序物理一致性具有约束作用。

进一步地,如图6所示,离散验证集散点图揭示了各组的误差分布特征:C组数据点沿对角线

密集分布;E组虽整体呈线性趋势,但在峰值区域存在轻微离散;D组呈现明显的离散分布,反映其训练不稳定;A/B两组则显著偏离对角线。上述可视化结果支持了表4的定量结论。

表5 C组与E组统计稳健性对比(15次独立训练)

Tab. 5 Comparison of Statistical Robustness between Group C and Group E (Five Independent Training Runs)

组别	验证集R(mean±std)	方差	最小值	最大值
C	0.9986±0.0023	5.34×10^{-6}	0.9936	0.9981
E	0.9953±0.0110	1.20×10^{-4}	0.9703	0.9993

注:表5为15次独立训练的统计稳健性测试,反映平均表现;表4为单次充分训练的最优结果。配对t检验: $t = 1.09, p = 0.294$; Wilcoxon检验: $p = 0.599$; Cohen's $d = 0.28$; 贝叶斯因子 $BF_{10} = 0.435$ ($BF_{01} = 2.30$, 轶事级支持 H_0); Bartlett 方差齐性检验: $K^2 = 24.56, p = 7.2 \times 10^{-7}$ 。

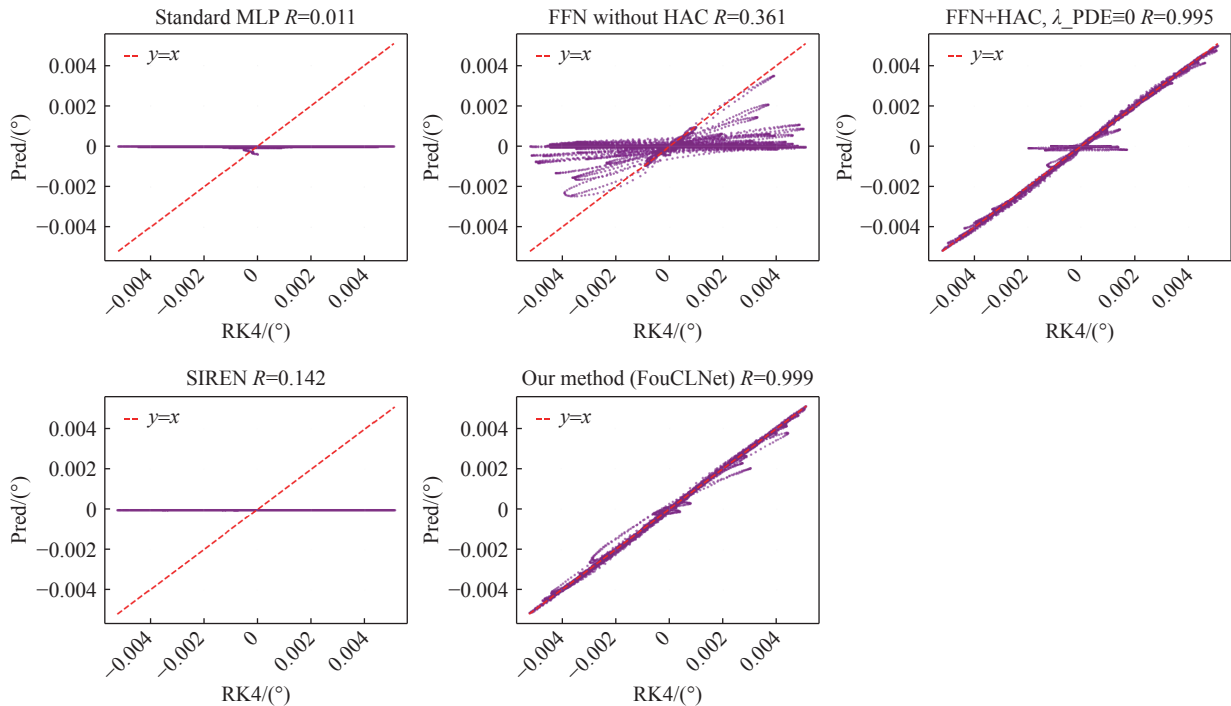


图6 消融实验离散验证集散点图

Fig. 6 Scatter plots of predicted versus reference values for ablation groups on the discrete validation set

然而,在训练域内连续时段(500–1500 s)的重建中,两组表现出现显著分异。如图7所示,E组预测曲线出现明显相位漂移与振幅衰减,相关系数降至0.511,振幅匹配度仅42.7%;而C组保持 $R=0.986$,振幅匹配度98.8%,波形与参考解基本一致。该结果表明,PDE弱正则化对离散点平均精度的提升有限,但其关键价值在于约束连续时序物理一致性,降低纯数据驱动策略在跨时段重建中的误差累积。

从方法学角度分析,医学影像重建与三维场景建模的评估通常基于离散像素误差或单视角合成质量,网络只需在孤立空间点上实现高精度回归即可满足应用需求^[23-24]。与之不同,扭摆系统地面验证中的信号重建需在数百秒时间窗口内保持相位连续性、频率稳定性与动力学演化自治。纯数据驱动配置在离散验证集上表现良好,类似于通用傅里叶特征网络在图像重建中的成功模式;但在连续时段重建中,如图7所示,其相关系

数降至 0.511, 反映出无物理约束模型在跨时段一致性上的不足。本文方法通过 $1e^{-8}$ 量级 PDE 弱正则化对解空间的连续性约束, 使连续时段重建

精度保持在 0.986, 体现了面向极低频振荡时序重建的方法特色。

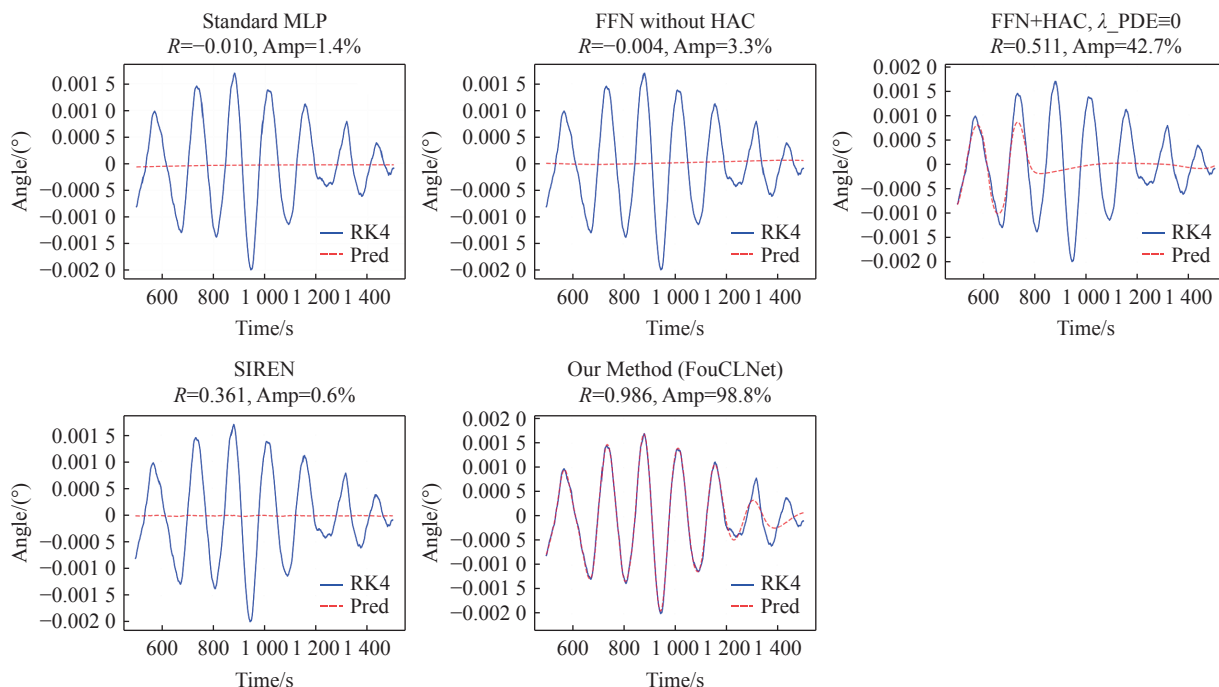


图 7 消融实验连续时段时域对比(500–1500 s)

Fig. 7 Time-domain prediction comparison of ablation groups on a continuous segment (500–1500 s) within the training domain

注: 本组连续时段验证(500–1500 s)均基于完整训练集所训练出的模型, 邻近训练点的插值记忆可能对连续性有贡献。

5 结 论

本文针对空间引力波探测地面验证中, 普通实验室环境下高 Q 值扭摆系统受地震噪声扰动后的信号重建问题, 提出了一种课程学习驱动的傅里叶特征网络方法(FouCLNet)。方法的核心设计包括: (1)对数间距傅里叶特征映射, 将频率参数与扭摆系统固有频率及环境扰动频带(0.003–0.02 Hz)相匹配, 以改善网络在目标频段内的插值精度; (2)硬振幅约束损失函数, 结合 Z-score 标准化与相对峰值误差惩罚, 以抑制微弧度量级信号的幅值衰减趋势; (3)三阶段课程学习策略, 渐进引入弱物理约束并将 PDE 残差权重退火至 $1e^{-8}$ 量级, 以缓解训练初期强物理约束引发的梯度冲突与输出衰减现象。此外, 与神经辐射场、医学影像重建等领域的高频细节恢复应用相比^[21,23-24], 本文方法在三个层面体现了针对性适配: 频率嵌入的物理指向性——对数间距频率参

数与扭摆系统固有频率及环境扰动频带显式匹配; 振幅保持的专用机制——硬振幅约束损失函数针对微弧度量级信号的输出衰减现象设计; 连续时序一致性约束——PDE 弱正则化通过约束跨时段动力学演化自洽, 有效抑制了纯数据驱动模型在连续重建中的误差累积问题。

实验结果表明, 在训练分布内, FouCLNet 实现了较高精度的插值重建: 训练集相关系数达 0.9988, 同分布离散验证集相关系数为 0.9958。此外, 严格隔离 2000–3000 s 连续时段的验证实验表明, 模型对训练域内未参与训练的连续时段同样失效($R \approx 0.029$), 说明逐点插值精度不能等同于连续时序重建能力。消融实验进一步表明, 傅里叶特征映射与硬振幅约束是方法有效性的必要组件: 去除傅里叶特征映射或硬振幅约束均引起模型性能严重退化(标准 MLP 相关系数 0.011, 无硬振幅约束组 0.361)。在离散验证集上, 纯数据驱动配置(FFN+HAC, 无 PDE 损失)与完整方法

的精度差异未达统计显著性(15次独立训练, 配对 t 检验 $p=0.294$, 贝叶斯因子 $BF_{01}=2.30$, 轶事级支持 H_0), 但在连续时段重建中, 前者相关系数降至 0.511, 而完整方法保持 0.986, 表明 $1e-8$ 量级的 PDE 弱正则化对连续时序物理一致性具有约束作用, 并降低了训练结果对随机初始化的敏感性。

在计算效率方面, 训练后的神经网络单点推理延迟为 0.524 ms, 在随机时间点访问场景下呈现出与传统逐步积分不同的计算特性。然而, 在批量连续计算模式下, 本文方法的 Python 实现慢于优化后的 C 语言 RK4; 对于大规模离线计算, 建议通过 TorchScript 或 ONNX 导出以优化批量推理效率, 预期可将 GPU 批量推理速度提升至与优化后 RK4 可比拟的水平, 从而兼顾单点随机访问的低延迟与批量计算的高吞吐需求。

需要明确的是, 本文方法具有严格的适用边界。时序外推实验显示, 超出训练域后相关系数降至 0.019, 出现幅值约 0.01 rad 的虚假低频漂移。该结果符合本文方法作为“训练分布内特定域替代模型”的定位: 受限于频域插值本质与弱 PDE 约束, 不宜用于长期预测。此外, 由于当前架构未嵌入显式物理参数化结构, 该方法在物理参数辨识方面的能力有限; 且本文采用非因果设

计, 目前仅适用于已知历史信号的离线后处理与数据校准, 尚不具备实时预测与闭环控制所需的因果性。

未来工作可从以下方面展开: 在信号处理层面, 可探索基于 FouCLNet 的地震噪声特征学习与自适应滤波策略, 在实现扭摆响应高精度插值重建的同时, 识别并分离地面振动噪声分量; 为改善外推能力, 可探索融合物理约束的 Neural ODE 架构, 或采用残差学习策略; 为赋予模型参数辨识能力, 需研究物理嵌入网络或硬约束输出变换, 在保持训练域内精度的同时增强物理一致性; 对于大规模离线计算, 建议通过 TorchScript 或 ONNX 导出, 预期可将批量推理效率提升至与优化后 RK4 可比拟的水平。

本文提出的 FouCLNet 方法适用于普通实验室环境下扭摆系统已知历史信号的离散点高精度插值重建与单点快速随机访问(延迟 0.524 ms), 可为半物理仿真平台提供代理模型。然而, 由于频域插值本质与弱 PDE 约束的局限性, 该方法不宜用于连续时段生成或训练域外长期预测。特别地, 即使对于训练域内的连续时段, 若该时段未直接参与训练, 模型同样会出现显著失效($R \approx 0.029$)。使用时须严格限定于训练域内已训练时间点的插值场景。

参考文献:

- [1] HU W R, WU Y L. The Taiji program in space for gravitational wave physics and the nature of gravity[J]. *National Science Review*, 2017, 4(5): 685-686.
- [2] DANZMANN K. LISA - an ESA cornerstone mission for the detection and observation of gravitational waves[J]. *Advances in Space Research*, 2003, 32(7): 1233-1242.
- [3] 罗子人, 白珊, 边星, 等. 空间激光干涉引力波探测[J]. 力学进展, 2013, 43(4): 415-447.
LUO Z R, BAI SH, BIAN X, et al.. Gravitational wave detection by space laser interferometry[J]. *Advances in Mechanics*, 2013, 43(4): 415-447. (in Chinese).
- [4] LUO J, CHEN L SH, DUAN H Z, et al.. TianQin: a space-borne gravitational wave detector[J]. *Classical and Quantum Gravity*, 2016, 33(3): 035010.
- [5] 李华东, 高志勇, 王智. 引力参考传感器地面测试扭摆研究进展[J]. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2024, 54(7): 270406.
LI H D, GAO ZH Y, WANG ZH. Research progress on torsion pendulum in ground testing of gravitational reference sensor: a review[J]. *Scientia Sinica Physica, Mechanica & Astronomica*, 2024, 54(7): 270406. (in Chinese).
- [6] HUELLER M, CAVALLERI A, DOLESI R, et al.. Torsion pendulum facility for ground testing of gravitational sensors for LISA[J]. *Classical and Quantum Gravity*, 2002, 19(7): 1757-1765.
- [7] ZHOU Z B, LIU L, TU H B, et al.. Seismic noise limit for ground-based performance measurements of an inertial sensor using a torsion balance[J]. *Classical and Quantum Gravity*, 2010, 27(17): 175012.
- [8] TAN D Y, YIN H, ZHOU Z B. Seismic noise suppression for ground-based investigation of an inertial sensor by suspending the electrode cage[J]. *Chinese Physics Letters*, 2015, 32(9): 090401.

- [9] TAN D Y, LIU L, HU M, *et al.*. Seismic noise effect reduction improvement for ground-based investigation of space inertial sensor by suspending the electrode housing with an individual pendulum[J]. *Classical and Quantum Gravity*, 2022, 39(7): 075029.
- [10] TU H B, BAI Y Z, ZHOU Z B, *et al.*. Performance measurements of an inertial sensor with a two-stage controlled torsion pendulum[J]. *Classical and Quantum Gravity*, 2010, 27(20): 205016.
- [11] 王继河, 孟云鹤, 宋佳凝, 等. 空间引力波探测系统数值与半物理仿真技术综述[J]. *中山大学学报(自然科学版)*, 2021, 60(S1): 233-238.
- WANG J H, MENG Y H, SONG J N, *et al.*. Review of numerical and hardware-in-the-loop simulation technology of space-borne gravitational wave detection system[J]. *Acta Scientiarum Naturalium Universitatis Sunyatseni*, 2021, 60(S1): 233-238.
- [12] KELLY I. LIGO seismic state characterization using machine learning techniques[R]. Pasadena: LIGO Technical Report, 2023.
- [13] REISSEL C, LAI D, DWIVEDI S, *et al.*. Microseismic noise mitigation with machine learning for advanced LIGO[EB/OL]. (2025-11-24)[2026-05-30]. <https://arxiv.org/abs/2511.19682>. (查阅网上资料, 不确定文献类型及格式是否正确, 请确认).
- [14] RAISSI M, PERDIKARIS P, KARNIADAKIS G E. Physics-informed neural networks: a deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations[J]. *Journal of Computational Physics*, 2019, 378: 686-707.
- [15] KARNIADAKIS G E, KEVREKIDIS I G, LU L, *et al.*. Physics-informed machine learning[J]. *Nature Reviews Physics*, 2021, 3(6): 422-440.
- [16] KRISHNAPRIYAN A S, GHOLAMI A, ZHE SH D, *et al.*. Characterizing possible failure modes in physics-informed neural networks[C]. *Proceedings of the 35th International Conference on Neural Information Processing Systems*, Curran Associates Inc., 2021: 2033.
- [17] WANG S F, WANG H W, PERDIKARIS P. On the eigenvector bias of Fourier feature networks: from regression to solving multi-scale PDEs with physics-informed neural networks[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2021, 384: 113938.
- [18] WANG S F, YU X L, PERDIKARIS P. When and why PINNs fail to train: a neural tangent kernel perspective[J]. *Journal of Computational Physics*, 2022, 449: 110768.
- [19] KHODAKARAMI S, OOMMEN V, DARYAKENARI N A, *et al.*. Spectral bias in physics-informed and operator learning: analysis and mitigation guidelines[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2026, 461: 119156.
- [20] RAHAMAN N, BARATIN A, ARPIT D, *et al.*. On the spectral bias of neural networks[C]. *Proceedings of the 36th International Conference on Machine Learning*, PMLR, 2019: 5301-5310.
- [21] TANCIK M, SRINIVASAN P P, MILDENHALL B, *et al.*. Fourier features let networks learn high frequency functions in low dimensional domains[C]. *Proceedings of the 34th International Conference on Neural Information Processing Systems*, Curran Associates Inc., 2020: 632.
- [22] SITZMANN V, MARTEL J N P, BERGMAN A W, *et al.*. Implicit neural representations with periodic activation functions[C]. *Proceedings of the 34th International Conference on Neural Information Processing Systems*, Curran Associates Inc., 2020: 626.
- [23] MILDENHALL B, SRINIVASAN P P, TANCIK M, *et al.*. NeRF: representing scenes as neural radiance fields for view synthesis[J]. *Communications of the ACM*, 2022, 65(1): 99-106.
- [24] CHEN H L, HUANG L ZH, LIU T R, *et al.*. Fourier Imager Network (FIN): a deep neural network for hologram reconstruction with superior external generalization[J]. *Light: Science & Applications*, 2022, 11(1): 254, doi: [10.1038/s41377-022-00949-8](https://doi.org/10.1038/s41377-022-00949-8).
- [25] 曾晓强, 李磐, 董鹏, 等. 引力波探测中激光干涉量子噪声计算[J]. *中国光学(中英文)*, 2025, 18(3): 698-703.
- ZENG X Q, LI P, DONG P, *et al.*. Calculation of laser interferometric quantum noise in gravitational wave detection[J]. *Chinese Optics*, 2025, 18(3): 698-703.
- [26] 叶磊巧, 杜明辉, 徐鹏, 等. 空间引力波探测“太极计划”星间姿态-光程耦合噪声迭代拟合与高精度抑制方法[J]. *中国光学(中英文)*, 2025, 18(3): 583-595.

- YE L Q, DU M H, XU P, *et al.*. Iterative estimation and precision suppression of inter-spacecraft tilt-to-length coupling noise for the Taiji space gravitational wave detection mission[J]. *Chinese Optics*, 2025, 18(3): 583-595.
- [27] 方子若, 朱振才, 蔡志鸣, 等. 空间引力波探测航天器光学测距噪声链路指标优化[J]. *中国光学 (中英文)*, 2025, 18(3): 568-582.
- FANG Z R, ZHU ZH C, CAI ZH M, *et al.*. Optimization of optical metrology noise link metrics for space-based gravitational wave detection spacecraft[J]. *Chinese Optics*, 2025, 18(3): 568-582.
- [28] 王雷刚, 云恩学, 罗鑫, 等. 空间引力波探测中超低附加相噪频综研究[J]. *中国光学 (中英文)*, 2025, 18(3): 661-671.
- WANG L G, YUN E X, LUO X, *et al.*. Ultralow residual phase noise frequency synthesizer for space gravitational wave detection[J]. *Chinese Optics*, 2025, 18(3): 661-671.

作者简介:

李俊祥(2004—), 男, 河南驻马店人, 硕士研究生, 主要从事空间引力波探测惯性传感器方面的研究, 就读于国科大杭州高等研究院数理学院精密测量物理。E-mail: lijunxiang24@mails.ucas.ac.cn



齐克奇(1985—), 男, 内蒙古锡林郭勒人, 博士, 现为中国科学院力学研究所副研究员。研究领域涉及高精度惯性传感器件, 干涉测量仪器, 弱力测量系统等。E-mail: qikeqi@imech.ac.cn



董 鹏(1978—), 男, 北京市人, 博士, 高级工程师, 硕士生导师, 2011 年于中国科学院紫金山天文台获得博士学位, 主要从事空间惯性传感与激光干涉测量技术研究。E-mail: dongpeng@ucas.ac.cn