中国光学 Chinese Optics 核心期刊

二维线性调频Z变换用于光束质量β因子计算

王艳茹 冉铮惠 丁宇洁

Beam quality β factor calculation based on two-dimensional chirp Z transformation

WANG Yan-ru, RAN Zheng-hui, DING Yu-jie

引用本文:
王艳茹, 冉铮惠, 丁宇洁. 二维线性调频Z变换用于光束质量β因子计算[J]. 中国光学, 2020, 13(5): 965-974. doi: 10.37188/CO.2020-0079
WANG Yan-ru, RAN Zheng-hui, DING Yu-jie. Beam quality factor calculation based on two-dimensional chirp Z transformation[J]. *Chinese Optics*, 2020, 13(5): 965-974. doi: 10.37188/CO.2020-0079

在线阅读 View online: https://doi.org/10.37188/CO.2020-0079

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

板条激光器光束质量控制技术研究进展
Progress on beam quality control technology of slab lasers
中国光学. 2019, 12(4): 767 https://doi.org/10.3788/CO.20191204.0767

不同海拔地区红外大气透过率的计算和测量
Calculation and measurement of infrared atmospheric transmittance at different altitudes
中国光学. 2019, 12(4): 843 https://doi.org/10.3788/CO.20191204.0843

高光束质量高斯非稳腔固体激光器研究
Research on the high beam quality of Gaussian unstable resonators in solid state lasers
中国光学. 2019, 12(3): 559 https://doi.org/10.3788/CO.20191203.0559

二维电子气等离激元太赫兹波器件
Terahertz-wave devices based on plasmons in two-dimensional electron gas
中国光学. 2017, 10(1): 51 https://doi.org/10.3788/CO.20171001.0051

基于智能手机的眼底成像系统
Smartphone-based fundus imaging system
中国光学. 2019, 12(1): 97 https://doi.org/10.3788/CO.20191201.0097

新型二维材料在固体激光器中的应用研究进展
Advances in new two-dimensional materials and its application in solid-state lasers
中国光学. 2018, 11(1): 18 https://doi.org/10.3788/CO.20181101.0018

文章编号 2095-1531(2020)05-0965-10

二维线性调频 Z 变换用于光束质量 β 因子计算

王艳茹*, 冉铮惠, 丁宇洁
(中国工程物理研究院 计量测试中心, 四川 绵阳 621900)

摘要: 本文提出了一种基于二维线性调频 Z 变换的衍射光场分布快速计算方法, 该方法在不增加运算量的情况下可以显著提高光场分布的图像分辨率, 进而能够得到更准确的光束质量 β 因子值。在算法正确性验证的基础上, 本文数值模拟了不同光束波前畸变的均方根 RMS 值与光束质量 β 因子的对应关系。仿真结果表明, 在像差分布 RMS 值相同的前提下, 几种低阶像差类型中球差类型的像差对光束质量的影响最大。为了模拟不同光斑分布形态, 随机 Zernike 像差组合方式的光束质量 β 因子的仿真计算结果表明: 相同的 RMS 值情况下, 高阶像差占比较高的像差组合方式对应的光束质量 β 因子较大。

关 键 词: 数值模拟; 波前像差; 光束质量; 线性调频 Z 变换
中图分类号: O438 **文献标志码:** A **doi:** 10.37188/CO.2020-0079

Beam quality β factor calculation based on two-dimensional chirp Z transformation

WANG Yan-ru*, RAN Zheng-hui, DING Yu-jie
(*Metrology and Testing Center*, *China Academy of Engineering Physics*, *MianYang* 621900, *China*)
* *Corresponding author*, *E-mail*: *wyr*3235@163.*com*

Abstract: An algorithm for fast calculation of the field distribution of diffraction based on two-dimension chirp Z transformation is proposed. The proposed algorithm does not increase computation and significantly improves the resolution of the diffraction distribution and obtains a more accurate beam quality β factor. After verifying the correctness of the proposed algorithm, the corresponding relationship between the RMS (Root-Mean-Square) of the beam′s wavefront aberration and β factor is simulated. The simulation results show that with the same RMS value, the effect of a spherical aberration on the β factor is the strongest among the lower order Zernike aberrations. In order to simulate the different distribution of beam spots, the β factors are calculated based on different random Zernike wavefront aberrations. The results indicate that a larger proportion of high-order Zernike aberrations in the cumulative aberrations induces a bigger β factor with an

收稿日期: 2020-04-27; **修订日期:** 2020-05-29
基金项目: 国防科工局技术基础项目(No. JSJL201712B002)
Supported by Basic Technology Project of Science Technology and Industry for National Defense (No. JSJL 201712B002)

identical RMS value.

Key words: numerical simulation; wavefront aberration; beam quality; chirp *Z* transformation

1 引 言

在高能激光系统中[1-2]，除了要具有较高的输出功率和输出能量外，人们更关注的是远场激光束的能量集中度。因此，高能激光系统输出的光束质量测量准确性显得尤为重要。对于能量空间输运型的高能激光系统，普遍采用 β 因子作为光束质量评价指标[3]。在高能激光系统光束质量的评价与分析中，激光器输出光束的光束质量[4-6]是整个系统光束质量首要的、决定性因素，也是准确鉴定、验收激光器的重要指标。准确测量光束质量 β 因子是评价激光系统的前提和依据。

在光束质量 β 因子测量技术研究中，鲜浩等人研究了光束波像差和光束质量 β 因子的关系，通过对不同类型泽尼克像差及其组合的像差均方根与光束质量 β 因子建立了拟合关系式[7]。李新阳等人在文献 [7] 的基础上，分析了大气湍流模型引起的波像差与光束质量 β 因子的关系[8] 以及湍流大气中的波前复原误差研究[9-11]。目前，对于光束质量 β 因子的各种测试系统，还没有形成统一的校准规范，用以评价光束质量 β 因子测量量值的准确性。因此，针对光束质量 β 因子测量系统的校准技术的研究十分必要。

在对光束质量 β 因子测量系统进行校准时，首先需要获得待测光束的光束质量 β 因子标准值 β_s，然后在待测光束进入光束质量测量系统后获得测量值 β_m，二者相除便可以得到测量系统的修正系数 C_k。因此，准确获得待测光束的光束质量 β 因子标准值 β_s 尤为关键。根据光束衍射理论可知，孔径光阑上的物平面函数与探测面上的光场分布存在傅立叶变换关系。但由于 s-fft 算法需要满足二次采样定理，导致探测面上的采样范围过大，进而使得探测面上的光谱分辨率过低。

鉴于快速傅立叶变换算法不能精确反应信号的局部频谱特性，本文提出了一种二维线性调频 Z 变换算法。该算法是将传统的振动信号频谱分析领域中的“一维线性调频 Z 变换”思想进一步扩展并将其应用于二维光场分布的快速计算。该算法在不增加采样点数且运算量基本保持不变的情况下，能够显著提高衍射光场的频谱分辨率，进而提高光束质量 β 因子的理论计算准确性。由于该算法可以在感兴趣的频谱范围（光场衍射分布主要集中在低频范围内，一般探测器也就能探测到五级衍射亮环）内进行细分，进而提高衍射光场的频谱分辨率。本文首先分析了二维线性调频 Z 变换算法原理，编写了 matlab 计算程序，并对圆形透光孔的衍射强度分布采用二维线性调频 Z 变换算法进行了验证。在算法正确性验证的基础上，分析了加载单一像差、组合像差等情况下所对应的探测面上的衍射光强分布，并在此基础上，计算了单一像差的 RMS 值与光束质量 β 因子的对应关系。

2 衍射光场 s-fft 算法的局限性

根据光场的菲涅尔衍射[12] 理论，焦平面上的衍射强度分布可以表示为：

$$I(x,y)=\frac{1}{\lambda^2 f^2}\left|\iint_s E(x_0,y_0)\exp[j\varphi(x_0,y_0)]\times\exp\left\{\frac{j\pi}{\lambda f}[(x-x_0)^2+(y-y_0)^2]\right\}\mathrm{d}x_0\mathrm{d}y_0\right|^2$$
$$=\frac{1}{\lambda^2 f^2}\left|F\left\{E(x_0,y_0)\exp[j\varphi(x_0,y_0)]\times\exp\left[\frac{j\pi}{\lambda f}(x_0^2+y_0^2)\right]\right\}\right|^2, \quad (1)$$

其中，λ 为激光束波长，f 为聚焦系统的焦距；x、y 分别为探测面上的坐标，x_0、y_0 为标准像差板的坐标，$\varphi(x_0, y_0)$ 表示像差板上的波像差分布，可以用圆域上的正交泽尼克多项式来表示。当 $\varphi(x_0, y_0)=0$ 时，表示没有加载标准像差板时的光强分布，即对应理想光束的衍射强度分布。根据公式

(1), 可以计算出探测面上光斑的强度分布, 通过环围能量曲线以及光束质量 β 因子的定义可以得到 β 因子的理论值。

由公式 (1) 可知: 探测平面上的光场分布是物平面函数的傅立叶变换, 即 s-fft 算法[13-14]。为了保证采用 s-fft 算法计算光场的正确性, 需要解决 3 个技术问题: (1) 满足采样定理的要求; (2) 解决频率泄露和混叠误差; (3) 解决多标度问题, 确保远场计算具有足够的分辨力。

采样定理要求物平面上的采样间隔 Δx_0 满足:

$$\Delta x_0 \leqslant \sqrt{\frac{\lambda f}{N}}, \tag{2}$$

其中, N 为物平面上的采样点数。那么满足采样定理的物平面上的尺寸 L_0 为:

$$L_0 = N\Delta x_0 \leqslant \sqrt{\lambda f N}, \tag{3}$$

而相应的探测面上的计算范围为:

$$L = \frac{\lambda f N}{L_0}. \tag{4}$$

从式 (4) 可以看出: 在实际情况下, 衍射观察屏(即探测面)的大小 L 与采样点数 N、光波长 λ、衍射距离 f 以及初始衍射面尺寸 L_0 4 个因素相关。由于波长、采样点数、初始衍射面大小均由实际情况决定, 当衍射距离过大时, 若衍射面画幅尺寸过大, 则会得到一个很小区域的衍射图像, 导致衍射场计算分辨率不高。因此, s-fft 算法有一定的局限性。

为了更直观地说明上述问题, 以实际高能激光系统为例进行计算。设入射光束口径 W=100 mm, 考虑到保护区的范围, 取物平面上的计算尺寸 L_0=4W=400 mm, 采样点数 N=1 024, 波长 λ=1 μm, 则物平面上的采样间隔 Δx_0=L_0/N≈0.4 mm。假设远场分布的计算范围为 L=λ×f/Δx_0, 根据离散傅立叶变换, 那么远场的视场全角为 Θ=λ/Δx_0≈2.5×10^3 μrad, 视场分辨率 $\Delta\theta$=Θ/N≈2.5 μrad, 一倍衍射极限全角 θ_0=2.44λ/W=24.4 μrad, 由此可得 1 倍衍射极限内只有 N_0=θ_0/$\Delta\theta$≈10 个点, 不能分辨焦点处的光场分布细节。考虑到一般探测器最多能探测到五级亮环, 其他的外围信号将被噪声所淹没, 可以估算得到 5 倍衍射极限内的有效数据点约为 N_5=5×N_0=50, 这意味着 1 维情况下约有 950 个点是无效数据。

根据视场分辨率表达式 $\Delta\theta$=Θ/N=λ/(Δx_0·N), 要提高视场分辨率只有增大 Δx_0 或 N, 但是增大 Δx_0 将可能使得计算不满足采样定理, 而增加 N 将极大地增加计算量。最理想的结果是在不增加采样点数 N 的情况下提高分辨率。基于上述考虑, 本文提出了二维线性调频 Z 变换算法, 并将其用于计算光场衍射分布。

3　二维线性调频 Z 变换算法介绍

通过调研发现振动信号分析领域中的线性调频 Z 变换更适用于频谱的精细分析[15-17]。该变换可以对感兴趣的频谱区间进行细分, 进而提高频谱分辨率, 这一定程度上为改变远场光斑的分布细节提供了可能。

首先, 需要分析如何将一维的线性调频 Z 变换扩展到光场的二维快速傅立叶变换中。根据光场分布理论可知, 需要将光场物平面的 x、y 方向转换为探测面上衍射光场的空间频率 f_x、f_y。

二维线性调频 Z 变换的定义如下:

$$\boldsymbol{X}(\mathbf{z}_p, \mathbf{z}_q) = \sum_{k_x=0}^{N_x-1}\sum_{k_y=0}^{N_y-1} \boldsymbol{x}(\boldsymbol{k}_x, \boldsymbol{k}_y) Z_x^{-k_x} Z_y^{-k_y}, \tag{5}$$

其中:

$$\begin{aligned}
&Z_x^{-k_x} = (A_x W_x^{-p})^{-k_x} = A_x^{-k_x} W_x^{p\cdot k_x} \quad p = 0,1,2,\ldots M_x-1\\
&Z_y^{-k_y} = (A_y W_y^{-q})^{-k_y} = A_y^{-k_y} W_x^{q\cdot k_y} \quad q = 0,1,2,\ldots M_y-1\\
&A_x = A_0 e^{\frac{j2\pi f_0}{M_x}} \quad A_y = A_0 e^{\frac{j2\pi f_0}{M_y}}\\
&W_x = W_0 e^{-\frac{j2\pi\Delta f}{M_x\cdot N}} \quad W_y = W_0 e^{\frac{-j2\pi\Delta f}{M_y\cdot N}},
\end{aligned} \tag{6}$$

其中, 二维线性调频 Z 变换前的光场分布为 $\boldsymbol{x}$($\boldsymbol{k}_x$, $\boldsymbol{k}_y$),矩阵大小为 N_x×N_y; 二维线性调频 Z 变换后的光场分布为 $\boldsymbol{X}$($\mathbf{z}_p$、$\mathbf{z}_q$), 矩阵大小为 M_x×M_y。M_x, N_x 可以相等或者不相等, M_y, N_y 可以相等或者不相等。当 A_0 和 W_0 取值为 1 即为离散傅立叶变换, f_0 和 Δf 分别表示起始频率和频带宽度。

那么, 将公式(6)带入公式(5)可以得到:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{X}(\mathbf{z}_p,\mathbf{z}_q)&=\sum_{k_x=0}^{N_x-1}\sum_{k_y=0}^{N_y-1}\boldsymbol{x}(\boldsymbol{k}_x,\boldsymbol{k}_y)A_x^{-k_x}W_x^{p\cdot k_x}A_y^{-k_y}W_y^{q\cdot k_y}\\&=W_x^{\frac{p^2}{2}}W_y^{\frac{q^2}{2}}\sum_{k_x=0}^{N_x-1}\sum_{k_y=0}^{N_y-1}\boldsymbol{x}(\boldsymbol{k}_x,\boldsymbol{k}_y)A_x^{-k_x}W_x^{\frac{k_x^2}{2}}W_x^{-\frac{(p-k_x)^2}{2}}\cdot\\&\quad A_y^{-k_y}W_y^{\frac{k_y^2}{2}}W_y^{-\frac{(q-k_y)^2}{2}},\end{aligned}\tag{7}$$

公式(7)的计算利用了如式(8)所示的布鲁斯坦等式:

$$\begin{aligned}pk_x&=\frac{k_x^2+p^2}{2}-\frac{(p-k_x)^2}{2}\\qk_y&=\frac{k_y^2+q^2}{2}-\frac{(q-k_y)^2}{2}.\end{aligned}\tag{8}$$

根据公式(7)可以定义二维线性调频 Z 变换的相应形式:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{g}(\boldsymbol{k}_x,\boldsymbol{k}_y)&=\boldsymbol{x}(\boldsymbol{k}_x,\boldsymbol{k}_y)\cdot A_x^{-k_x}A_y^{-k_y}W_x^{\frac{k_x^2}{2}}W_y^{\frac{k_y^2}{2}}\\\boldsymbol{h}(\boldsymbol{k}_x,\boldsymbol{k}_y)&=W_x^{-\frac{k_x^2}{2}}W_y^{-\frac{k_y^2}{2}}\\\boldsymbol{X}(\mathbf{z}_p,\mathbf{z}_q)&=W_x^{\frac{p^2}{2}}W_y^{\frac{q^2}{2}}(\boldsymbol{g}(\boldsymbol{k}_x,\boldsymbol{k}_y)*\boldsymbol{h}(\boldsymbol{k}_x,\boldsymbol{k}_y)).\end{aligned}\tag{9}$$

由于 $\boldsymbol{g}(\boldsymbol{k}_x,\boldsymbol{k}_y)$ 的矩阵大小为 $N_x\times N_y$, 而最终需要计算的是 $M_x\times M_y$ 点的卷积值, 二者不一定相等。针对此问题, 可以计算 $L_x\times L_y$ 点的 $\boldsymbol{g}(\boldsymbol{k}_x,\boldsymbol{k}_y)$ 矩阵的傅立叶变换和 $L_x\times L_y$ 点的 $\boldsymbol{h}(\boldsymbol{k}_x,\boldsymbol{k}_y)$ 矩阵的傅立叶变换, 再对这两个傅立叶变换的乘积进行傅立叶逆变换, 就是得到它们的卷积, 进而可以得到 $\boldsymbol{X}(\mathbf{z}_p、\mathbf{z}_q)$。其中 $L_x=N_x+M_x-1$, $L_y=N_y+M_y-1$。

二维 Z 变换 $\boldsymbol{g}(\boldsymbol{k}_x,\boldsymbol{k}_y)$ 函数可定义为:

$$\boldsymbol{g}(\boldsymbol{k}_x,\boldsymbol{k}_y)=\begin{cases}\boldsymbol{x}(\boldsymbol{k}_x,\boldsymbol{k}_y)\cdot A_x^{-k_x}A_y^{-k_y}W_x^{\frac{k_x^2}{2}}W_y^{\frac{k_y^2}{2}} & 0\leqslant k_x\leqslant N_x-1\\ & 0\leqslant k_y\leqslant N_y-1\\0 & N_x\leqslant k_x\leqslant L_x-1\\ & N_y\leqslant k_y\leqslant L_y-1\end{cases},\tag{10}$$

相应的 $\boldsymbol{h}(\boldsymbol{k}_x,\boldsymbol{k}_y)$ 函数的定义为:

$$\boldsymbol{h}(\boldsymbol{k}_x,\boldsymbol{k}_y)=\begin{cases}W_x^{-\frac{k_x^2}{2}}W_y^{-\frac{k_y^2}{2}} & 0\leqslant k_x\leqslant M_x-1\\ & 0\leqslant k_y\leqslant M_y-1\\W_x^{-\frac{(L_x-k_x)^2}{2}}W_y^{-\frac{(L_y-k_y)^2}{2}} & M_x\leqslant k_x\leqslant L_x-1\\ & M_y\leqslant k_y\leqslant L_y-1\end{cases},\tag{11}$$

因此, 上述算法的计算流程如图 1 所示。

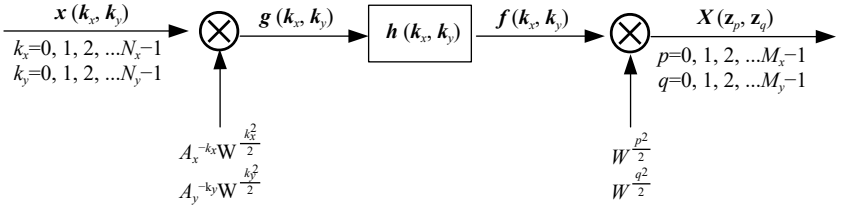

图 1 二维 Z 变换算法流程图

Fig. 1 Flowchart of two-dimensional chirp Z transformation (CZT)

4 二维 CZT 算法的光场衍射分布计算

基于上述图 1 所示的二维线性调频 Z 变换算法的思路, 编写了相应的 matlab 计算程序。为了验证算法的正确性, 计算了激光束通过圆形透光孔后在焦平面上的衍射强度分布, 计算结果如图 2~图 3 所示。图 2(a) 给出了线性调频 Z 变换在 x 方向上的计算路径, 通过调整相关参数可以控制计算路径的起始位置以及相邻取样点的角度差, 相邻取样点的角度差代表了感兴趣频谱区间内的频谱分辨率。图 2(b) 给出了计算过程中使用的圆形透光孔函数。计算过程中参数设置如下: λ=1 μm, 光束口径 D=0.1 m, 考虑到保护区域即物平面的计算尺度, 取 L_0=0.4 m, 物平面上的取样点数 N=1 024, 采用线性调频 Z 变换算法计算得到的探测面上的二维光强分布如图 3 所示。其中, 图 3(a)给出了采用线性调频 Z 变换算法计算得到的探测面上的二维衍射光强分布。图 3(b) 给出了探测面上一维衍射强度的分布曲线。

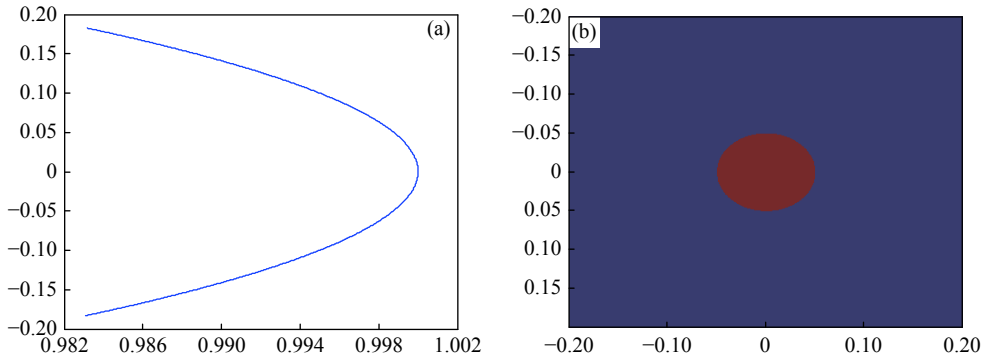

图 2　(a)线性调频 Z 变换的计算路径和(b)透光孔函数

Fig. 2　(a) The calculation path of CZT algorithm and (b) transparent hole function used in the calculation

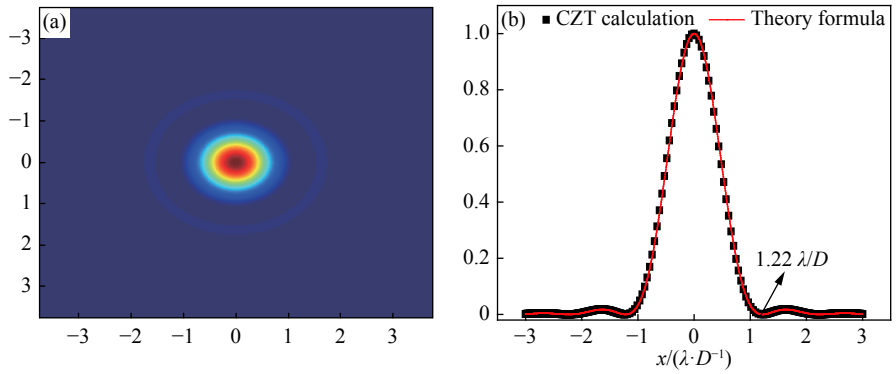

图 3　(a)探测面上的衍射光强分布及(b)衍射强度曲线

Fig. 3　(a) Diffraction intensity distribution at the detection plane and (b) diffraction intensity curve in one dimension

归一化平面波的远场理想光强分布的理论表达式为:

$$I(x)=\left[\frac{2J_1(\pi x)}{\pi x}\right]^2. \qquad (12)$$

公式(12)中 x 的单位为 λ/D, 精确计算采用 1 倍衍射极限 x=1.219 7, 环围能量 $P(x)$=83.778 5%。根据公式(12)计算得到的探测面上的光强分布如图 3(b)中的实线所示, 而采用二维线性调频 Z 变换算法的计算结果如图 3(b)中的点所示。从图 3(b)可以看出, 采用理论公式计算的衍射强度分布与采用线性调频 Z 变换算法得到的分布相吻合, 衍射极小值, 即艾里斑角半径为 1.22λ/D。这也与所用的圆形透光孔函数对应的衍射极小值一致, 从而验证了算法的正确性。同时采用二维 CZT 算法计算的光束质量 β 因子值为 1.008, 数值计算误差小于 1%。

为了进一步比较 s-fft 算法与二维 CZT 算法在衍射图像分辨率计算结果方面的差异, 分别计算了加载相同 RMS 值的彗差像差板情况下对应的衍射强度分布图, 分别如图 4(a)和图 4(b)所示。从图中可以看出: 在图 4(a)中采用的 s-fft 算法由于探测面的计算范围过宽导致探测面上光强分布的有效数据点较少, 图像分辨率低。而在图 4(b)中由于采用 CZT 算法可以在感兴趣的频谱区间(5 倍衍射极限范围)内进行频谱细分, 因此, 其探测面上光强分布的计算结果有效数据点多、图像分辨率高, 光斑强度分布的细节更为清晰, 进而使得光束质量 β 因子的计算结果更加准确。

在实际光学和激光系统的设计、分析以及校准过程中, 经常需要知道波像差与光束质量 β 因子的对应关系, 例如要达到一定的 β 值, 需要将波像差的 PV 值和 RMS 值控制在多少。另一方面在实际工程应用中, 也同样需要知道哪几种类型的像差对光束质量 β 因子的影响最显著, 进而在实际光学系统设计中对该类型的像差进行控制和

修正。因此，分析计算不同单一像差或组合像差对光束质量 β 因子的影响十分重要。

图 5 分别给出了彗差和球差两种像差类型下探测面上的衍射光强分布图。可以看出，波像差均方根值（RMS 值都为 0.5λ）相同时，不同的像差类型对应的衍射强度分布图样不同，对应的光束质量 β 因子也不同。这种“环带状”的球差波前畸变（图 5(b)）使得远场探测面上的光束更为发散，对应的光束质量 β 因子的计算结果为 12.55；而相同 RMS 值下的彗差像差（图 5(a)）对应的光束质量 β 因子仅为 3.29。从图 5 可以看出：由于 Z 变换算法可以在感兴趣的频段内（衍射光强主要集中在低频段）进行频谱细分，因此，探测面上的衍射图像细节更为清晰（相较于 s-fft 算法），也即采用线性调频 Z 变换算法计算得到的光束质量 β 因子值更为准确。同时在仿真中还发现将像差板波像差的均方根 RMS 值设置为足够小（0.01λ 及以下）时，与没有加载像差时的圆孔衍射效果一致，进一步证明了算法的正确性和有效性。

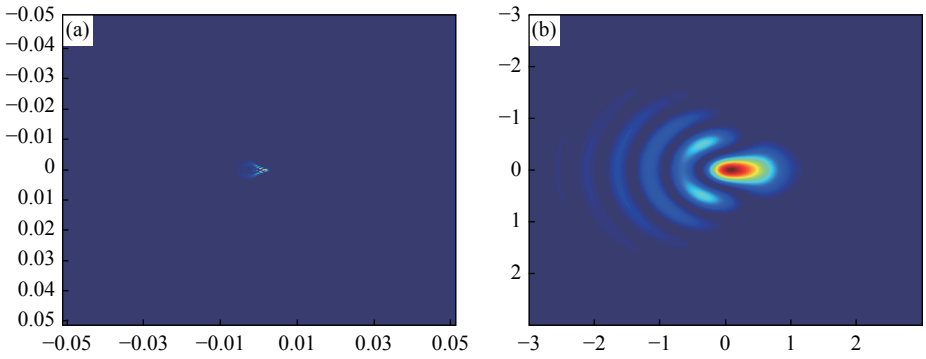

图 4 (a)s-fft 算法及(b)CZT 算法的衍射强度分布

Fig. 4 Diffraction distributions of (a) s-fft algorithm and (b) CZT algorithm

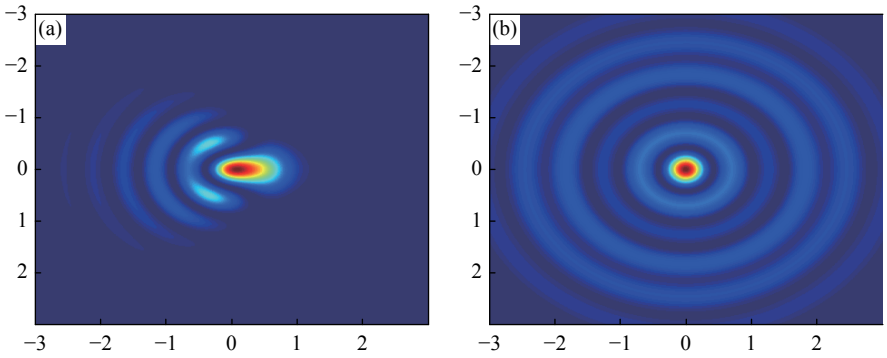

图 5 (a)彗差和(b)球差对应的探测面上的衍射强度分布

Fig. 5 Diffraction distributions of (a) coma wavefront aberration and (b) spherical wavefront aberration

为了定量描述像差 RMS 值对光束质量 β 因子的影响，分别模拟了几种低阶像差类型的光束质量 β 因子以及相应的桶中功率（PIB）随波像差 RMS 值的变化情况。其中，桶中功率 PIB 定义为在理想光束的艾里斑半径内所包含的能量占总能量的百分比。从图 6(a) 可以看出，在相同的 RMS 值下，不同像差类型对 β 的影响程度排序为：球差最大，彗差次之，像散最小。实际光束由多种像差组合而成，其光束质量 β 因子介于球差与像散之间，其平均值大致与彗差相当。由于球差使得光束发散较快进而导致 β 因子最大。从图中还可以看出：在相同的像差大小（如 RMS 值为 0.5λ）下，β 因子的变化范围为 3.28~12.55。同样地，从图 6(b) 桶中功率随波像差均方根值 RMS

的变化关系来看, 波像差均方根 RMS 值越大, 在“规范桶”半径内包含的能量越少。但球差对应的衍射光强分布由于“台阶”效应的存在, 使得桶中功率 PIB 因子出现起伏。通过其他“环带状”的高阶像差的模拟分析还发现, 带有“环带”的像差往往比其附近的像差类型对光束质量 β 因子的影响更大。

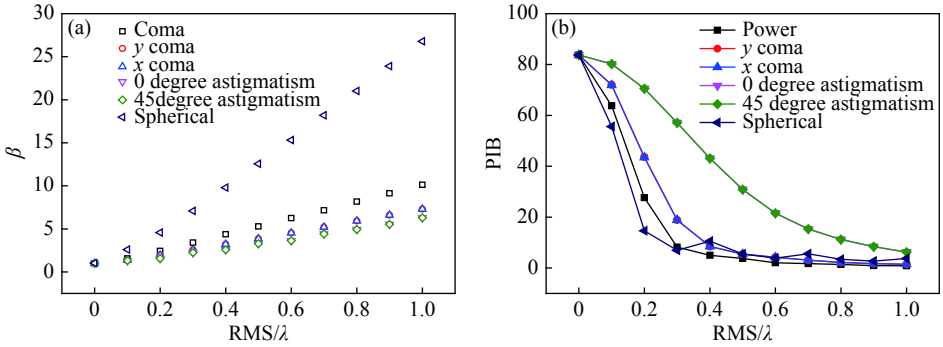

图 6　(a)光束质量 β 因子和(b)桶中功率 PIB 随波像差 RMS 值的变化关系

Fig. 6　(a)Beam quality β factor and (b) PIB changing with RMS of wavefront aberration

由于实际光束或者光学系统的像差成分多为综合像差, 也就意味着实际光束可以是前 36 阶泽尼克像差的各种组合。为了进一步分析各种随机像差对光束质量 β 因子的影响程度, 本文模拟产生了 1 000 组随机数, 让每一组的随机数分别表示不同含量百分比的正交泽尼克多项式系数, 也就是每一组随机数分别代表了各种不同像差占总像差的百分比含量, 进而模拟 1 000 组综合像差的不同组合方式。从图 7(a)可以看出: 在总像差 RMS 值都为 0.1λ 的各种不同像差组合方式中, β 因子的变化范围为 2.00~3.20, 其统计分布如图 7(b)所示。可以看出, β 因子的均值为 2.50±0.06。另外, 本文进一步对这 1 000 组随机像差组合方式对应的 β 因子最大最小值两种情况进行分析, 其各阶 Zernike 系数如图 8 所示。

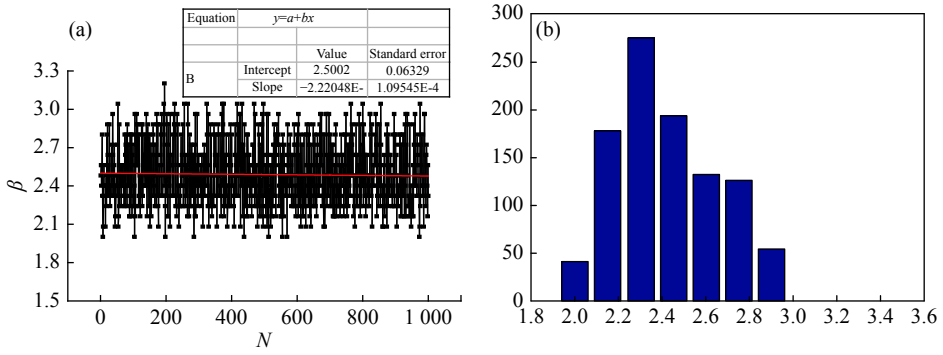

图 7　随机像差对应的光束质量 β 因子波动(a)和 β 因子的统计分布(b)

Fig. 7　(a)Fluctuation of β factor with random wavefront aberrations and (b) statistical distribution of the β factor

图 8 给出了波像差均方根值为 0.1λ 时, 光束质量 β 因子值分别为最大值和最小值时对应的 Zernike 系数分布图。从图 8 可以看出, 虽然波像差的均方根值相同, 但 Zernike 多项式的不同组合方式导致光束质量 β 因子相差 1.2 左右。从图 8 Zernike 系数的分布图可知, 这两种像差组合方式对应的高阶像差(15 阶及以后)含量占比分别为 69% 和 38%, 二者之间的差值为 31%。也就是

说，如果两个光学系统的像差大小相同，一种以高阶像差为主，一种以低阶像差为主，那么以高阶像差为主的光学系统对应的 β 因子将比后者大。因此，高阶 Zernike 系数的含量越高，光束质量 β 因子越大。

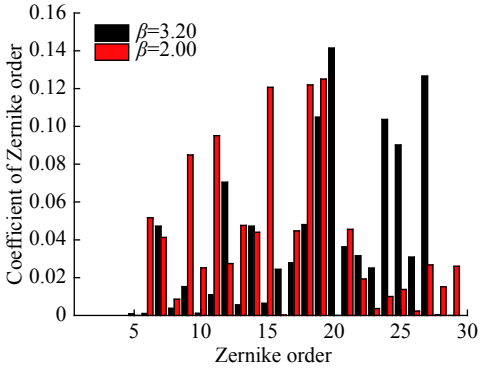

图 8 Zernike 多项式系数分布图

Fig. 8 Coefficient of Zernike polynomial

图 9 给出了总的波像差均方根值分别为 0.1λ~0.6λ 时，各种随机像差组合方式下对应的光束质量 β 因子的变化情况。从图 9 可以看出：随着波像差均方根 RMS 值的增大，光束质量 β 因子的均值也在增加。对于同一波像差均方根值，不同的 Zernike 像差组合方式会引起光束质量 β 因子值的变化，统计其光束质量 β 因子的均值和实验标准偏差，如表 1 所示。从表 1 可以看出，在 β 因子均值增加的同时，其统计分布的实验标准偏差也在增加。

表 1 光束质量 β 因子统计结果

Tab. 1 Statistical results of the β factor

波像差RMS值	β因子统计均值	β因子标准偏差
0.1λ	2.50	0.06
0.2λ	4.42	0.04
0.3λ	6.56	0.07
0.4λ	8.66	0.10
0.5λ	10.81	0.13
0.6λ	12.64	0.16
0.7λ	14.87	0.18
0.8λ	17.11	0.21
0.9λ	18.67	0.22
1.0λ	20.90	0.24

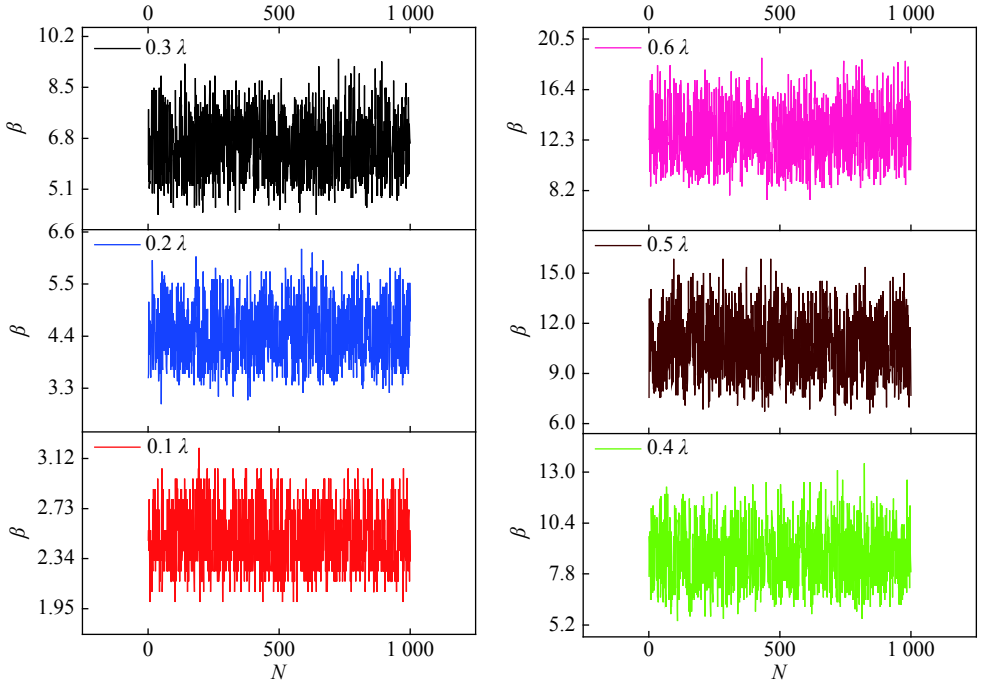

图 9 不同均方根 RMS 值的随机像差对应的 β 因子变化情况

Fig. 9 Variation in the β factor corresponding to random wavefront aberrations for different RMS values

5　结　论

本文提出了一种基于二维线性调频 Z 变换的光场分布快速计算方法。该算法在不增加采样点数且基本不增加运算量的情况下, 借助能够在感兴趣频谱区间进行频谱细分的优势, 能够显著提高衍射光场分布的频谱分辨率, 进而提高光束质量 β 因子理论计算的准确性。在算法正确性验证的基础上, 分别计算了不同像差类型对应的光束质量 β 因子值。计算结果表明, 在低阶像差中球差对光束质量 β 因子的影响最大。各种随机像差下的光束质量 β 因子分析表明, 高阶像差占比较高的像差组合方式对应的光束质量 β 因子较大。在波像差 RMS 值都为 0.1λ 的各种随机像差组合方式中, β 因子计算结果相差可达 1.2。本文研究为标准像差板的选取原则和方法提供了技术支持, 也为后续采用基于大口径平行光管和标准像差板进行光束质量 β 因子测量系统的校准提供了技术依据。

致谢: 感谢中国工程物理研究院应用电子学研究所的黄德权与作者的有益讨论。

参考文献:

[1] 吕百达, 康小平. 对激光光束质量一些问题的认识[J]. 红外与激光工程, 2007, 36(1): 47-51.
LÜ B D, KANG X P. Some aspects of laser beam quality[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2007, 36(1): 47-51. (in Chinese)

[2] 田英华, 叶一东, 向汝建, 等. 光束质量因子测量的不确定度分析[J]. 强激光与粒子束, 2008, 20(7): 1076-1078.
TIAN Y H, YE Y D, XIANG R J, *et al*.. Evaluation of uncertainty in beam quality measurement[J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2008, 20(7): 1076-1078. (in Chinese)

[3] 王云萍, 黄建余, 乔广林. 高能激光光束质量的评价方法[J]. 光电子·激光, 2001, 12(10): 1029-1033.
WANG Y P, HUANG J Y, QIAO G L. A method for evaluating high energy laser beam quality[J]. *Journal of Optoelectronics·Laser*, 2001, 12(10): 1029-1033. (in Chinese)

[4] 闫宏宇, 高欣, 宋健, 等. 976 nm宽条形高功率半导体激光器的光束质量M^2评价[J]. 发光学报, 2019, 40(2): 196-203.
YAN H Y, GAO X, SONG J, *et al*.. Evaluation of beam quality M^2 for 976 nm wide stripe high power semiconductor laser[J]. *Chinese Journal of Luminescence*, 2019, 40(2): 196-203. (in Chinese)

[5] 陈诚, 郑加金, 韦玮, 等. 基于CCD测量激光光束质量M^2[J]. 发光学报, 2017, 38(5): 642-647.
CHEN CH, ZHENG J J, WEI W, *et al*.. Measurement of laser beam quality M^2 based on CCD[J]. *Chinese Journal of Luminescence*, 2017, 38(5): 642-647. (in Chinese)

[6] 许坤, 付林杰, 钟发成, 等. 高光束质量垂直腔面发射激光器同相耦合阵列[J]. 发光学报, 2018, 39(6): 844-849.
XU K, FU L J, ZHONG F CH, *et al*.. High beam quality in-phase coupled vertical cavity surface emitting laser array[J]. *Chinese Journal of Luminescence*, 2018, 39(6): 844-849. (in Chinese)

[7] 鲜浩, 姜文汉. 波像差与光束质量指标的关系[J]. 中国激光, 1999, 26(5): 415-419.
XIAN H, JIANG W H. The relation between wavefront aberration and the beam quality factor[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 1999, 26(5): 415-419. (in Chinese)

[8] 李新阳, 鲜浩, 王春鸿, 等. 波像差与光束质量β因子的关系[J]. 中国激光, 2005, 32(6): 798-802.
LI X Y, XIAN H, WANG CH H, *et al*.. Relationship between beam quality factor β and wavefront error[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2005, 32(6): 798-802. (in Chinese)

[9] 李新阳, 姜文汉, 王春红, 等. 湍流大气中哈特曼传感器的模式波前复原误差[J]. 强激光与粒子束, 2000, 12(2): 148-154.
LI X Y, JIANG W H, WANG CH H, *et al*.. Modal reconstruction error of the hartmann sensor on measuring the atmosphere disturbed wavefront[J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2000, 12(2): 148-154. (in Chinese)

[10] 李新阳, 姜文汉, 王春红, 等. 湍流大气中哈特曼传感器的模式波前复原误差II[J]. 强激光与粒子束, 2000, 12(3): 319-323.

LI X Y, JIANG W H, WANG CH H, *et al*.. Modal reconstruction error of the hartmann sensor on measuring the atmosphere disturbed wavefront II[J]. *High Power Laser & Particle Beams*, 2000, 12(3): 319-323. (in Chinese)

[11] 李新阳, 姜文汉. 哈特曼传感器对湍流畸变波前的泽尼克模式复原误差[J]. 强激光与粒子束, 2002, 14(2): 243-249.
LI X Y, JIANG W H. Zernike modal wavefront reconstruction error of Hartmann sensor on measuring the atmosphere disturbed wavefront[J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2002, 14(2): 243-249. (in Chinese)

[12] 刘志强, 宋庆和, 刘超, 等. 基于虚拟光波场的菲涅耳衍射计算及应用研究[J]. 应用光学, 2018, 39(2): 196-199.
LIU ZH Q, SONG Q H, LIU CH, *et al*.. Fresnel diffraction calculation with virtual light wave field and its application[J]. *Journal of Applied Optics*, 2018, 39(2): 196-199. (in Chinese)

[13] 胡琪, 王喆, 刘洪顺, 等. 基于单次傅里叶变换的分段衍射算法[J]. 中国光学, 2018, 11(4): 568-575.
HU Q, WANG ZH, LIU H SH, *et al*.. Step diffraction algorithm based on single fast fourier transform algorithm[J]. *Chinese Optics*, 2018, 11(4): 568-575. (in Chinese)

[14] 向红丽, 范琦, 李云, 等. FFT计算菲涅尔衍射相位的跳变与矫正研究[J]. 计算机与现代化, 2018(8): 35-38, 50.
XIANG H L, FAN Q, LI Y, *et al*.. Jump and correction of Fresnel diffraction phase[J]. *Computer and Modernization*, 2018(8): 35-38, 50. (in Chinese)

[15] 钱克矛, 李川奇. 频谱校正的线性调频Z变换方法[J]. 振动工程学报, 2000, 13(4): 628-632.
QIAN K M, LI CH Q. New spectrum correction method based on chirp Z transform[J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2000, 13(4): 628-632. (in Chinese)

[16] 徐建军, 胡光东, 李锦明. 线性调频Z变换在信号频谱分析中的应用[J]. 应用基础与工程科学学报, 2009, 17(6): 966-972.
XU J J, HU G D, LI J M. Chirp-Z transform and its applications in spectrum analysis[J]. *Journal of Basic Science and Engineering*, 2009, 17(6): 966-972. (in Chinese)

[17] 赖俊森, 杨爱英, 孙雨南. 线性调频Z变换在光采样光性能监测中的应用[J]. 北京理工大学学报, 2011, 31(7): 833-837, 854.
LAI J S, YANG A Y, SUN Y N. Application of Chirp-Z transform to the optical-sampling optical performance monitoring[J]. *Transactions of Beijing Institute of Technology*, 2011, 31(7): 833-837, 854. (in Chinese)

作者简介：

王艳茹 (1983—), 女, 陕西渭南人, 博士研究生, 高级工程师, 2011 年于中国科学院光电技术研究所获得博士学位, 目前主要从事光学计量与检测技术方面的研究工作。E-mail: wyr3235@163.com