

## 光栅投影相位法系统模型及标定方法

安 东,陈 李,丁一飞,邓连杰,王永红\*  
(合肥工业大学 仪器科学与光电工程学院,安徽 合肥 230009)

**摘要:**本文针对传统投影光栅相位法的光学三角法模型进行了改进,采用直入射光路并配合使用一种简便易行的标定方法,只需使用相移公式求取相位差,而不会引入与系统几何位置关系有关的量,简化了求取高度矩阵的要求。实验结果表明,新系统模型精度良好,测量误差为0.107 mm。采用该模型和标定方法可以克服传统方法系统模型的局限性,最大限度减少误差源并提高抗干扰性。

**关键词:**三维轮廓;光栅投影;相位;标定;系统模型

**中图分类号:**TP394.1; TH691.9 **文献标识码:**A **doi:**10.3788/CO.20150802.0248

## Optical system model and calibration of grating projection phase method

AN Dong, CHEN Li, DING Yi-fei, DENG Lian-jie, WANG Yong-hong\*  
(School of Instrument Science and Opto-electronics Engineering,  
Hefei University of Technology, Hefei 230009, China )  
\* Corresponding author, E-mail: yhwang@hfut.edu.cn

**Abstract:** In this paper, the traditional optical triangulation model based on phase method is improved, and a new model and calibration method are used which is independent of geometric parameters. The new model requires only calculating phase difference thorough phase shift formula without adding any geometry position parameters, which simplifies the requirement of resolving the altitude matrix. Parallel tests show with the new model, a measurement error of 0.107 mm is reached, showing a good accuracy. Through the study of this paper. This new model calibration method can overcome the limitations of traditional method and minimize the error sources as well as improve the capability of anti-interference.

**Key words:** 3D profile; grating projection; phase; calibration; system model

收稿日期:2014-11-12;修订日期:2015-01-13

基金项目:国家自然科学基金资助项目(No. 51375136),国家科技支撑计划资助项目(No. 2011BAK15B07),中航工业产学研专项资助项目(No. CXY2013HFGD22)

## 1 引言

三维重建一直是计算机视觉的重要研究领域之一。近年来,对三维轮廓重构技术的研究取得了巨大的进步,新技术新方法不断涌现。采用光学方法的非接触主动式三维轮廓重构技术随着软硬件的迅速发展受到人们的重视。现有的重构系统大致可分为:光学三角法,激光干涉法,时间飞行法,投影光栅法等<sup>[1-3]</sup>。其中数字投影光栅技术由于测量系统简单,高精度和高分辨率等优点被广泛应用于三维形貌测量<sup>[4]</sup>。

光栅投影法是以光栅上信息的变化来间接获得物体高度信息变化的方法。目前已有大量学者针对光栅投影系统进行了改进研究,从而衍生出了多种测量方法,如傅里叶法、相位法等。其中投影光栅相位法在近年来的研究中应用十分广泛,在不考虑测量速度和非实时测量时,相位法一直是优先考虑的方法<sup>[5]</sup>。由 Takeda<sup>[6]</sup>提出的相位法模型被诸多学者进行发展研究,如王长波等采用的格雷码-相移结合法<sup>[7]</sup>,达飞鹏<sup>[8-9]</sup>等人采用的彩色光栅等方法均为近来的研究热点。然而,传统相位法是以光学三角法为基础,结合相位以及系统的几何结构换算出被测物高度信息的。在传统系统模型中,对系统几何关系的苛求直接导致对系统各部分摆放位置、相对位置固定性要求较高,受到几何约束的同时也引入了摄像机光心到投影仪光心的几何距离、投影仪光心到参考面几何的距离等不必要的误差源。

本文针对传统的基于相位法的光学三角法模型进行了改进,采用直射式光学模型<sup>[10]</sup>,并提出了与之对应的标定方法,从而提高了系统的抗干扰性,简化了求取高度矩阵的复杂度。

## 2 相位法基本原理

栅距  $P$  和相位之间的关系如图 1 所示。基于相位法的测量系统采用的投影光栅为计算机生成的数字光栅,其栅距  $P$  和相位  $\pi$  具有以下关系。

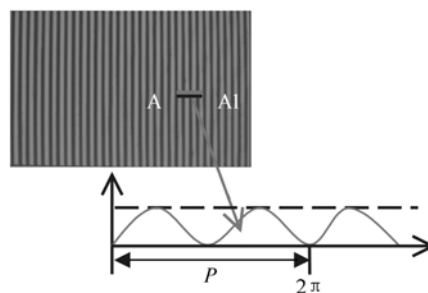


图1 栅距和相位关系图

Fig. 1 Relation of grid pitch and phase

图中纵轴为光强度值,横轴为相位值。由图中可观察到,光栅参考面上点的相位值于坐标  $x$  呈线性关系。那么设某点  $O$  为零相位参考点后,距离该点距离为  $X$  的点的相位值即可表示为:

$$\phi_{ox} = 2\pi \cdot \frac{X}{P} \quad (1)$$

把生成的光栅图像传输到数字投影后,投射到平面上的光强分布如下式:

$$I_{\text{plane}}(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{P} \cdot x\right) \quad (2)$$

式中,  $a$  为条纹背景,  $b$  是与对比度有关的变量 ( $b/a$  定义为条纹图的对比度,为小于等于 1 的系统常数),  $P$  为条纹栅距,  $X$  为水平轴坐标,  $\phi_{\text{plane}} = 2\pi/P$  为条纹相位。上式为相位法的基本公式,这样即可建立起由 CCD 直接获取的灰度信息和无法直接获取的相位信息之间的关系。

## 3 传统三角法系统关系模型

传统三角法系统模型是基于摄像机光心、投影仪光心、物体表面待测点这三者构成的交叉光轴式<sup>[11]</sup>几何结构进行高度解算的。其系统模型如图 2。

$X$  轴为水平方向,  $Y$  轴垂直纸面向内,  $Z$  轴表示高度(即  $\Delta h$ )方向,垂直  $X$ - $Y$  面向上;  $O_p, O_c$  分别为投影光源和 CCD 摄像机的光心,两光心间的距离为  $d$ ,摄像机光心  $C$  到参考平面的垂直距离为  $L$ 。它们的光轴相交于参考平面上的  $O$  点。  $A$ 、

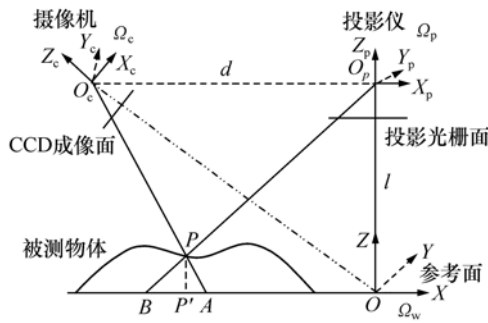


图2 影像测量系统结构示意图

Fig.2 Framework of image measuring system

B 两点分别为 H 点与两光心 P、C 的连线和参考平面的交点。当该系统满足下述条件时：

- (1) CCD、投影仪光心连线与参考平面平行
- (2) CCD 在系统中垂直于参考平面拍摄

对于参考平面之上的被测物上高度为 h 的任意一点(即线段 PP')，根据三角形相似的几何关系有：

$$\frac{h(x,y)}{L-h(x,y)} = \frac{|AB|}{d} \quad (3)$$

由于  $\phi_{OA} = 2\pi \cdot \frac{|OA|}{P}$ ,  $\phi_{OB} = 2\pi \cdot \frac{|OB|}{P}$ , 所以

$|AB| = \frac{P}{2\pi} \cdot \Delta\phi_{AB}$ , 代入上式, 得:

$$h(x,y) = \frac{L \cdot \Delta\phi(x,y)}{2\pi \cdot \frac{d}{P} + \Delta\phi(x,y)} \quad (4)$$

由上式可以看出, 在该系统模型高度矩阵的求取中引入了过多的系统几何参数, 如 L 和 d, 引入了不必要的误差源; 且该模型对系统几何位置上要求必须满足上述两个约束才能成立。基于此问题, 本文对高度矩阵的求取进行了改进。

### 4 三角法直入射关系模型

为解决几何约束过多的问题, 在不引入过多几何参数的情况下, 采用三角法直入射光路进行分析, 其原理图 3 所示。

由图 3 可知, 在被测物曲面高度较小时, 可认为待测表面高度  $\Delta z$  和可测得的图像形变  $\Delta b$  具有一定的线性关系, 其中  $\Delta a$  为  $\Delta z$  的正弦分量,

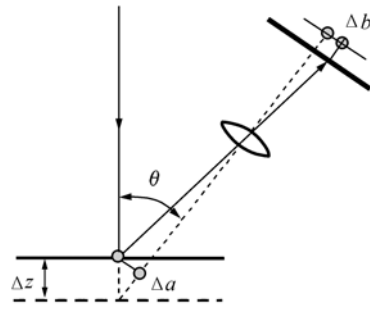


图3 直入射三角法模型示意图

Fig.3 Framework of direct injection system

$\Delta b$  为放置物体前后光线在 CCD 上移动的距离; M 是摄像机的放大倍数,  $\theta$  是照明角,  $k (= M \sin\theta)$  是被称作灵敏度因子的变量, 它可以由实验标定得到。

#### 4.1 高度矩阵的求取

在此关系模型中, 求取高度矩阵的过程即是求解  $\Delta z$  的过程。M 为摄像机放大倍数, 有:

$$M = \frac{\Delta b}{\Delta a}$$

$$\Delta a = \Delta z \cdot \sin\theta$$

以上两个公式联立, 可得

$$\Delta b = M \cdot \sin\theta \cdot \Delta z = k \cdot \Delta z \quad (5)$$

因此, 测量出  $\Delta b$  以及灵敏度因子 k 即可求解  $\Delta z$ 。条纹投射至物体上后, 由于条纹图中有形变, 条纹图的光强分布变为:

$$I_{3d} = a + b \cos\left[\left(\frac{2\pi}{P}\right)(x - \Delta x)\right] \quad (6)$$

式中  $\Delta x$  是形变量, 等价于  $k \cdot \Delta z$ 。这样上式变为:

$$I_{3d} = a + b \cos\left[\left(\frac{2\pi}{P}\right)(x - k\Delta z)\right] = a + b \cos\phi_{3d} \quad (7)$$

$$\phi_{3d} = \left[2\pi/P\right](x - k\Delta z)$$

式中, 物体相位由于  $\phi_{\text{plane}}$  和  $\phi_{3d}$  均可由四步相移法测得, 它们相减可以得到一个表面形态  $\Delta z$  和相位  $\phi_{\text{plane}}, \phi_{3d}$  的关系式:

$$\phi_{\text{plane}} - \phi_{3d} = \left(\frac{2\pi}{P}\right) \cdot k \cdot \Delta z \quad (8)$$

或者表示为

$$\Delta z = \frac{\phi_{\text{plane}} - \phi_{3d}}{k} \quad (9)$$

利用相移法可以得出  $\phi_{3d}$  和  $\phi_{\text{plane}}$ , 上式中的  $k$  由实验标定得到, 进而计算出  $\Delta z$ 。配合标定步骤计算出  $k$  值, 即可完成基于图 3 的高度矩阵求取过程。

#### 4.2 系统标定

在实验标定过程中,  $k$  定义了相位改变和表面高度变化之间的关系, 可以利用一个参考平面来计算  $k$  值。将参考平面安装在可以沿  $z$  方向上精确直线移动的载物台上进行标定。

首先, 设初始位置参考面上的相位分布表示为  $\phi_{\text{plane}}$ ; 然后, 参考平面移动的距离为  $\delta z$ , 在末端位置, 再次利用相移法得到相位分布为  $\phi_{\text{plane}_1}$ 。因为移动距离  $\delta z$  已知, 灵敏度因子  $k$  可以由下式算出:

$$k = \frac{\phi_{\text{plane}} - \phi_{\text{plane}_1}}{\delta z} \quad (10)$$

则有:

$$\Delta h = \Delta z = \frac{\phi_{\text{plane}} - \phi_{\text{object}}}{\phi_{\text{plane}} - \phi_{\text{plane}_1}} \cdot \delta z \quad (11)$$

或表示为:

$$h(x, y) = \frac{\Delta \phi_{\text{object}}(x, y)}{\Delta \phi_{\text{plane}}(x, y)} \cdot \delta z \quad (12)$$

式中,  $\phi_{\text{object}} = \phi_{3d}$ , 表示物体相位;  $\Delta \phi_{\text{object}}(x, y)$  表示放置物体前后物面的相位差,  $\Delta \phi_{\text{plane}}(x, y)$  表示标定时移动  $\delta z$  距离前后的参考面相位差。  $\delta z$  根据实验系统酌情决定。

由上式可以看出, 新的系统模型只需使用相移公式求取相位差, 而不会引入与系统几何位置关系有关的量, 大大简化了求取高度矩阵的要求, 同时最大程度上地减少了误差源。

### 5 测量实验与结果

为了验证本文所述的光栅投影相位法的系统模型及其标定方法, 组建了测量实验系统, 如图 4 所示。

测量实验采用的被测物为长度 20 cm, 高度 6.5 cm 的半圆柱, 如图 5 所示。

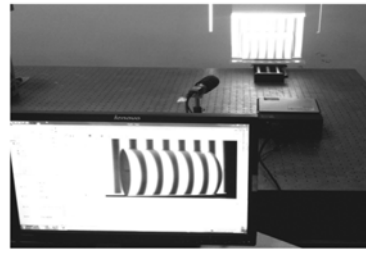


图 4 测量系统

Fig. 4 Testing system

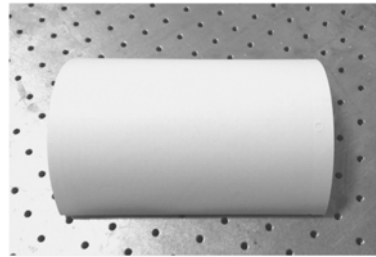


图 5 被测物

Fig. 5 Tested object

首先进行测量系统标定, 将摄像机、数显精密位移平台和数字投影仪以一定角度放置在气浮测量平台上, 将参考平板垂直的安装到位移平台上。连接完毕后, 打开投影仪, 将计算机生成的正弦条纹图投射到参考平板上, 使参考平板上的投射条纹清晰、适度曝光。本文利用四步相移法, 可获得第一组包含 4 幅分别带有  $90^\circ$  相位差的条纹图, 将参考平板向镜头方向移动一段距离, 长度为 2.5 mm, 此时, 获得第二组包含四幅分别带有  $90^\circ$  相位差的条纹图, 最后将参考平板移动到起始位

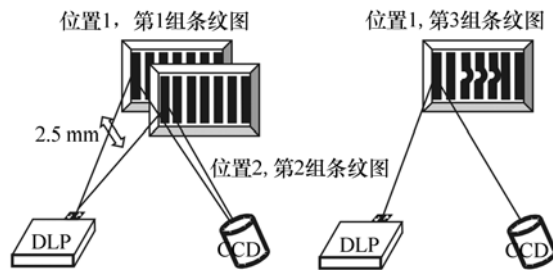


图 6 标定示意图

Fig. 6 Schematic diagram of calibration

置,使用软件获得标定文件,至此系统标定过程结束。然后进行测量过程,将被测半圆柱紧贴在参考平板上固定好,再次利用四步相移法获得第三组包含被测物相位信息变化的条纹图,如图7(a)所示。获得的相位条纹图一般存在噪声,需要进行滤波<sup>[12]</sup>。对获得的相位图进行滤波、解包裹后得到物体真实相位图,如图7(b)所示。最后将所获得的相位图、标定数据进行解算得到三维点云数据,对其进行三维重构的结果如图8所示。

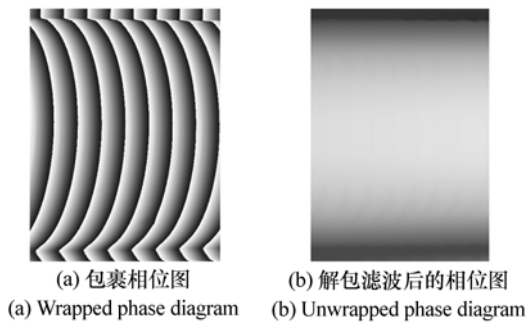


图7 物体相位图

Fig. 7 Phase diagram

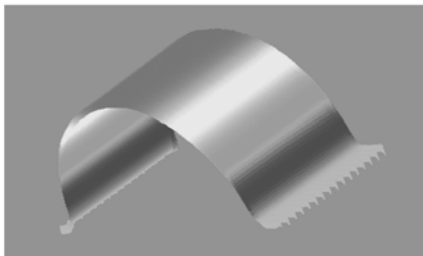


图8 三维显示

Fig. 8 Three-dimensional display

为了验证测量实验结果的精度,本文进行了比对实验。比对实验采用的测量仪器为瑞士TESA公司生产的Micro-Hite 3D DCC三坐标测量机,该测量机的精度为 $1\ \mu\text{m}$ ,采用该测量机测量被测半圆的尺寸作为比较值。测量过程如图9所示。

图10是由三坐标测量机采集到被测物体上各点(共30个点)的高度信息进行拟合得到的剖面图。由测量机获得的被测工件表面的形貌最高

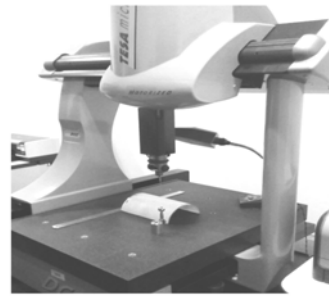


图9 三坐标测量机测量实验

Fig. 9 Three coordinate measuring machine and tested object

点和最低点的高度差为 $65.5086\ \text{mm}$ 。由本文实验系统获取的被测工件表面的形貌最高点和最低点的高度差为 $65.4014\ \text{mm}$ ,与采用三坐标测量机测得的结果误差为 $0.1072\ \text{mm}$ ,可见测量系统的精度良好。

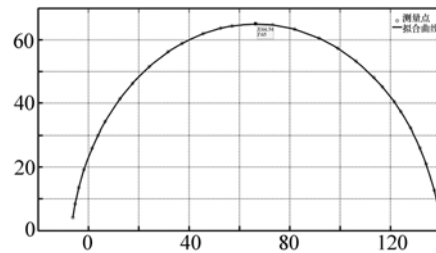


图10 被测实物截面图

Fig. 10 Sectional view of measured object

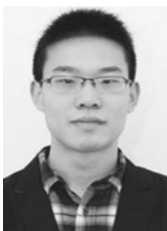
## 6 结论

针对传统相位法系统模型对系统各部分摆放位置、相对位置固定性要求较高,且引入了摄像机光心到投影仪光心的几何距离、投影仪光心到参考面几何的距离等不必要的误差源的缺陷进行了改进。使用直入射光路并配合简单易行的标定过程实验证明,在进行小曲面测量时,该系统模型测量精度良好,测量误差为 $0.1072\ \text{mm}$ 。配合易于操作的标定过程可以大大提高系统的抗干扰性,减少误差源,降低系统复杂度。

## 参考文献:

- [1] CHEN F, BROWN G M, SONG M. Overview of three-dimensional shape measurement using optical methods[J]. *Optical Engineering*, 2000, 39(1):10-22.
- [2] 李永怀, 冯其波. 光学三维轮廓测量技术进展[J]. *激光与红外*, 2005, 35(3):143-147.  
LI Y H, FENG Q B. Overview of optical 3D profile measurement[J]. *Laser & Infrared*, 2005, 35(3):143-147. (in Chinese)
- [3] 孙宇臣, 葛宝臻, 张以谟. 物体三维信息测量技术综述[J]. *光电子激光*, 2004, 15(2):248-254.  
SUN Y CH, GE B ZH, ZHANG Y M. Review for the 3D information measuring technology[J]. *J. Optoelectronics · Laser*, 2004, 15(2):248-254. (in Chinese)
- [4] 戴美玲, 杨福俊, 耿敏, 等. 单幅彩色条纹投影的不连续物体表面三维形貌测量[J]. *光学学报*, 2012, 32(4):1-6.  
DAI M L, YANG F J, GENG M, et al. Single color fringe projection for measuring three-dimensional shapes with discontinuities[J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, 32(4):1-6. (in Chinese)
- [5] 戴美玲, 杨福俊, 何小元. 基于双频彩色光栅投影测量不连续物体三维形貌[J]. *光学精密工程*, 2013, 21(1):7-12.  
DAI M L, YANG F J, HE X Y. Three-dimensional shapes measurement of objects with discontinuities by dual-frequency color fringe projection[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2013, 21(1):7-12. (in Chinese)
- [6] TAKEDA M, MUTOH K. Fourier transform profilometry for the automatic measurement of 3-D object shapes[J]. *Applied Optics*, 1983, 22(24):3977-3982.
- [7] 王长波, 谢明红. 格雷编码与相移结合的双目三维重构[J]. *计算机工程*, 2013, 39(5):178-182.  
WANG CH B, XIE M H. Binocular three-dimension reconstruction combined with gray coding and phase-shift[J]. *Computer Engineering*, 2013, 39(5):178-182. (in Chinese)
- [8] 盖绍彦, 达飞鹏. 一种新的相位法三维轮廓测量系统模型及其标定方法研究[J]. *自动化学报*, 2007, 33(9):902-910.  
GAI SH Y, DA F P. A new method of 3d shape measurement system based on phase measuring profilometry and its calibration[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2007, 33(9):902-910. (in Chinese)
- [9] 王露阳, 达飞鹏. 基于彩色光栅投影的快速三维测量方法[J]. *应用光学*, 2011, 32(2):276-280.  
WANG L Y, DA F P. Rapid 3D shape measurement based on color encoded fringe projection[J]. *J. Applied Optics*, 2011, 32(2):276-280. (in Chinese)
- [10] KANJI MASHIMO. Development of optical noncontact sensor for measurement of three-dimensional profiles using depolarized components of scattered light[J]. *Opt. Eng.*, 1997, 36(1):227-234.
- [11] SRINIVASAN V, LIU H C, HALIOUA M. Automated phase-measuring profilometry of 3-D diffuse objects[J]. *Applied Optics*, 1984, 23(18):3105-3108.
- [13] 王永红, 李骏睿, 孙建飞, 等. 散斑干涉相位条纹图的频域滤波处理[J]. *中国光学*, 2014, 7(3):389-395.  
WANG Y H, LI J R, SUN J F, et al. Frequency domain filtering for phase fringe patterns of digital speckle pattern interferometry[J]. *Chinese Optics*, 2014, 7(3):389-395. (in Chinese)

## 作者简介:



安 东(1988—),男,天津人,硕士研究生,2012年于合肥工业大学获得学士学位,主要从事光栅投影等方面的研究。  
E-mail:574724669@qq.com



邓连杰(1993—),男,辽宁建平人,合肥工业大学本科在读学生,主要从事光栅投影等方面的研究。E-mail:345824036@qq.com



陈 李(1990—),男,天津人,硕士研究生,2013年于合肥工业大学获得学士学位,主要从事光栅投影等方面的研究。  
E-mail: hfutchenli@163.com



王永红(1972—),男,安徽合肥人,博士后,教授,研究生导师,1994年于合肥工业大学获得学士学位,1997年于中科院安徽光机所获得硕士学位,2004年于合肥工业大学获得博士学位,主要从事精密测试技术及仪器、光电检测、机器视觉等方面的研究。E-mail: yhwang@hfut.edu.cn



丁一飞(1990—),男,安徽合肥人,硕士研究生,2013年于合肥工业大学获得学士学位,主要从事光栅投影等方面的研究。E-mail: 945137896@qq.com